

76-8-VII-23

断裂力学的工程应用

上海科技交流站

上海化工设计院石油化工设备设计建设组

断裂力学的工程应用

第一章 断裂力学在防止断裂方面的应用

第一节 前言

一、断裂的定义及分类：

在工程实践中，经常会碰到一些断裂的例子。这些断裂的情况是在一系列内外因素的共同作用下所造成的。为了被免或延缓断裂的发生，就有必要对造成断裂的各种因素进行分析，对断裂过程进行研究。

实际上，断裂是一个古老的问题。人们对断裂现象、断裂过程和断裂机制已经经历了一个漫长的探索 and 认识过程。

所谓断裂，系指材料在一个具有有限面积的几何表面的分离。断裂可以按断裂的性质、断裂的方式和断裂的形貌等进行分类。

断裂的性质是指在分离前产生塑性变形量的大小，这里就是宏观意义而言的。断裂按性质的不同可以分为脆性断裂和延性断裂两大类。脆性断裂表示产生的塑性变形是极小的，而延性断裂（又称韧性断裂）则意味着产生大量的塑性变形。当然，还存在一些过渡型的断裂，它介于脆性和延性之间。

断裂的方式是指多晶材料在断裂时所取的途径。断裂按方式的不同可以分为沿晶界的断裂（或称晶间断裂）和横穿晶粒本身的断裂（穿晶断裂）二种。穿晶的方式可以是沿解理面、滑移面、孪晶界或非晶体学面的分离。

断裂的形貌是指断口表面的现象。由于观察断口的工具不同，所以又分为宏观形貌和微观形貌两类。所谓断口的宏观形貌系指用肉眼或10~20倍的适度放大镜在断口上观察到的现象。断裂按宏观形貌可以分为：冲击断口（呈人字形或山脊状）；单轴拉伸断口（呈纤维状、放射状和拉边）；疲劳断口（呈贝壳状、海滩条纹或称沙滩状）和沿晶界断裂的冰晶状断口。

断口的微观形貌系指电子断口观察所得到的图像。断裂按微观形

貌可主要地分为下列四类：介理断裂（呈羽毛状、河流状或扇状），范性断裂（呈塑性孔坑状），疲劳断裂（呈辉纹状）和蠕变断裂（呈链波状条纹）等四种。

关于断裂的机制，即断裂究竟按什么方式发生，它的过程是怎样的，这个问题目前还有不同的意见。例如，有一种看法认为断裂发生的方式有两种——正断和切断。正断是由于外作用的最大正应力超过材料在垂直该应力方向的平面上对分离的抗力而引起的，而切断是由于外作用的最大切应力超过了材料在剪切面上对切断的抗力所引起的。材料的正断抗力和切断抗力是互相独立的两个性能参数，正断抗力受温度、应变速率和应力集中的影响极小，而切断抗力则受三者的影响改变很大。用这一模型可以介释很多现象。当然，它也存在一些缺点，例如正断抗力的测定很困难，而且这种模型缺乏机制（过程）的概念。

目前有一种看法认为，较有效的途径是从原子尺度上来考虑断裂的机制，从电子断口分析提出了断裂主要有四种机制：介理断裂、范性断裂、蠕变断裂和疲劳断裂。关于这方面的详细评述可参阅文献^①。

三、断裂事故：

关于断裂问题，人们很早就注意了这方面资料的积累和研究。

早在1920-1921年格里菲斯（A.A.Griffith）就研究了玻璃、陶瓷等脆性材料的实际强度大大低于理论强度的原因，他假设材料内部存在缺陷（裂纹），利用能量平衡方法，成功地找到了缺陷尺寸和断裂应力之间的关系，从而解释了这种原因。

1937年-1940年世界上发生过三座桥梁在 -14°C 下脆断的事故。

二次世界大战及战后时期，美国近2000艘全焊接自由轮有1450块焊接平板发生断裂，其中有十九起全船断毁。

五十年代，由于尖端技术的发展，要求材料的屈服强度也大大提高（使用了 $\sigma_{0.2}=150\sim 200\text{ kg/mm}^2$ 的高强和超高强度钢），随着强度的提高和相应韧性的降低，脆断的倾向增大了。1950年美国北极星导弹固体燃料发动机机壳在实验发射时发生爆炸，而该壳体使用的D6AC高强度钢（屈服强度 $\sigma_{0.2}=140\text{ kg/mm}^2$ ）经过传统的检验

