高等学校教学参考书

力学习题解答

张庆春　张万斌　编

范兴业　校

长春地质学院

前　　言

我院根据高等函授、夜大学教育的特点，结合全日制高等工科院校学生学习物理学力学部分的需要，由函授部、物理教研室组织编写了《力学习题解答》一书。本书解算了顾建中先生编《力学教程》的全部习题、补充题；同时，从第一章到第八章，又选进50余道题进行解答，目的是帮助学生开阔思路，进一步提高学习效果。

本书可供函授大学、夜大学、业余大学、电视大学师生教学参考，以及作为工程技术人员和青年自学成材、应试“高等教育考试”的自学参考书，也可作为高等工科院校师生参考书。

本书在编写过程中蒙物理教研室主任戚长鹗、纪英楠付教授、阎毓杰付教授、黄镜仁等老师具体指导。并由阎毓杰、黄镜仁两位老师作了详细修改。

由于时间伧促和我们水平有限，难免有错误和不足之处，恳切希望读者批评指正。

编　者

1982年2月

目　　录

第一章　质点运动学

习　题

1.1）取竖直向下为坐标轴的正向，开始下落处为原点，则自由落体在t时刻的坐标为$s=\frac{1}{2}\times 9.8t^2$（其中s的单位为米，t的单位为秒）。试求：

（1）（i）t为0秒、1秒、2秒时物体的坐标，并将其相应位置在坐标图上标明；

（ii）第一秒内及第二秒内的位移，也在图上标明。

（2）（i）第一秒内及第二秒内的平均速度；

（ii）瞬时速度的表达式；

（iii）1秒末及2秒末的瞬时速度。

（3）（i）瞬时加速度的表达式；

（ii）1秒末及2秒末的瞬时加速度。

解　因为坐标是时间的函数，有一个时刻就对应一点的坐标，所以将t代入$s=\frac{1}{2}\times 9.8t$中，就可以求出对应时刻t的坐标值。

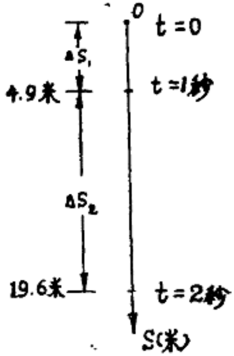
（1）（i）$t=0$时的坐标：

$$S(0)=\frac{1}{2}\times 9.8\times 0=0\text{（米）}.$$

$t=1$时的坐标：

$$S(1)=\frac{1}{2}\times 9.8\times 1^2$$

$$=4.9(\text{米}).$$



$t=2$ 时的坐标：

$$S(2)=\frac{1}{2}\times 9.8\times 2^2$$

$$=19.6(\text{米}).$$

(ii) 位移为末时刻与初时刻坐标之差。

第一秒内的位移：

$$\Delta S_1=S(1)-S(0)=4.9-0$$

$$=4.9(\text{米}).$$

图 1.1

第二秒内的位移：

$$\Delta S_2=S(2)-S(1)=19.6-4.9=14.7(\text{米}).$$

(2) (i) 第一秒内的平均速度：

$$v_1=\frac{\Delta s_1}{\Delta t_1}=\frac{4.9}{1-0}=4.9\text{米/秒}.$$

第二秒内的平均速度：

$$v_2=\frac{\Delta s_2}{\Delta t_2}=\frac{14.7}{2-1}=14.7\text{米/秒}.$$

(ii) 瞬时速度的表达式为：

$$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{ds}{dt}=\frac{1}{2}\times 9.8\times 2t=9.8t.$$

(iii) 从瞬时速度的表达式，可以看出瞬时速度是时间t的函数，不同时刻有不同的速度值， 可将时刻t的值代入速

度的表达式中，即可求出对应时刻的速度值。

将时刻$t=1$、$t=2$分别代入$v=9.8t$中得：

$$v_1=9.8\times 1=9.8\text{米/秒}.$$

$$v_2=9.8\times 2=19.6\text{米/秒}.$$

（3）（i） 加速度的表达式为：

$$a=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{dv}{dt}=9.8\text{米/秒}^2.$$

