

全国《压力計量与测试新技术讨论会》

论文集

(下)

中国計量测试学会

中国仪器仪表学会过程检测控制仪表学会

一九八七年九月

目 录

(下 册)

30. 朱明武	动态均方根误差的讨论	1
31. 潘德恒	动态压力测量比对的数据处理方法	11
32. 廖宏年	动态压力的准静态测试概念	21
33. 成志尧	压力传感器动态校准的几个问题	34
34. 肖 峰	激波管传输函数测量误差的计算机模拟	44
35. 王曙光	高压传感器准8冲激动态校准研究	59
36. 陈 峰	压电式压力传感器的加速灵敏度标定	72
37. 周红旗	标定激波管阶跃压力平台的研究	79
38. 韩惠林	提高标定激波管阶跃压力的一种新方法	94
39. 胡泽根	气泡用低压铍铜计及测量系统的研制	111
40. 宋尔茂	动态压力测量的一种新型传感器——石英晶体卡式无源测压传感器	120

41. 王贊成	高压动态测量	130
42. 韓治德	动态压力测量系统的容腔效应	140
43. 焦國权	大量程高频响压力传感器的动态 标定新方法的研究介绍	151
44. 梁 健	兰州研究中心的两种动态压力校 准设备介绍	154
45. 刘仓理	冲击波波剖面测量技术	165
46. 苏根底	冲刷测压系统中压力波动的特征 及动态特性分析	174
47. 潘甲臣	780 B 压力测量系统综述	192
48. 梁志安	DP5540 压力扫描开关	202
49. 李采祥	扫描测压技术及其在航空发动机 测试中的应用	216
50. 庄惠农	现代试井中的井下压力测量	230
51. 常 见	提高油气井测压精度的方法之一 ——为 HP28/3 B 石英压力 探头加装测温传感器	247
52. 甘妙昌	矿山压给机气体流量的测试方法 探讨	256
53. 龚仲良	消除压力脉冲干扰的措施	269
54. 许新民	压力传感器自动测试校准系统	278
55. 孙德辉	压力传感器静标试验数据的计算 器和计算机处理	289

56. 孙宝林	APPLE-Ⅱ型微机在压力 传感器测试中的应用	301
57. 张文龙	TP80/A单板微机在防护 工程多点压力参数远距离自动 检测中的应用	317
58. 吴亦玲	智能巡检仪	333
59. 赵敏达	微机辅助的机电假手测试装置	341
60. 赵鸿林	应用微机采集数据处理动态压 力	350

动态均方根误差的讨论

朱明武

华东工学院

摘 要

如何以不确定度的形式给出动态误差的值,是一个尚未解决的问题。甚至还没有一个被公认的统一的“动态误差”的定义。人们只是用各种时域和频域的描述性指标去间接地说明动态误差的状况。本文推荐用动态均方根误差也就是动态误差函数的有效值作为“动态误差”的统一定义。文中对动态均方根误差的定义,物理意义、时域计算和频域计算的方法,它的量纲以及通过典型的一阶系统和二阶系统的阶跃响应的动态均方根误差的计算为例说明它与传统的描述性指标之间的关系,还讨论了系统动态误差和随机干扰的合频及通频带优化目标等问题。

一、前言

随着科学技术对动态测量的需要日益增长,要求给出测试结果的动态误差范围的呼声也随之增长。然而迄今为止还没有一个被公认的统一的动态误差的定义,测试工作者只能给出所用仪器的动态特性的描述性指标(包括频域和时域的),但无法就动态误差那样用不确定度的形式给出动态误差。然而当人们需要根

当动态测量数据去作出重要的工程或技术上的决断时，必然要问：这些测试结果的误差（包括静态和动态的）究竟有多大？这个问题将日益变得迫切而尖锐。要回答这个问题首先就需要有一个关于“动态误差”的定义。