被认为是合格的。破坏时的应力估计不到屈服强度的一半。

除了高强度、超高强度钢之外，中、低强度钢也发生了不少断裂事故。五十年代期间，美国电站设备就发生了五起断裂事故。其他，在压力容器、焊接结构、储油罐等方面同样也发生了不少事故〔2〕。

人们在这些断裂事故中受到震惊，开始认识到断裂问题的严重性。各个国家也先后成立了相应的对策机构，来研究这个问题。而且也引起了国际范围的重视，1965年、1969年和1973年召开了三次国际断裂会议。从50年代末开始，断裂成了主要矛盾，围绕断裂的研究，相应发展了三个研究分支：断裂力学的研究及应用；断裂机制的研究；断口分析和断口观察技术的研究。它们运用了不同的学科（例如弹性力学、塑性力学和金属物理学电子学等），从不同的角度（宏观的力学规律和亚微观、微观的物理本质），为断裂问题建造和发展了断裂的理论和实验，并应用于材料断裂的延缓和避免上。

三、防断设计方法的产生和发展：

在人类生产发展的不同时期，产生了不同的防断设计方法，这些方法是适应于当时生产的需要，也是受当时的科学技术水平所制约的。历史地看，防断设计方法的产生和发展的简要情况如下：

1. 经典强度理论及设计方法。

由于弹性力学、材料力学的理论和试验方法的建立，为经典的设计方法提供了理论依据和实验方法。这种方法对于结构来说，要求其另部件满足：

$$\sigma \leq [\sigma] \quad (1-1)$$

其中 $[\sigma]$ 是许用应力，对塑性材料 $[\sigma] = \frac{\sigma_s}{K}$ ，对脆性材料

$[\sigma] = \frac{\sigma_b}{K}$ ， K 为安全系数； σ ——另部件危险断面上的最大工作应力。（1-1）式左边是结构设计的内容，因为结构设计决定了材料设计，所以按（1-1）式就要求材料的强度（ σ_s 或 σ_b ）达到一定的数值。

如果从结构和材料两个方面满足了设计要求，则按经典设计方法认为，安全就是被保证了。但是，随着生产实践的发展，人们的这种概念被冲破了，也就是尽管满足了经典设计的要求，脆断事故照样发生。因此，开始了新的防断设计条件的探索。

2 韧性的探索及 C_V 的产生。

对于满足经典设计要求的另部件产生脆断的原因，人们把它归结为材料的塑性性能不好而引起。因此，在设计中，除了对材料的强度指标（ σ_s 和 σ_b ）提出要求外，对材料的塑性指标（延伸率 δ 和收缩率 ψ ）也提出了一定的要求。

可是，纵使这些指标都达到了要求，也不能完全避免脆断。于是就把脆断的原因归结为材料的韧性不足，从而开始了材料韧性的探索。从能量观点认为，一种材料在变形过程中当它吸收的能量达到某一数值时便要发生断裂，这种断裂前吸收的能量称为韧性。材料的强度（ σ_s 和 σ_b ）和塑性（ δ 和 ψ ）的指标高，说明它断裂前吸收的变形功大，韧性高，但这种韧性是静载下的材料行为。而脆断却与三个重要的外在因素有关：温度降低、变形速度增大和应力状态变硬。为了模拟这三个条件，设计了 $10 \times 10 \times 55$ 开切口的冲击试样。用冲击值的六小（ C_V 的单位是呎-磅或公斤-米，指试样破断所吸收的功）来评定材料的韧和脆。就这样，经典设计方法为了防止脆断而补充了对材质 C_V 值的要求。

使用经验（破坏事故的总结）和材料 C_V 试验建立了经验关系。例如美国对于第二次世界大战中大量船舰的脆断事故，对断裂钢板的不同部位（开裂区、传播区、止裂区）取样作 C_V 试验，大量统计的结果表明：开裂区一般是 5 - 8 呎-磅，最高是 11 呎-磅；传播区一般是 8 - 12 呎-磅，最高 13 呎-磅；止裂区是 20 ~ 52 呎-磅。由此，订出了 $C_V = 15$ 呎-磅，作为材料在另部件最低使用温度下不开裂的要求，事实证明，这样的要求避免了大量船舰的脆断事故的发生。