（ii） 从加速度表达式中，看出a为常量，与t无关，所以第一秒末及第二秒末的加速度均为9.8米/秒²。

1.2）取竖直向上为X轴的正向，抛出处为原点，则上抛物体在t时刻的坐标为：$x=v_0t-\frac{1}{2}gt^2$。试求：

(1)(i) t时刻到$t+\Delta t$时刻这一段时间内位移；

(ii) t时刻到$t+\Delta t$时时刻这一段时间内的平均速度；

(iii) t时刻的瞬时速度。

(2)(i) t时刻到$t+\Delta t$时刻这一段时间内的平均加速度；

(ii) t时刻的瞬时加速度。

解 (1) (i) t时刻的坐标：

$$x(t)=v_0t-\frac{1}{2}gt^2;$$

$t+\Delta t$时刻的坐标：

$$x(t+\Delta t)=v_0(t+\Delta t)-\frac{1}{2}g(t+\Delta t)^2$$

$$= v_0 t - v_0\Delta t - \frac{1}{2}gt^2 - \frac{1}{2}g\times 2t\Delta t$$

$$-\frac{1}{2}g\Delta t^2$$

$$= v_0 t + v_0\Delta t - \frac{1}{2}gt^2 - gt\Delta t - \frac{1}{2}g\times\Delta t^2.$$

Δt时间内的位移：

$$\Delta x = x(t+\Delta t) - x(t)$$

$$= v_0 t + v_0\Delta t - \frac{1}{2}gt^2 - gt\Delta t - \frac{1}{2}g\Delta t^2$$

$$- v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$= v_0\Delta t - gt\Delta t - \frac{1}{2}g\Delta t^2.$$

（ii） t到$t+\Delta t$时刻，对应的时间间隔为Δt，这一段时间间隔的位移为Δx，所以Δt时间内的平均速度为：

$$\overline{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{v_0\Delta t - gt\Delta t - \frac{1}{2}g\Delta t^2}{\Delta t}$$

$$= v_0 - gt - \frac{1}{2}g\Delta t.$$

（iii） t时刻的瞬时速度：

$$v = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t} \qquad \left(\text{或} v = \frac{dx}{dt}\right)$$

所以 $$v=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0} v_0-gt-\frac{1}{2}g\Delta t$$

$$=v_0-gt。$$

或 $$v=\frac{dx}{dt}=\frac{d(v_0t-\frac{1}{2}gt^2)}{dt}$$

$$=v_0-\frac{1}{2}g\times 2t$$

$$=v_0-gt。$$

由上面结果可以看出，求瞬时速度可以从平均速度求极限的方法求出，也可以从坐标对时间求导数的方法求出，其结果是一样的，但是求导数的方法简单，所以在已知坐标的表达式，也就是知道了位移方程，直接应用导数来计算最为简单。

(2) (i) 前面已求解瞬时速度的表达式为

$$v=v_0-gt。$$

这样可求出t，$t+\Delta t$时刻的速度。

t时刻的速度：

$$v(t)=v_0-gt。$$

$t+\Delta t$时刻的速度：

$$v(t+\Delta t)=v_0-g(t+\Delta t)。$$

t到$t+\Delta t$时速度的变化量：

$$\Delta v=v(t+\Delta t)-v(t)$$

$$=v_0-gt-g\Delta t-v_0+gt$$

$$=-g\Delta t.$$

所以平均加速度：

$$\overline{a}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-g\Delta t}{\Delta t}=-g.$$

(ii) t时刻的瞬间加速度：

$$a=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v}{\Delta t}. \qquad (或a=\frac{dv}{dt})$$

所以 $$a=\lim_{\Delta t\to 0}(-g)=-g.$$

或 $$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d(v_0-gt)}{dt}=-g.$$

1.3）一物体沿Y轴运动，t时刻的 坐 标 为 $y=5t-t^3$. (y以米为单位，t以秒为单位)。试求：

(1) 1秒末的瞬时速度；

(2) 1秒末的瞬时加速度。

解 (1) $$v=\frac{dy}{dt}=\frac{d(5t-t^3)}{dt}$$

$$=5-3t^2.$$

将t＝1代入上式得1秒末的瞬时速度：

$$v=5-3\times 1^2=2米/秒.$$

(2) $$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d(5-3t^2)}{dt}=-3\times 2t$$

