

高等工业学校

工程数学函授教学大纲

(草案)

(工科各专业试用)

人民教育出版社

一九八二年一月

高等工业学校
工程数学函授教学大纲
(草 案)
(工科各专业试用)

*

人民教育出版社出版
新华书店北京发行所发行
人民教育出版社印刷厂印装

*

开本 850×1168 1/32 印张 0.5 字数 12,000

1982年2月第1版 1982年4月第1次印刷

印数 00,001—25,500

书号 7012·0514 定价 0.08 元

本函授教学大纲系教育部委托武汉水利电力学院、哈尔滨建筑工程学院提出初稿,武汉水利电力学院负责汇总,经一九八一年十二月教育部在石家庄召开的高等工业学校函授教学工作会议审订。

工程数学函授教学大纲

(一) 线性代数 (96 学时)

行列式

n 阶行列式的定义及其性质。解线性方程组的克莱姆 (Cramer) 法则。

矩阵

矩阵的概念。矩阵的和与差。数量与矩阵的积。矩阵和矩阵的积。么阵。逆阵。对称矩阵。正交矩阵。矩阵的初等变换。初等阵。矩阵的秩。

线性方程组

线性方程组 解的研究。非齐次线性方程组。齐次线性方程组。基础解系。

线性空间和线性变换

线性空间。线性相关与线性无关。线性空间的维与基。向量的坐标与坐标变换。线性变换。线性变换关于给定基的矩阵。线性变换在新基下的矩阵。线性变换的特征值与特征向量。

二次型

二次型。二次型的标准形式。正定二次型的条件(叙述)。

(二) 概率论 (96 学时)

排列与组合。集合及其运算简介。

事件与概率

随机事件与样本空间。事件的关系(包含、并、交、互斥、对立)。概率的定义。概率的运算(加法公式、条件概率、乘法公式)。概率的一些性质。全概率公式。贝叶斯(Bayes)公式。

随机变量及其分布

随机变量及分布函数。离散型随机变量及分布律。二项分布。泊松 (Poisson) 分布。连续型随机变量及分布密度。均匀分布。正态分布。

二元随机变量及其分布

二元随机变量。二元分布函数。边缘分布函数。二元正态分布。随机变量的独立性。随机变量的函数的分布 (随机变量的平方、两随机变量的和)。

随机变量的数字特征

数学期望及其性质。方差及其性质。相关系数。

大数定律和中心极限定理

切比雪夫 (Чебышев) 不等式。切比雪夫大数定律。伯努利 (Bernoulli) 大数定律。中心极限定理的叙述。

(三) 场论 (36 学时)

矢量分析

矢性函数。矢性函数的导数。导数公式。矢性函数的积分。

场论

数量场与矢量场。方向导数与梯度。通量与散度。环量与旋度。势量场。管形场与调和场。哈密顿 (Hamilton) 算子。

梯度、散度、旋度与拉普拉斯算子在柱面坐标系和球面坐标系中的表达式 (叙述)。

(四) 复变函数 (90 学时)

区域

单连域与多连域。

复变函数的概念

复变函数的定义。映射概念。极限与连续 (简述)。

复变函数的导数

导数的定义。解析函数。函数解析的充要条件。解析函数与调和函数的关系。

初等函数

指数函数。三角函数和双曲函数。对数函数。幂函数。

复变函数的积分

积分的定义及计算方法。柯西 (Cauchy) 定理及其推广。柯西积分公式。解析函数的高阶导数。

幂级数与罗朗级数

复数项级数。幂级数。阿贝尔 (Abel) 定理。收敛圆与收敛半径。泰勒 (Taylor) 级数。罗朗 (Laurent) 级数。

留数

孤立奇点。留数定理。极点上的留数算法。留数在积分计算上的应用举例。

保角映射

导数的几何意义。保角映射的概念。分式线性映射。几个初等函数的映射 ($w = z^n$, 其中 n 为自然数; $w = e^z$)。

(五) 傅立叶变换与拉普拉斯变换 (42 学时)

傅立叶 (Fourier) 变换

傅立叶积分公式。傅立叶变换的定义。单位脉冲函数及其傅氏变换式。傅氏变换的主要性质 (线性、位移、微分、积分)。

拉普拉斯 (Laplace) 变换

拉氏变换的定义。存在定理 (叙述)。拉氏变换的主要性质 (线性、位移、延迟、微分、积分)。拉氏逆变换。海维赛德 (Heaviside) 第一展开式。卷积。微分方程的拉氏变换解法。

(六) 数学物理方程 (48 学时)