3 转折温度方法的产生和发展^{〔3〕}。

上述 C_V 试验与实际另部件的脆断之间的经验关系具有很大的局

限性，更重要的是 C_V 试验与实际另部件之间存在着差异（例如尺寸大小，切口尖锐度及载荷速度等等）因此，小试样上的 1.5 呎-磅（或其他规定值）并不能保证实际另部件不发生脆断。

例如 09Mn2V 钢在 -70°C 、06MnNb 钢在 -90°C 以及 06AlNbCuN 钢在 -100°C 时它们的 C_V 值均大于 1.5 呎-磅，但实际上这些钢板制造的压力容器的爆破试验结果却出现了介理断口和碎片。

实验研究表明，随着温度的改变，在某些温度区域，一些钢种的 C_V 试验会发生韧性值的突然降低现象，这种现象就称为韧-脆转折，其所在的温区称为转折温度区域，运用某一准则可以在转折温区中定出一个温度，我们称它为韧-脆转折温度。

对于实际使用具有重大意义的是，某些材料在室温附近在金相组织并不改变的情况下，会发生韧-脆转折，这种转折称为冷脆现象。由于日常生活中极大部分零部件均在室温附近工作，因此，冷脆现象必须加以防止。从设计方面来说，就要避免另部件在冷脆温度以下工作；从材料来说，就是要研制冷脆温度比最低使用温度还低的材料，这样就可避免冷脆破坏。

由于实际另部件缺陷的尖锐度远比 C_V 试样的 $r = 0.25$ 毫米来得尖锐，所以用 $C_V-T^{\circ}\text{C}$ 定出的转折温度仍然偏低，于是开始探索带天然裂纹的试验方法，1953 年利用了落锤试验方法确定了无塑性转折温度，称为 NDT。用 NDT 与实际爆破建立的关系更能反映客观规律，同时，用落锤试验法建立了断裂分析图，即 FAD 图，因此设计和选材均以此为依据。

C_V 试验定出的转折温度和落锤试验定出的 NDT 均适用于中低强度钢，对于高强度钢则发展了一种落锤撕裂试验 (DWTT)，后来经改进后发展成现在的动态撕裂试验 (DT 试验)，设计和选材就按照 DT 试验的转折来进行。

44 断裂的开始、传播、终止条件的探索。

从实践中，人们对断裂的各种内外影响因素有了更多的认识，特别是对裂纹的影响，因此开始了断裂力学的研究。

材料的断裂过程可以分为下列几个阶段：

(1) 裂纹的孕育阶段。

对于不同的工况，裂纹的孕育机制是不同的，如在静载、疲劳和腐蚀等情况下裂纹的成核过程是不一样的。

(2) 裂纹的亚临界扩张阶段。

这包括微观扩张和宏观扩张两个阶段。在疲劳、腐蚀介质和静载下，裂纹会逐渐生长，以达到临界值，这种扩张称为稳定扩张或亚临界扩张。

(3) 断裂的开始阶段。

当裂纹生长到临界值时（相对于给定应力和温度下）这时裂纹处于不稳定状态，稍有扰动即能使裂纹迅速扩张，这一瞬间称为断裂的开始。

(4) 断裂的传播阶段。

当断裂开始后就沿着一定的方向传播，这时有的靠裂纹体释放的弹性能就能继续这种传播，而有的则需要外力继续作功才能维持这种传播。

(5) 断裂的终止阶段。

当某些条件具备时裂纹传播至一定长度时会停止下来，否则就会贯穿整个结构截面而断裂。

将断裂分为以上五个阶段是必要的，因为各阶段的主导因素并不一致，设计和选材就可根据这些因素来考虑，以避免或延缓断裂。

为研究上述断裂过程而提出来的试验方法是很多的，但主要的目前有两类方法：断裂力学方法和转折温度方法。这两种方法的作用不一样，断裂力学方法着重描述裂纹尖端的应力场与临界裂纹长度的关系，适用于断裂的开始，另外它对于裂纹的亚临界扩张也进行着研究。而转折温度法是以不同的方法研究断裂的开始和传播，当然，对于断裂的终止它也进行研究，但还存在很多问题。