二、动态均方根误差

对于一个被测的时变讯号 $x(t)$ ，我们假设用两个测量系统同时去测量，一个是理想的测量系统，其输出为 $y_1(t)$ ；另一个是实际的测量系统其输出为 $y_2(t)$ 。实际系统与理想系统之行

$$e(t) = y_1(t) - y_2(t) \quad (1)$$

可以定义为动态误差函数。为了便于讨论我们假设各个系统的静态误差都可以忽略不计，而且其静态灵敏度都是一样的。 $e(t)$ 的形成原因有两个，一是由于测试系统本身动态响应特性不理想所造成的，可以称为“系统动态误差”；二是由于输出讯号中混入了随机干扰讯号所造成的。对于线性系统这两者一般是简单叠加的：

$$e(t) = \alpha(t) + \beta(t) \quad (2)$$

式中 $\alpha(t)$ ——系统动态误差； $\beta(t)$ ——随机干扰。

我们将着重讨论前者。

显然， $\alpha(t)$ 是关于实际测试系统在测量 $x(t)$ 时的动态误差函数，有的文献上^[3]就定义它为动态误差。然而 $\alpha(t)$

是时间函数，并不是一个确定的值，因此无法直接说明动态误差的大小。人们自然会想到取 $\alpha(t)$ 的最大值作为动态误差的判据，即取 $\delta_1 = \max |\alpha(t)|$ 。那么测量结果的动态误差可以用 $\pm \delta_1$ 表示，动态误差永远不会超过这个范围。看起来这是一个简单而方便的判据。然而文献[1]通过简单的一阶和二阶系统的阶跃响应的例子，说明在输入讯号间断点处 δ_1 总是等于阶跃幅值，换句话说讲就是系统的动态响应无优劣之分，在阶跃点处都有100%的动态误差。当然，当 $\alpha(t)$ 是连续函数时 δ_1 还是能反映系统动态特性优劣的，但是阶跃讯号终究是一个重要的典型讯号，而且实际的被测讯号也难免有类似于阶跃的间断点，因此用 δ_1 作为动态误差的判据是不理想的。

众所周知在曲线拟合时经常根据最小二乘原理令拟合曲线与理想曲线之间的误差平方和为极小。根据这个思想，我们也可以取实际响应曲线 $y_x(t)$ 与理想曲线 $y_1(t)$ 之间的误差平方和的大小作为 $y_x(t)$ 优劣的判据，即令

$$\delta_w = \lim_{T \rightarrow \infty} \int_{-T}^T \alpha^2(t) dt \quad (3)$$

取 δ_w 为判据的实际困难是在 $(-\infty, +\infty)$ 区间内积分，对于实际的测量结果是不可能实现的，只可能在有限区间 $(-T, T)$ 内积分。这样，如果 $\alpha(t)$ 无限延续，则计算结果就是 T 的单调增函数，换句话说讲就是用同一个系统对同一个讯号进行测量，测量的时间 $2T$ 越长，则动态误差越大，这显然是荒谬的。为了

改进这个缺陷可以用误差的方均值作为判据：

$$\sigma_p = \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} \alpha^2(t) dt \quad (4)$$

当然(4)式也可视为在任意感兴趣的区间积分：

$$\sigma_p = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \alpha^2(t) dt \quad (4a)$$

其实 σ_w 就是误差函数 $\alpha(t)$ 的总能量，只有当 $\alpha(t)$ 为有限能量讯号时才有意义，测量系统在延续时间有限的瞬变讯号作用下通常会出现这样的误差函数。而 σ_p 则是误差函数 $\alpha(t)$ 的平均功率，只有当 $\alpha(t)$ 为有限功率讯号的条件下有意义，测量系统在周期讯号或随机讯号作用下通常将出现这类误差函数。

不难证明当输入讯号 $x(t)$ 为单位阶跃时，一阶系统的误差能量为

$$\sigma_w = \frac{\tau}{2} \quad (5)$$

式中 τ ——一阶系统的时间常数。而二阶系统的误差能量为

$$\sigma_w = \frac{1}{\omega_n} \left(\frac{1 + 4\xi^2}{4\xi} \right) \quad (6)$$

式中： ω_n ——二阶系统的固有角频率(rad/s)； ξ ——

二阶系统的阻尼比。

由(5)式可知误差判据 σ_w 与时间常数 τ 成正比,减小 τ 则 σ_w 减小,这与传统的描述性的结果是一致的。

由(6)式可知,二阶系统的误差判据与 ω_n 成反比,固有频率越高则 σ_w 越小这也与传统的观点一致,另外当阻尼比 $\xi=0.5$ 时 σ_w 最小,这一点与传统的认为 $\xi=0.6\sim 0.8$ 最佳的观点稍有出入,这是由于参数优化的目标的差异造成的,并不奇怪。其实由(6)式不难证明当 ξ 由0.5变到0.8 σ_w 只相差10%左右。