$= -6t.$

将$t=1$代a的表达式中得1秒末的瞬时加速度为：

$$a = -6\times 1 = -6\text{米/秒}^2.$$

其中负号表示减速运动。

1.4）沿江有两个码头，相距$s=126$千米。一只小轮船在其间来回航行，逆流而上比顺流而下要多花两小时零6分。已知江水流速为$v_1=2$千米/小时，求船对水的航速v_2。

解 设船对水的航速为v_2，速度单位用千米/小时，时间单位用小时，这是一个沿直线相对运动的问题。

船顺水航行的速度为v_2+v_1(对岸的速度)，船逆水航行的速度为v_2-v_1(对岸的速度)，按题意逆流而上比顺流而下多用两小时零6分。

所以 $$\frac{s}{v_2+v_1} = \frac{s}{v_2-v_1} - 2.1.$$

(2.1小时等于2小时零6分)

即 $$s(v_2-v_1) = s(v_2+v_1) - 2.1(v_2^2 - v_1^2),$$

$$sv_2 - sv_1 = sv_2 + sv_1 - 2.1v_2^2 + 2.1v_1^2,$$

$$2.1v_2^2 = 2sv_1 + 2.1v_1^2.$$

把s、v_1代入具体数可求出v_2的值。

有 $$2.1v_2^2 = 2\times 126\times 2 + 2.1\times 2^2$$

$$= 504 + 8.4$$

$$= 512.4$$

$$v_2^2 = \frac{512.4}{2.1} = 244,$$

$$v_2 = \sqrt{244} = 15.6\text{千米/小时}.$$

1.5）东北风（指由东北向西南吹的风）与子午线（即南北向）成 $\alpha = 30°$ 角，速率为 $v_1 = 30$千米/小时。在风中飞行的飞机，若要求能在1小时内对地面向正北飞过200千米的距离。问飞行员应使飞机向什么方向飞行？速率等于多少？（要求认真作矢量图）

解 本题中地面是“不动”参照系，风是运动参照系，飞机是运动的物体。风对地面的速度 $\vec{v}_1$ 是牵连速度，方向和数值都已知，如图1.5中所示。飞机对地面向正北飞行速度 $v = \frac{200\text{千米}}{1\text{小时}} = 200$千米/小时，方向向北，它是“绝对”速度，也可画在图上。飞机对风飞行的速度是相对速度，速度的大小和方向待求，设为 $\vec{v}_2$。根据相对速度等于“绝对”速度与牵连速度的矢量差的关系：，有 $\vec{v}_2 = \vec{v} - \vec{v}_1$.

矢量图如图1.5所示。

沿坐标轴x，y分解得：

$$v_{2x} = 0 - (-30\sin 30°) = 15.$$

$$v_{2y} = 200 - (-30 \times \cos 30°) = 200 + 25.98 = 225.98.$$

所以 $v_2 = (v_{2x}^2 + v_{2y}^2)^{1/2}$

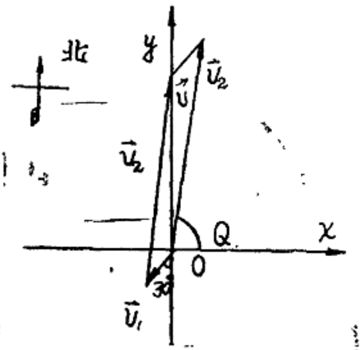


图 1.5

$$=(15^2+225.98^2)^{1/2}$$

$$\doteq 226\text{公里/小时。}$$

方向： $\theta=\mathrm{tg}^{-1}\dfrac{v_{2y}}{v_{2x}}=86°20'$.