以上两类方法，实际上是为防断设计（结构设计和选材两方面）提供依据的。我们这里所介绍的断裂力学的工程应用，主要就是介绍利用断裂力学进行设计和选材的一些方法。

四 断裂力学的应用：

断裂力学作为固体力学近代发展的一个新分支，由于考虑了裂纹体的强度和断裂，因此它比弹性力学、材料力学更深入地反映了实际，这是人们认识运动深化的结果。二十多年来，这门年轻的学科表现出强大的生命力。它的应用归纳起来主要有四个方面：

(1) 用来进行防断设计。

对于脆性破坏，应用线弹性断裂力学来进行预防已发展得比较完善，从设计计算到试验验证均有一套方法。

对于弹塑性破坏，非线性断裂力学的 COD 方法和 J 积分方法均在进行工作，有的已有初步的应用成果。

(2) 疲劳寿命的估计。

对于亚临界扩张，断裂力学建立了裂纹的生长与应力强度因子幅度的关系，从而能预言零件的疲劳寿命。当然，目前的应用还局限于应力疲劳方面，对于应变疲劳还没有断力的一套研究方法。

(3) 应力腐蚀研究中的应用。

断力的方法在应力腐蚀研究中的应用，主要是测定了材料的 K_{ISCC} 和 $\frac{da}{dt}$ ，从而为应力腐蚀构件的设计和选材提供了依据，为应力腐蚀的机理研究提供了新方法。

(4) 材质评定和探伤标准的制订。

断裂力学提炼的几个材质指标 K_{Ic} , δ_c , J_{Ic} , K_{ISCC} , $\frac{da}{dN}$, $\frac{da}{dt}$ 等为材质的评定提供了依据，从而对诸如成分、组织、热处理以及冶金方法等的选择提供了依据。

断裂力学估计的临界裂纹长度在引进安全系数后，为探伤标准和检修期的制订提供了依据。

断裂力学的应用和它的基本理论、测试技术一样均还存在很多问题，断裂力学预言的结论是否正确要通过实践的长期考验才能作出判断。只要我们坚持实践—理论—实践的观点，贯彻“独立自主”“自力更生”的方针，我们就一定能发展断裂力学，并在社会主义建设的

应用中作出贡献。

第二节 脆性断裂问题

一、工程技术中脆性断裂的事例：

断裂力学这门新兴学科迅速成长的动力，是与历来发生的脆性断裂问题联系在一起的。回顾了脆断的历史使我们看到，在不同的历史阶段，脆断有不同的内容，防止脆断的方法也不同，这一切都是决定于当时的生产水平和科学技术水平的。

二十世纪二十年代，格里菲斯研究了玻璃的失效机理，这是对脆断的第一个有成效的研究成果。这个时期的特点是，由于生产力的限制，人们大部分使用脆性材料，因此，脆断绝大部分是由脆性材料所产生。

三十年代到四十年代，随着生产力的发展，生产中使用钢、铁等延性或半延性的金属大为增加，因此在这个时期，脆性破坏绝大部分是在延性或半延性的材料中发生。例如1937 - 1940年间世界上曾发生过三座桥梁在 -14°C 下的脆断事故。二次世界大战期间，美国自由轮发生的各种脆断事故是这个时期的代表。这个时期的特点是，大量破坏事故把人们开始只认识脆性材料产生的脆性破坏这一概念打破了，注意力极大地转向更实际的结构材料方面。

五十年代，由于尖端技术的发展，在航空和火箭技术中使用了强度达 $150 \sim 200 \text{ kg/mm}^2$ 级的材料，这样一来，脆断倾向增加，脆断事故又先后发生。美国使用 $\sigma_s = 140 \text{ kg/mm}^2$ 的D6AC钢制造北极星导弹固体燃料发动机壳体，在实验发射时发生了爆炸。

同时，由于生产的发展，五十年代中在中低强度钢制造的重型件方面也发生了不少脆断事故。如美国曾在此期间发生过五起电站设备的脆性破坏。另外，在压力容器、焊接结构、储油罐等方面均发生了各种脆断事例。

这一时期脆断的特点是同时在脆性材料和延性材料上发生了脆断，因此迫切要求对这两种材料进行断裂分析（脆断开始的条件）和材料

评定参数的选择（断裂韧性的选取）。这一时期是断裂问题受到重视的开始阶段，各国相继建立了对策机构。

三、脆断的特征和机制：

脆性断裂如前所述是指断裂前的宏观塑性变形量是很小的甚至是没有的那一类断裂，它并不指出断裂的机制。由于脆断是一种突然性的破坏，事先并无任何人们能感觉到的征兆，因此它的损失比较大，人们化了很大的精力来研究这种破坏的过程和机制，取得了不少进展。