好的动态误差判据并不一定能作为动态误差的定义。动态误差的量纲应当是与 y_r 或 x 相同。而 σ_w 的量纲是 $[y]^2(T)$, σ_p 的量纲是 $[y]^2$ 。只有 $\sqrt{\sigma_p}$ 的量纲与输出量相同。因而测量结果及其动态误差可以表示为:

$$y_r(t) \pm \sqrt{\sigma_p} \quad (7)$$

$$\text{或 } x_r(t) \pm \frac{\sqrt{\sigma_p}}{K_r} \quad (8)$$

式中 $x_r(t) = y_r(t)/K_r$, K_r ——测量系统的灵敏度。如前所述, σ_p 只适用于 $x(t)$ 为周期讯号或随机讯号的情况。当 $x(t)$ 为瞬变讯号时 $\sigma_p \rightarrow 0$,只有 σ_w 存在,这时可以用 $\sqrt{\sigma_w}/T$ 作为动态误差。这里的 T 是瞬变讯号的延续时间。 $\sqrt{\sigma_p}$ 就是动态误差的均方根值,也可以借用电工学的名称叫作动态误差的有效值。

三、动态均方根误差的频域计算

我们首先讨论 σ_p 的计算。上一节对 σ_p 从时域作了定义，时域计算式也就是其定义式。本节讨论其频域的计算方法。

当不考虑干扰信号时有

$$e(t) = y_i(t) - y_r(t)$$

其付里叶变换记为 $A(j\omega)$

$$\begin{aligned} A(j\omega) &= Y_i(j\omega) - Y_r(j\omega) \\ &= X(j\omega) [H_i(j\omega) - H_r(j\omega)] \\ &= X(j\omega) \cdot \Delta H(j\omega) \end{aligned} \quad (8)$$

式中： $\Delta H(j\omega) = H_i(j\omega) - H_r(j\omega)$ ， $X(j\omega)$ 和 $Y(j\omega)$ 分别为 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的付里叶变换， $H_i(j\omega)$ 和 $H_r(j\omega)$ 分别为理想系统和实际系统的付里叶传递函数。

根据 Parseval 定理

$$\begin{aligned} \sigma_p &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T \frac{|A(j\omega)|^2}{2T} df \quad (9) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T \frac{|X(j\omega)|^2}{2T} \cdot |\Delta H(j\omega)|^2 df \end{aligned}$$

式中 $\left(\frac{|A(j\omega)|^2}{2T} \right)_{T \rightarrow \infty} = S_e(f)$ 称为 $e(t)$ 的功

率谱密度函数。 $\left[\frac{|X(j\omega)|^2}{2T} \right]_{T \rightarrow \infty} = S_X(f)$ 是

$\mathcal{X}(t)$ 的功率谱密度函数。

类似的推导可得：

$$S_W = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^T |X(j\omega)|^2 \cdot |\Delta H(j\omega)|^2 df \quad (10)$$

在公式(9)和(10)中的 $\Delta H(j\omega) = H_i(j\omega) - H_T(j\omega)$ ，为了确定 $\Delta H(j\omega)$ ，首先要确定理想系统的付氏传函 $H_i(j\omega)$ 的式子。根据无失真传输的定义(二种)：

$$y_i(t) = Kx(t) \quad (11)$$

或
$$y_i(t) = Kx(t - \Delta\tau) \quad (11a)$$

式中 K ——灵敏度， $\Delta\tau$ 对 $x(t)$ 的时延。相应的付氏传函为：

$$H_i(j\omega) = K(\omega) \angle \varphi(\omega) = K \angle 0 \quad (12)$$

或
$$H_i(j\omega) = K \angle \omega \cdot \Delta\tau \quad (12a)$$

按后一个定义，只要时延 $\Delta\tau$ 是常数，系统都算是理想的，这就有一个关于 $\Delta\tau$ 的合适选择的问题。当已知实际系统的相频特性时，可以在值得考虑的频率范围内对上述相频特性曲线作一

