

中华人民共和国高等教育部审定

綜合大学物理專業
教 学 大 綱

(四 年 制)

高等教育出版社

中华人民共和国高等教育部一九五六年四月审定

数学物理方法教学大纲

(综合大学物理专业用)

目 錄

1. 普通化学教学大綱
2. 高等数学教学大綱
3. 数学物理方法教学大綱
4. 普通物理教学大綱
5. 普通物理实验教学大綱
6. 中级物理实验教学大綱
7. 理论力学教学大綱
8. 热力学与统计物理教学大綱
9. 电动力学教学大綱
10. 量子力学教学大綱
11. 无线电工学基础教学大綱

数学物理方法教学大纲

(講課 88 学时, 習題課 52 学时)

I. 复变数函数 (34 学时)

1. 复变数函数(2 学时)

复变数, 复变数函数, 区域的概念。

复数序列, 極限的概念, 哥西收斂判据, 連續函数, 一致連續。

2. 解析函数(2 学时)

导数, 解析函数, 哥西-黎曼条件。

解析函数与調和函数的关系, 共軛調和函数。

3. 多值函数的基本概念(3 学时)

多值函数举例: 根式函数, 对数函数, 單值分支, 支点, 割綫, 單值分支的确定, 黎曼面的概念。

4. 复变数函数积分(4 学时)

复变数函数的积分, 定积分的簡單性質, 积分估計值。

哥西定理。

不定积分, 原函数。

哥西积分及其推論(解析函数的各阶导数, 模数原理 哥西不等式, 刘維定理)。

哥西型积分。

5. 無穷級数(5 学时)

基本概念: 收斂, 絕對收斂(級数的乘法), 一致收斂, 級数和的

連續性。

关于解析函数級数的定理(維尔斯特拉斯定理)。

幂級数,亞貝尔第一定理,收斂半徑,亞貝尔第二定理。

泰勒展开,唯一性。

罗朗展开,唯一性。

6. 孤立奇点及其分类(2 学时)

孤立奇点,分类。

函数在孤立奇点附近的性質(零点与極点的关系)。

無穷远点。

7. 解析延拓的概念(1 学时)

唯一性定理。

用幂級数延拓。

8. 留数理論及其在定积分計算上的应用(5 学时)

留数定理。

求留数的几种方法。

应用:有理三角函数的积分,有理函数的無穷积分,含三角函数的無穷积分(*約当引理),实軸上有奇点的情形,多值函数的积分。

9. 含参变量的积分(有限的和無穷的)(2 学时)

积分所定义的函数,积分号下求导数,解析性。

Γ 函数及其基本特性。

* B 函数。

10. 保形映像(1 学时)

注:凡附有*号的項目,可根据各校教学情况进行精簡。

解析函数所表示的变换的基本几何特性。

分式线性变换,在分式线性变换下圆的特性,几种特殊的分式线性变换。

初等函数所表示的变换。

应用举例。

*基本定理。

11. 运算微积大意(4学时)

拉普拉斯变换及其特性。

几种简单的基本换式,导数和积分的换式。

有理分式的反演。

折积定理。

普遍的反演公式,留数理论的应用。

运算微积在常微分方程初值问题上的应用。

*拉普拉斯变换与傅里叶变换间的关系。

II. 数学物理方程 (34学时)

1. 导论($\frac{1}{2}$ 学时)

数学物理方程概述,定解问题。

2. 二阶线性偏微分方程的分类($2\frac{1}{2}$ 学时)

偏微分方程。

二阶线性偏微分方程,齐次的和非齐次的。

二元线性方程的分类,特征线的概念,典则形式,分类。

常系数偏微分方程(多元情形)的分类,典则形式,一阶导数项的化去。

3. 双曲型方程(6学时)

簡單双曲型方程的推导:弦的橫振动,杆的縱振动。

各种边界条件。

达朗伯解法,解的唯一性和稳定性,应用于有界弦問題(延拓)。

有界弦的傅里叶解法,解的唯一性。

有界弦的强迫振动(本征值及本征函数的概念)。

*第一边值問題(非齐次边界条件)。

4. 抛物型方程(5学时)

簡單抛物型方程的推导:热傳导問題,气体的扩散。

各种边界条件,边值問題。

有界杆热傳导問題的傅里叶解法。

源函数。

無界杆的热傳导問題。

有热源的情形。

拉普拉斯变换在热傳导問題中的应用。

5. 橢圓型方程(13学时)

方程的来源。

边值問題。

用分离变数法化为常微分方程:(直角坐标、柱面坐标和球面坐标)。

圓的狄里赫烈問題的解法,泊松积分。

格林公式。

調和函数的特性,極值定理,第一边值問題的解的唯一性和穩定性。

格林函数方法(球的狄里赫烈問題)。

格林函数的特性(对称性)。

保形映像在三維問題中的应用, 在保形变换下調和函数的不变性, 应用举例。

势論的概念, 泊松方程。

*單層面分布和双層面分布的势, 化边值問題为积分方程。

*有限差分法的概念。

6. 空間的波动方程(7 学时)

方程的推导: 膜的振动, 气体的振动。

波在無界空間中的傳播, 平均值方法, 泊松公式, 柱面波, 平面波。

矩形膜的振动。

非齐次方程。

克希霍夫公式。

III. 特殊函数 (20 学时)

1. 斯特姆-刘維型方程, 本征值問題(2 学时)

斯特姆-刘維型方程, 常点和奇点。

各种边界条件, 自然边界条件, 本征值問題。

本征函数的正交性, 展开定理, 規一化。

2. 二阶綫性常微分方程的解析理論大要(4 学时)

正則奇点和非正則奇点。

正則解。

3. 柱面函数(8 学时)

貝塞爾方程。

級数解, 第一类柱函数, 整数阶和半整数阶的情形。

遞推公式。

母函數, 積分表达式。

漸近式。

諾埃曼函數, 漢克函數。

虛宗量的情形。

应用例: 圓形膜的振動(貝塞爾函數的規一化)。

可化為貝塞爾方程的方程, 球貝塞爾函數。

4. 球函數(6 学时)

勒讓德方程。

本征值問題, 勒讓德多項式。

母函數, 積分表达式, 微分表达式。

遞推公式。

規一化。

縮合勒讓德函數。

規一化。

*調和多項式, 球諧函數。

应用例: 均勻電場中的電介質球。

參考書

[復變函數論部分]

斯米爾諾夫, 高等數學教程, 第三卷第二分冊。

普里瓦洛夫, 復變函數引論(上、下冊)。

Фукс и Шабат, Функции комплексного переменного.

[數學物理方程及特殊函數部分]

斯米爾諾夫, 高等數學教程, 第二卷第三分冊; 第三卷第三分

册。

吉洪諾夫, 数学物理方程。

Sommerfeld, Partial differential equations in Physics.

补充参考書

Смирнов, Курс Высшей математики, Т. IV.

Courant und Hilbert, Methoden der Mathematischen Physik,
Bd. I, II.

Morse and Feshbach, Methods of theoretical Physics.

Лебедев, Специальные Функции и их приложения.

Whittaker and Watson, Modern Analysis.

Jeffrey, Mathematical Physics.