脆性断裂具有的特征是：

1. 从变形方面看，脆断前不产生塑性变形，或只有局部地区产生少量的塑性变形；

2. 从应力方面看，脆断时的名义应力较低，通常低于材料的弹性极限或屈服极限，有时还会低于设计时的应力值，因此往往称它为低应力脆性破坏；

3. 从断口来看，断口齐平，有晶粒的光彩（穿晶断裂）或呈晶界析出相色彩（晶界断裂）；

4. 从能量角度看，脆性断裂消耗的能量较低，它依靠裂纹扩展时系统释放的弹性能来自动抵偿裂纹扩展的阻力，因此只要扩展一开始即能自己继续下去；同时脆性破坏的传播速度极高，它和当地声速同一量级，一般为当地声速的 $\frac{1}{2}$ 左右，如在钢中脆断的传播速度约为1700公尺/秒。

脆性断裂倾向通常与下列一些主要因素有关：工作温度；应力状态及分布；变形速度；环境介质；材料性能以及存在的裂纹（缺陷）等。只有综合造成脆断的这些内因、外因，才能抓住主要矛盾，提出防止脆断的条件。

脆性断裂发生的机制，除应力腐蚀、氢脆以外，大部分是解理断裂。这种脆性的解理断裂是断裂力学应用中最成功、最有效的部分。

三、脆性断裂的断裂力学判据：

在断裂力学的基本理论的介绍中，已经介绍了断裂力学判据的概念。在断裂力学中，关于断裂的判据可分为两大类：一类是能量判据，一类是应力场强度判据。例如 $G_I = G_{Ic}$ 属于第一类， $K_I = K_{Ic}$ ，

$J_1 = J_{1c}$ 以及 $\delta = \delta_c$ 等均属于第二类。而对于脆断，则主要应用 $G_1 = G_{1c}$ 和 $K_1 = K_{1c}$ 判据。当然丁积分判据，COD判据也适用于线弹性的情况，但它们主要是应用在非线性的弹塑性断裂问题中，对于线弹性断裂则多应用 $G_1 = G_{1c}$ 和 $K_1 = K_{1c}$ ，特别是应用 $K_1 = K_{1c}$ 更普遍。

提出判据的目的是为了运用实验室小试样的结果来推断实际零件（又称为大试样）的破坏情况。判据的提出则完全是一种假设，它的有效性，即它是否能预言实际的断裂，完全依赖于实验验证，只有通过大量实验才能确定判据的有效性。

应该指出，适用于断裂的这些断裂力学判据均只是研究断裂的开始条件，而且是断裂开始的必要条件，还不是充分的，只有附加上裂纹尖端断裂时的应力（或应变）条件，才是充分的。下面我们对 $G_1 = G_{1c}$ 、 $K_1 = K_{1c}$ 两判据的原理、适用条件和关系作一个简要的说明。

1. 判据的原理^[4]：

$G_1 = G_{1c}$ ，是设当裂纹扩展单位面积时系统释放的能量 G_1 （固定载荷时是系统的位能降低，固定夹头时是物体的弹性应变能降低）达到材料的断裂韧性 G_{1c} （裂纹扩展单位面积时材料的阻力或抗力）时，物体便处于临界失稳断裂状态。此时只要裂纹尖端的应力 $\sigma = \sigma_F$ （或应变 $\varepsilon = \varepsilon_F$ ）（其中 σ_F 、 ε_F 表表材料的断裂强度和断裂应变变。）就会发生快速的失稳断裂。这就是能量判据的原理。

$K_1 = K_{1c}$ 则是应力场强度判据，建立这个判据的原因有：

(1) 从裂纹尖端的一般介 $\sigma_{1j} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi Y}} \cdot f_{1j}(\theta)$ 可知，当 $Y \rightarrow 0$ 时， $\sigma_{1j} \rightarrow \infty$ ，也即这个介从数学上看它是有奇性的，奇点是 $Y = 0$ ，奇异性的幂次是 $Y^{-\frac{1}{2}}$ ，奇异性的强度是 K_1 ，