三个典型的偏微分方程的推导。初始条件。边界条件。定解问题。有界弦的自由振动问题。有限长杆的热传导问题。圆形域内的拉普拉斯方程的狄氏问题的分离变量解法。非齐次边界条件的处理。有界弦的强迫振动问题。无界弦的自由振动问题的达朗贝尔 (D'Alembert) 解法及其解的物理意义。

三个典型数学物理方程在球面坐标系、柱面坐标系中的分离变量解法举例。

(七) 贝塞尔函数与勒让德多项式 (42 学时)

贝塞尔 (Bessel) 函数

贝塞尔方程及其求解。第一类与第二类贝塞尔函数。递推公式。贝塞尔函数的零点与正交性。函数的傅立叶-贝塞尔展开式。虚宗量贝塞尔函数。

勒让德 (Legendre) 函数

勒让德方程及其求解。勒让德多项式。勒让德多项式的递推公式。勒让德多项式的正交性。函数的傅立叶-勒让德展开式。

附工程数学函授教学大纲说明书

一、课程的性质和任务

工程数学是工科各专业继高等数学之后的一门基础课。通过这门课程的学习,使学生获得线性代数、概率论、场论、复变函数……的基本知识和必要的基本运算技能,同时使学生在运用数学方法分析问题和解决问题的能力方面得到进一步的培养和训练,为学习有关专业课程和扩大数学知识面提供必要的数学基础,为培养适应四个现代化需要的高级工程技术人材服务。

二、课程的基本要求、重点、难点、深广度及面授建议

(一) 线性代数

1. 基本要求

(1) 正确理解 幺阵,对角阵,正交阵,线性方程组的相容性,向量组的线性相关与线性无关,向量空间和它的维与基,线性变换及其矩阵表示,线性变换的特征值。

(2) 掌握并能运用 行列式计算法则,克莱姆法则解线性方程组,齐次线性方程组有非零解的条件,矩阵的运算法则(加、减、数乘,两矩阵相乘,矩阵的转置),逆矩阵,矩阵的秩,用初等阵作变换。此外还能化二次型为标准形式,写出线性变换的矩阵表示。

2. 重点与难点

重点 矩阵的乘法,用矩阵解线性方程组,齐次线性方程组有非零解的条件,化二次型为标准形式。

难点 线性相关性。线性变换的特征值及特征向量。

3. 深广度说明

(1) 行列式的定义可以采用在三阶行列式的基础上用拉普拉

斯展开式方法定义四阶以至 n 阶行列式,指出 n 阶行列式性质同于三阶,不作一般推证。

(2) 用克莱姆法则解线性方程组的习题可以选简单一些的。

(3) 化二次型为标准形式可以只讲配方法。

4. 面授建议

(1) 要讲清矩阵的概念,特别要把矩阵与行列式从概念上分清。向量组的线性相关性、线性空间等基本概念也要讲清楚。

(2) 矩阵的基本运算中,要着重讲矩阵与矩阵的乘法。

(3) 齐次线性方程组有非零解的条件要搞清楚。

(4) 要说明线性变换与它的矩阵表示之间的关系。

(5) 面授时数分配的建议:

(i) 行列式、矩阵、矩阵运算 6 学时

(ii) 线性方程组的解 4 学时

(iii) 向量空间和线性变换 5 学时

(iv) 二次型 1 学时

(v) 习题课(矩阵运算、线性方程组求解、向量组的线性相关性、线性变换在给定基下的矩阵表示等) 2 学时

(二) 概 率 论

1. 基本要求

(1) 正确理解 随机事件,样本空间,事件的概率,事件的独立性,条件概率,随机变量,分布函数,离散型的分布律及连续型的分布密度。

(2) 掌握并能运用 概率的运算法则,全概率公式,二项分布,泊松分布,均匀分布,正态分布,随机变量函数(和及平方)的分布,数学期望和方差。

(3) 会求一些简单问题的分布,会由分布计算一些事件的概率。

2. 重点与难点

重点 事件与事件的概率,一元随机变量及其分布,二项分布与正态分布,数学期望和方差.

难点 事件之间的关系,概率运算法则的运用,随机变量及其分布函数的概念.

3. 深广度说明

(1) 概率和随机变量的概念,以理解其直观意义为主,不必追求严格的数学定义.

(2) 古典概型问题着重搞清概率的概念,对习题不作过高要求.

(3) 数学期望的性质可仅就连续型情形予以证明.

(4) 中心极限定理只叙述,并举棣美弗-拉普拉斯积分极限定理为例.

(5) 集合、排列组合如已学过,则可略去.

4. 面授建议

(1) 事件的运算及概率的性质是基本内容,是学习概率论的基础,应讲清楚. 古典概型的讨论有助于概率论基本概念的直观理解,应予以重视. 但古典概型概率的计算需要一定的技巧,建议通过习题课搞清概率的概念,并使学生能正确运用加法公式、乘法公式等进行概率计算,题目不宜过难.