θ为$\vec{v}_2$与x轴的夹角，即向东偏北86°20′以速度大小为$v_2\doteq$226公里/小时飞行。

1.6）水流向东，每小时2千米；汽船以8千米/小时的航速在向东偏北60°的方向上航行；一位旅客在甲板上散步，速率为1千米/小时，面向正西北。求旅客对岸的速度。要求先用几何作图法直接度量，然后用正弦或余弦定理逐步计算，最后用解析法；作完以后将三种方法比较一下。

解 本题中有两个运动物体，船是一个运动物体，人是一个运动"物体"。从而有两个运动参照系，水是一个运动参照系，船又是一个运动参照系，岸是"不动"参照系。要解决人对岸的运动可分两步来求较为清楚。

（1）先求船对岸的运动速度，这时，岸是"不动"参照系，水是运动参照系，船是运动的物体。

根据速度合成公式：

$$\vec{v}_{\text{船对岸}}=\vec{v}_{\text{船对水}}+\vec{v}_{\text{水}} \tag{1}$$

已知$v_{\text{水}}=2$千米/小时，方向由西向东。$v_{\text{船对水}}=8$千米/小时，方向向东偏北60°。船对岸的速度大小和方向待求，根据(1)式可以作图计算求得。

（2）再求人对岸的速度，这时岸仍然是"不动"参照系，船是运动的参照系，它对岸的速度是牵连速度，人是运动"物体"，人对船的速度是相对速度。

根据速度合成公式：

$$\vec{v}_{人对岸}=\vec{v}_{人对船}+\vec{v}_{船对岸} \tag{2}$$

(i) 几何作图法：为了清楚起见把(1)式代入(2)式得：

$$\vec{v}_{人对岸}=\vec{v}_{人对船}+\vec{v}_{船对水}+\vec{v}_{水} \tag{3}$$

它们的矢量图如图1.6.1所示。量得：

$v_{人对岸}=9.2$公里/小时，

方向： 正东偏北55°。

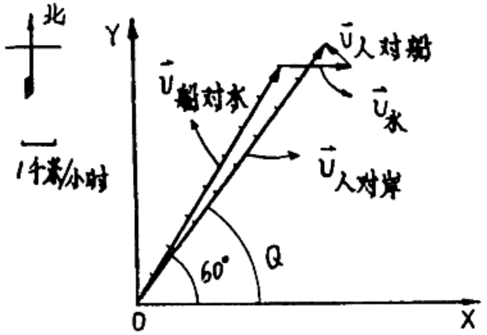


图 1.6.1

(ii) 余弦定理法：

如图1.6.2。

$$v^2_{船对岸}=v_{水}{}^2+v^2_{船对水}-2v_{水}\times v_{船对水}\cos(180°-60°)$$

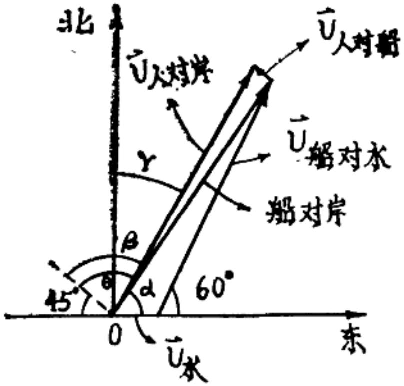


图 1.6. 2　　1千米/小时

所以　$v_{船对岸}=\sqrt{2^2+8^2-2\times2\times8\cos(180°-60°)}$

$=\sqrt{2^2+8^2+2\times2\times8\cos60°}$

$=\sqrt{84}$

$=9.165$千米/小时.

$$\cos\alpha=\frac{(\sqrt{84})^2+2^2-8^2}{2\times2\sqrt{84}}$$

$$=\frac{24}{4\times\sqrt{84}}=0.6546,$$

查表得：$\alpha=49°54'$.

$$v^2_{人对岸}=v^2_{人对船}+v^2_{船对岸}-2v_{人对船}\times v_{船对岸}\cos\theta$$
$$=v^2_{人对船}+v^2_{船对岸}-2v_{人对船}\times v_{船对岸}$$
$$\times\cos[180°-(45°+\alpha)]$$

$$= 1 + 84 + 2 \times 1 \times \sqrt{84} \times 0.0872$$

$$\doteq 86.598,$$

所以 $\qquad v_{人对岸} \doteq 9.3$ 千米/小时.

$$\cos\beta = \frac{v^2_{人对岸} + v^2_{人对船} - v^2_{船对岸}}{2\, v_{人对岸} \times v_{人对船}}$$

$$= \frac{86.598 + 1 - 84}{2 \times 9.3 \times 1}$$

$$= 0.139,$$

查表得： $\qquad \beta \doteq 79°42'$

所以 $\qquad \gamma \doteq 79°42' - 45° = 34°42'$

故人对岸的速度北偏东34°42′.