(2) 一般介中 $\sigma_{1j} = \frac{K_1}{\sqrt{2\pi Y}} \cdot f_{1j}(\theta)$ ， K_1 是决定应力场强度的， $\frac{1}{\sqrt{2\pi Y}} \cdot f_{1j}(\theta)$ 是决定裂纹尖端应力分布的；

(3) 按照经典的强度理论, 不破坏的条件是 $\sigma \leq [\sigma]$, 其中 $[\sigma]$ 是许用应力。而現在 $\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi\gamma}} f_{ij}(\theta)$ 只要 γ 足够小, σ_{ij} 就可以足够大, 使它大于 $[\sigma]$, 以致于按经典的意义无法建立不破坏的条件。

根据上面第(2)点, K_I 是决定裂纹尖端应力场强度的量, 因此可以假设: 有两个用相同材料做成的试样 A 和 B, 它们的形状和尺寸以及裂纹的形状和尺寸不一样, 同时让它们受不同的载荷, 那么不管这些差别如何, 只要 A 尖端的 K_I (假定 $K_{I,1} = K_{I,11} = 0$) 等于 B 尖端的 K_I , 则 A 裂纹尖端和 B 裂纹尖端将处于相同的物理状态, 由此预料 A 和 B 两个裂纹尖端的材料的物理行为将是一致的。进一步, 当 $K_I = K_{Ic}$ 时, 即 K_I 达到材料的临界应力强度 (材料的断裂韧性) 时, A 和 B 将同样产生临界失稳扩展。

2. 适用条件:

以上两个判据严格来说只适用于线弹性材料和不产生屈服这样两个条件下, 实际上它还可以推广到非线性弹性材料和小规模屈服的情况中去。

小规模屈服的几何条件在 ASTM, E399-72 中规定为: $a \cdot (w-a)$ 均需 $\geq 2.5 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_s} \right)^2$; 现在把这种规定的理由说明一下。我们知道

$\left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_s} \right)^2$ 是裂纹尖端塑性区的特征参量。例如平面应力下的塑性区尺寸 $2\gamma_y = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_s} \right)^2$, 平面应变下 $2\gamma_y = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_s} \right)^2$ 。而 $2.5 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_s} \right)^2$ 正好比这两个尺寸大一个数量级。

(1) $(w-a) \geq 2.5 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_s} \right)^2$ 这条件说明试样的韧带宽度必须足够大, 以保证广大的地区是弹性应力场, 即保证韧带部分的弹性应力场至少比裂纹尖端的塑性区宽度大一个数量级。

(2) $a \geq 2.5 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_s} \right)^2$ 这个条件之所以必要是因为

$\sigma_{1j} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi\gamma}} f_{1j}(\theta)$ 是 $\gamma \ll a$ 时的主项，不是精确解。当 γ 增大时，主项的作用越来越小， γ 的高次项起作用了。根据 Wilson^[5] 对紧凑拉伸试样所做的计算结果，在 $\theta = 0$ 上 $\gamma = 0.05a$ 处的精确解

$\sigma_{yy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi\gamma}}$ ，和按主项计算的 σ_{yy} 相差达 10% 以上，（按五项计

算的结果比精确解偏高）这就说明， $\sigma_{1j} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi\gamma}} f_{1j}(\theta)$ 的适用范围

存在一个上限；另一方面，裂纹尖端往往带着一个范性区，线弹性的

公式 $\sigma_{1j} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi\gamma}} f_{1j}(\theta)$ 只能在范性区以外适用，这就说明，

它的适用范围还存在一个下限。可见要使线弹性公式适用，裂纹长度 a 和范性区的尺寸 $2\gamma_y$ 的比值必须足够大，即至少大一个数量级。

$$\therefore 2\gamma_y \leq \gamma \leq 0.05a$$

$$\text{至少 } 0.05a \geq 2\gamma_y$$

$$\therefore a \geq \frac{1}{0.05} \times 2\gamma_y = 20 \times 2\gamma_y$$

这就表明， a 必须比 $2\gamma_y$ 至少大一个数量级。

其实，从范性区的 Irwin 修正式也可看出 a 必须远大于 $2\gamma_y$ 。

$$\therefore K_I = \sigma \sqrt{\pi(a + \gamma_y)} = \sigma \sqrt{\pi a \left(1 + \frac{\gamma_y}{a}\right)}$$