系过零的最小二乘直线，取该直线的斜率作为理想系统的时延值 $\Delta \tau$ 。有 $H_I(j\omega)$ 和 $H_T(j\omega)$ 则这两个复函数之差的模 $|\Delta H(j\omega)|$ 为：

$$|\Delta H(j\omega)| = \sqrt{2(K_T^2 + K_I^2 \Delta K(\omega))(-\cos \Delta \varphi) + \Delta K^2(\omega)} \quad (13)$$

式中 $K_I = |H_I(j\omega)|$ ， $\Delta K(\omega) = |H_I(j\omega)| - |H_T(j\omega)|$ ， $\Delta \varphi(\omega) = \arg[H_I(j\omega)] - \arg[H_T(j\omega)]$ 。

将(13)式代入(9)和(10)式可得

$$\sigma_P^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_x^2 \{2(K_T^2 + K_I^2 \Delta K(\omega))(-\cos \Delta \varphi) + \Delta K^2(\omega)\} d\omega \quad (14)$$

$$\sigma_W^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |X(j\omega)|^2 \{2(K_T^2 + K_I^2 \Delta K(\omega))(-\cos \Delta \varphi) + \Delta K^2(\omega)\} d\omega \quad (15)$$

由(14)和(15)式就不难进一步算出动态误差的均方根值。由(14)和(15)式可知要想计算动态误差，首先要知道被调信号的具体情况；另外还要知道系统的幅频特性和相频特性。

四、讨论

1. 用动态均方根误差作为动态误差的定义，其定量计算的结果与传统的描述性指标的优劣之间有着对应的关系。因此是一致的。

2. 动态均方根误差的量纲与测量讯号（或仪器输出讯号）的量纲是一致的。

3. 如果测量系统同时存在着系统动态误差 $\alpha(t)$ 和随机干扰讯号 $\beta(t)$ ，由于通常采用 $\beta(t)$ 的均方值或均方根值作为随机讯号强弱的判据。所以总的动态误差 $\varepsilon(t)$ 与 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 之间关系可以用

$$\sqrt{\overline{\varepsilon^2}} = \sqrt{\overline{\alpha^2} + \overline{\beta^2}} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} [\overline{B_{\alpha}(f)} + \overline{B_{\beta}(f)}] df} \quad (16)$$

式中 $\overline{\alpha^2}$ 表示 $\alpha(t)$ 的方均值，其余类同。 $\overline{B_{\alpha}(f)}$ 和 $\overline{B_{\beta}(f)}$ 分别为 $\alpha(t)$ 和 $\beta(t)$ 的功率谱密度函数。

由(16)式可知，当仪器通频带展宽时，系统动态误差的方均值 $\overline{\varepsilon^2}$ 减小，但是随机干扰的强度（方均值） $\overline{\beta^2}$ 却将增大。因此必存在一个最佳通频带，使总的动态误差 $\sqrt{\overline{\varepsilon^2}}$ 为最小。这就是系统频响特性的优化的一个明确目标。

4. 为了促动态均方根误差的定义真正能为测试工作所肯定应用，则必须对各种典型的测量讯号收集和积累其频响特性的数据，并建立其数据标准，这样只是有了测量系统的频响特性玩

能估算其测试结果的动力误差范围。

参考文献

- (1) 朱明武,《动态误差的定义及其算法》,“测试技术学报”
1986年第一期
- (2) Woschni, M. G. Dynamics of Measurement
Relations to System and Information
Theory,《Instrument Science and Technology》
Vol. 1, Adam Hilger Ltd, Bristol, 1982
- (3) E. P. Bentley, Principles of Measurement
Systems, Longman House, 1983
- (4) 朱明武等,《动态测试》国防工业出版社, 1983

动态压力测量比对的数据处理方法

潘德恒

太原机械学院

摘 要

目前用以激励传感器的动态压力源都存在重复性不高的问题。这导致被比对传感器的精密度缺乏有效的分析。从而也使标准传感器的标准性存疑。本文提出一种最小二乘法处理数据方法，可以有效地判定各个传感器的精密度。只要参加比对的传感器总数在四个以上。这种方法不仅可用于压力传感器的动态量比对，也可推广用于其它动态测量用的传感器，如加速度传感器、力传感器等；对静态传感器也有一定使用价值。