(iii) 解析法：

如图1.6.3.

$$\vec{v}_{人对岸} = \vec{v}_{人对船} + \vec{v}_{船对水} + \vec{v}_{水}$$

故 $\qquad v_{x(人对岸)} = -1 \times \cos45° + 2 + 8 \times \cos60°$

$$= -\frac{\sqrt{2}}{2} + 2 + 8 \times \frac{1}{2}$$

$$= 5.293 \text{ 千米/小时},$$

$$v_{y(人对岸)} = 1 \times \sin45° + 8 \times \sin60°$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} + 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

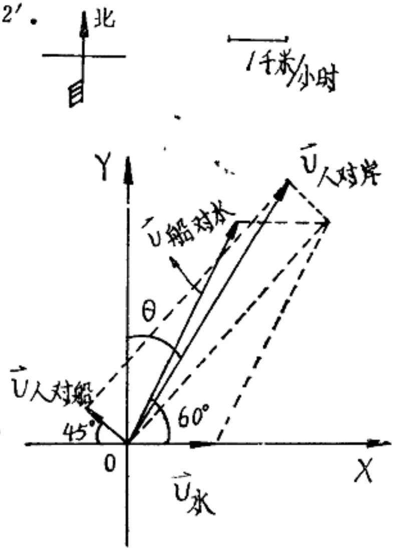


图 1.6.3

$=7.635$千米/小时，

所以 $\quad v_{人对岸}=\sqrt{v^2{}_{x(人对岸)}+v^2{}_{y(人对岸)}}$

$$=\sqrt{(5.293)^2+(7.635)^2}$$

$$=\sqrt{86.46}$$

$$\doteq 9.3\text{千米/小时}.$$

$$tg\theta=\frac{v_x}{v_y}=\frac{5.293}{7.635}$$

$$\doteq 0.693$$

查表得： $\quad \theta\doteq 34°42'$.

θ为$\vec{v}_{人对岸}$与y轴的夹角，也就是人对岸的速度为北偏东$34°42'$。

通过上述计算，比较看出，几何法直观清楚，但不准确。余弦定理法，计算准确比较麻繁。解析法，计算准确简洁。

1.7）匀速转动的齿轮上的一个齿尖，沿半径为R的圆周，按规律$s=vt$而运动。试求：

(i) t时刻的速度(方向和数值)，又该齿尖作什么运动？

(ii) t时刻的法向加速度、切向加速度及总加速度；

(iii) 运动一周所需的时间T；

(vi) 单位时间所转的周数；

(v) 若$R=4$米，$v=2$米/秒，计算以上各结果的数值。

解 (i) $$v(t)=\frac{ds}{dt}=\frac{d\ (vt)}{dt}=v.$$

匀速转动的齿轮上的一个齿尖在任意时刻的速度为 $\vec{v}$，其速率是一常量，所以该齿尖作匀速圆周运动，速度方向沿该点的切线方向。

(ii) $$a_n=\frac{v^2}{R},$$

$$a_t=\frac{dv}{dt}=0,$$

因为 $$a=\sqrt{a_n^2+a_t^2},$$

所以 $$a=a_n=\frac{v^2}{R}.$$

(iii) 设单位时间的转数为齿尖转动的频率为ν，齿尖的周期为T，$T=2\pi R/v$。

根据 $$\nu=\frac{1}{T}$$

所以 $$\nu=n=\frac{1}{\frac{2\pi R}{v}}=\frac{v}{2\pi R}.$$

(v) 若R = 4 米，$v=2$ 米/秒，

则 $$a_n=\frac{2^2}{4}=1\ \text{米/秒},$$