所以只有 a 比 $2\gamma_y$ 大一个数量级时，这种修正才有意义。以上

都可以说明 E 399-72 规定 $a \geq 2.5 \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_s} \right)^2$ 的理由所在。

3 $G_1 = G_{1c}$ 和 $K_1 = K_{1c}$ 的关系：

$G_1 = G_{1c}$ 和 $K_1 = K_{1c}$ 是两类不同的判据，它们不完全相同，但由于 G_1 和 K_1 两者有连系，所以这两类判据也有连系。我们知道 G_1 和 K_1 存在下列关系：

$$G_1 = \frac{K_1^2}{E'} \quad \dots\dots\dots (1-2)$$

其中，

$$E' = \begin{cases} E & (\text{平面应力下}) \\ E/(1-\nu^2) & (\text{平面应变下}) \end{cases}$$

公式 (1-2) 的成立是有条件的，其条件是：

- (1) 所研究的是二维问题，裂纹前沿是直线；
- (2) 裂纹平行于自身移动；
- (3) 裂纹的扩张必须沿原来的裂纹平面进行。

例如对于无限体中的一个椭圆裂纹，由于它不满足(1)(2)两点，所以公式 (1-2) 不成立，两个判据不一。又如受单向均匀拉伸的无限板具有一条斜的贯穿裂纹的情况，这时它尽管满足(1)(2)两条件，然而却不满足第(3)个条件，因而公式 (1-2) 也不成立，这样两个判据就不等同。

四 应用程序：

应用断裂力学的判据来解决脆断问题，其基本思想即在经典设计的基础上，对结构或另部件作防止脆断的校核。现以 $K_1 = K_{1c}$ 为例，介绍它的应用程序。

- (1) 首先计算 K_1 。

对于结构或另部件的危险断面，针对该处存在的缺陷类型，提炼出裂纹模型，然后找出裂纹尖端的 K_1 表达式。

相应于这一工作，必须把危险断面的常规应力分析工作先做好，以便计算 K_1 。

一般裂纹的 K_1 表达式在本讲座的“基础理论部分”或在一般断

力手册中均可查到。

(2) 测定材料的断裂韧性 K_{Ic} 。

测定材料的 K_{Ic} 目的有二个，一是供设计用；另一目的是为改进成分、组织冶炼、热处理等提供依据。断裂力学工作的任务就是在满足设计要求的强度指标下，尽量提高材料的 K_{Ic} ；在有困难的场合（或不可能，或经济代价不允许）下，即应建议降低强度设计的安全系数，以便提高材料的 K_{Ic} ，从而增加韧性储备。

(3) 令 $K_I = K_{Ic}$ ，求出 σ 和 a 的关系。

有了裂纹的 K_I 表达式，又测得了材料的断裂韧性 K_{Ic} ，则运用判据 $K_I = K_{Ic}$ ，可得到工作应力 σ 和相应的临界裂纹长度 a_c 的关系。

在结构或零件工作应力已定的情况下，引进裂纹的安全系数则可得到允许的裂纹长度 $(a) = \frac{a_c}{n_a}$ ，这可以作为探伤的验收准则。

在结构或零件通过探伤查出最大缺陷尺寸后，即可找出相应的临界应力 σ_c ，引进安全系数后可以得到允许的应力值 $(\sigma) = \frac{\sigma_c}{n_\sigma}$ ，这可以作为零件加载时的控制参数。

五、应用举例：

例1：如图1-1所示，假设有一宽度 $2W$ 和长度 L 均远远大于裂纹长度 a 的厚板，具有单边贯穿裂纹， $a = 1$ 吋。材料的平面应变断裂韧性 $K_{Ic} = 24$ 千磅·吋^{-3/2}。

求这块板的临界工作应力。

解：因为 $2W$ 和 L 均远远大于 a ，所以 K_I 表达式是 $K_I = 1.12\sigma\sqrt{\pi a}$ ，

$$\begin{aligned}\sigma_c &= K_{Ic} / 1.12\sqrt{\pi a} \\ &= 24 / 1.12\sqrt{3.14} \\ &= 12.6 \text{ 千磅/吋}^2\end{aligned}$$