一、前言

在目前，动态测量用的传感器尚缺乏绝对校准的最好手段。这是因为动态源本身的复现性一般很差。通常必须借助所谓标准传感器，或若干个标准传感器一组作为依据，使校准的传感器也可能是若干个一组。这样的测试实际上仍是一种比对。我们常无选择到动态压力的等值。但运用最小二乘法处理，只要参加比对的传感器总数在四个以上时，可以有效地判定各个传感器的精密度——无妨是标准传感器组或被校准传感器组中的某一个。对

两者的差异仅在于标准传感器一定是高精度的，并可以通过校准掌握其动态响应的频率特性，从而可以用准静态方法来与静态标准器相联系，例如汞柱压力计或活塞式压力计等相联系，使其准确度可得肯定；而一般的被校传感器可能不能同时做到这两点。

本文将主要从理论上阐述这一方法的要点与结论。从方法本身原不仅限定用于压力传感器。

二、理论概述

众所周知，可将标准源压力值看作一随机变量集，其中一次实验测得的值为该集中的一个确定值，而各测量系统所得测值与其亦有一定的偏差，它们分别构成各测量系统测值的随机变量集。现分别称之为 X 和 X_i ($i=1, 2, 3, \dots, n$) 标号 i 表示系统集号，集中各元用小写字母 x 和 x_{ik} 表示，标号 k 表示测量序号。这集就有 $X_i = x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ik}, \dots, x_{in}$ 。当谈及两个测量系统的测值集时，我们用另一标号 j 来表示，以示区别。当讨论各不同测量系统测值之差时我们用 Δ_{ix} 和 Δ_{ij} 来表其集合，其元仍以 k 作标号，虽然只有同标号上的值才有可比性。而且，虽然 X_i, X_j 与 X 之间有强的相关性，各 Δ 之间却并不相关。于是我们有

$$\Delta_{ik} = x_{ik} - x;$$

$$\Delta_{jk} = x_{jk} - x;$$

$$\Delta_{ij} = x_{ik} - x_{jk} = \Delta_{ix} - \Delta_{jx}$$

假设 X, X_i, X_j 均服从正态分布, 易证作为其简单线性组合的各 Δ 也均服从正态分布, 且有下列期望值间与方差间的关系

$$E(\Delta_{ix}) = E(X_i) - E(X) = \varepsilon_i \quad (/a)$$

$$E(\Delta_{jx}) = E(X_j) - E(X) = \varepsilon_j \quad (/b)$$

$$E(\Delta_{ij}) = E(X_i) - E(X_j) = \varepsilon_{ij} = \varepsilon_i - \varepsilon_j \quad (/c)$$

$$D(X_i) = D(\Delta_{ix}) + D(X) = \sigma_i^2 + \sigma_x^2 = \sigma_{ix}^2 \quad (/d)$$

$$D(X_j) = D(\Delta_{jx}) + D(X) = \sigma_j^2 + \sigma_x^2 = \sigma_{jx}^2 \quad (/e)$$

$$D(\Delta_{ij}) = D(\Delta_{ix}) + D(\Delta_{jx}) = \sigma_i^2 + \sigma_j^2 = \sigma_{ij}^2 \quad (/f)$$

上列各式涉及 ε 和 σ^2 的等式均为简化书写方式采用之定义。

注意到前三式中左边的值只有 $E(\Delta_{ij})$ 可由统计方法得到其估计值。因此永远无法求出 ε_i 和 ε_j 来。这是此方法内在的无可弥补的缺点。

对后三式则不同, 左边的值均可由统计方法得出估计值。只要足够数目的样本, 估计值有相当高的精度, σ_x^2 、 σ_{ix}^2 、 σ_{jx}^2 都可由此确定。

然而, 实际上由于动能测量重复性低, σ_x^2 比 σ_i^2 和 σ_j^2 大得多, 从而 σ_{ix}^2 、 σ_{jx}^2 比 σ_{ij}^2 也大得多, 误差可达数十倍甚至数百倍。只有样本量极大, 才能得出有意义的解来, 从而使这种方法失去实用价值。