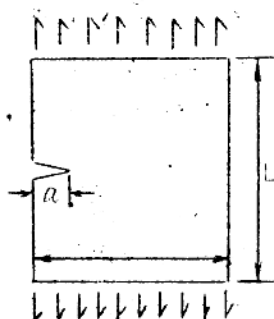


图1-1 单边贯穿裂纹

例2：如图1-1所示，如果设板长 L 远大于 a ，但宽度 $2W$ 为有限值，即成为狭长条具有单边裂纹的问题。设 $a = 1$ 吋， $2W = 4$ 吋， $K_{Ic} = 25$ 千磅·吋 $^{-\frac{3}{2}}$ 。

求这块狭条的临界工作应力 σ_c 。

介：狭条单边裂纹的 K_I 表达式是：

$$K_I = \sigma \cdot \sqrt{\pi a} \cdot f\left(\frac{a}{W}\right)$$

式中 $f\left(\frac{a}{W}\right)$ 是宽度修正系数，其值见下表：

a/W	0.01	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
	0.7	0.8	0.9	1.0			
$f(a/W)$	1.12	1.15	1.2	1.29	1.37	1.51	1.68
	1.89	2.14	2.46	2.86			

在本例中 $a/W = \frac{1}{2} = 0.5$ ； $\therefore f\left(\frac{a}{W}\right) = 1.51$

令 $K_I = K_{Ic}$ ，则 σ_c 为：

$$\sigma_c = K_{Ic} / \sqrt{\pi a} \cdot f\left(\frac{a}{W}\right) = 8.4 \text{ 千磅/吋}^2$$

例3：如图1-2所示，无限大平板具有一小圆孔，孔边有裂纹产生。设钢板的许用应力 $[\sigma] = 100$ 公斤/毫米 2 ， $K_{Ic} = 700$ 公斤·毫米 $^{-\frac{3}{2}}$ ，小圆孔之半径 $r = 25$ 毫米， $a = 6$ 毫米，且为单边裂纹。

介：这个问题很有实际意义，它可代表铆钉孔侧边产生裂纹的情

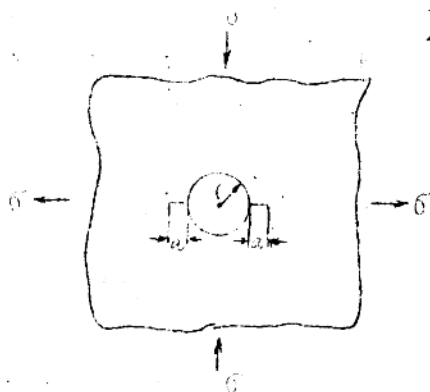


图1-2 受拉板孔边裂纹

形。裂纹可以是单边的，也可以是双边的；载荷也可以是单轴的，也可以是双轴的。

对于此例，它的 K_1 表达式是： $K_1 = \sigma \sqrt{\pi a} \cdot f\left(\frac{a}{Y}\right)$ 其中 $f\left(\frac{a}{Y}\right)$ 是小孔的影响修

正，见下表：

	a/r	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.5	2.0	3.0	5.0	10.0	∞
单 裂 纹	σ -单轴	3.39	2.73	2.30	2.04	1.86	1.73	1.64	1.47	1.37	1.18	1.06	0.94	0.81	0.75	0.707
	σ -双轴	2.26	1.98	1.82	1.67	1.58	1.49	1.42	1.32	1.22	1.06	1.01	0.93	0.81	0.75	0.707
双 裂 纹	σ -单轴	3.39	2.73	2.41	2.15	1.96	1.83	1.71	1.58	1.45	1.29	1.21	1.14	1.07	1.03	1.00
	σ -双轴	2.26	1.98	1.83	1.70	1.61	1.57	1.52	1.43	1.38	1.26	1.20	1.13	1.06	1.03	1.00

$\therefore a/Y = 6/25 = 0.24$ ，对单裂纹、双轴应力可用插值法得 $f\left(\frac{a}{Y}\right) = 1.76$ ，代入

$K_1 = K_{1C}$ 式中得临界应力 σ_C ：

$$\sigma_C = \frac{K_{1C}}{\sqrt{\pi a} \cdot f\left(\frac{a}{Y}\right)} = \frac{700}{\sqrt{3.14 \times 6} \cdot 1.76} = 91.6 \text{ 公斤/厘米}^2$$