(2) 对随机变量及其分布,可着重讲一元的情形. 由于离散型随机变量与连续型随机变量的取值范围不同,因此对它们的描述及处理方法也不同,应该进行对比以加深理解.

(3) 对数学期望和方差,要讲清其概率统计意义.

(4) 面授时数分配的建议

- | | |
|-----------------|------|
| (i) 事件与概率 | 6 学时 |
| (ii) 随机变量及其分布 | 5 学时 |
| (iii) 随机变量的数字特征 | 4 学时 |

- | | |
|-------------------------|------|
| (iv) 大数定律、中心极限定理 | 1 学时 |
| (v) 习题课(事件与概率、随机变量及其分布) | 2 学时 |

(三) 场 论

1. 基本要求

- (1) 正确理解 数量场、向量场、梯度、散度和旋度等概念。
- (2) 掌握 梯度、散度、旋度的计算公式。

2. 重点与难点

重点 梯度、散度、旋度的概念和计算公式。

难点 旋度的概念。

3. 深广度说明

二阶运算符只讲 $\text{div grad } \varphi$, 其余结合有关内容写出。

4. 面授建议

- (1) 结合物理背景重点讲授梯度、散度、旋度。
- (2) 三个矢量场中只讲势量场。
- (3) 面授学时数分配建议:

- | | |
|------------------|------|
| (i) 矢性函数、数量场、矢量场 | 2 学时 |
| (ii) 梯度、散度、旋度 | 5 学时 |
| (iii) 势量场 | 1 学时 |

(四) 复 变 函 数

1. 基本要求

(1) 正确理解 区域, 复变函数, 复变函数的导数, 解析函数, 复变函数的积分, 留数, 保角映射。

(2) 掌握并能运用 柯西-黎曼条件, 柯西定理, 柯西积分公式, 高阶导数公式, 留数定理, 分式线性映射。

(3) 会求复变函数的积分, 能将某些简单函数展成罗朗级数。会计算极点上的留数。

2. 重点与难点

重点 解析函数及其性质, 柯西定理及柯西积分公式, 留数, 分式线性映射.

难点 保角映射.

3. 深广度说明

(1) 极限、连续、收敛等概念只要求简述.

(2) 区域之间的映射只要求能由分式线性函数、幂函数 ($w = z^n$, n 为自然数), 指数函数 ($w = e^z$) 解决一些简单的映射问题.

4. 面授建议

(1) 面授时应注意复变函数与实变函数之间有关概念、方法的联系与对比, 对相同之处可以简述, 不同之处则要着重指出并且讲清复变函数所特有的内容.

(2) 要着重讲清保角映射的概念, 关于建立区域之间的保角映射, 只举一二个简单例子.

(3) 面授时数分配的建议:

(i) 复变函数、解析函数	3 学时
(ii) 积分	3 学时
(iii) 罗朗级数	2 学时
(iv) 奇点与留数	2 学时
(v) 保角映射	3 学时
(vi) 习题课(解析函数、罗朗级数、积分法、留数计算、保角映射)	3 学时

(五) 傅立叶变换与拉普拉斯变换

1. 基本要求

(1) **正确理解** 傅氏变换、拉氏变换的概念.

(2) **理解并能运用** 傅氏变换和拉氏变换的线性性质、位移性质、微分性质、积分性质, 拉氏变换的卷积定理, 拉氏逆变换

定理.

(3) 掌握某些常见函数(如 e^{at} , $\sin kt$, $\cos kt$, $t^k(k > -1)$, $\delta(t)$)的变换公式. 会查表求象函数和象原函数. 会用拉氏变换解常系数线性微分方程及方程组.

2. 重点与难点

重点 傅氏变换、拉氏变换及其逆变换的概念, 微分性质与积分性质, 拉氏变换的逆变换及海维赛德展开式.

难点 δ 函数的概念, 拉氏逆变换定理及海维赛德展开式.

3. 深广度说明

(1) 能运用拉氏变换求解一些常系数线性微分方程的初值问题.

(2) 对于极限顺序交换的问题不要求深究.

4. 面授建议

(1) 根据专业的需要, 可以用较多的时间讲拉氏变换及其应用. 对于不讲复变函数的专业, 应略去拉氏逆变换的积分形式及海维赛德展开式, 只要求会查表求象函数及象原函数.

(2) 要指出单位跃变函数 $1(t)$ 不同于常数 1, 单位脉冲函数 $\delta(t)$ 不同于一般的函数, 建议利用图形说明.

(3) 面授时数分配的建议:

- | | |
|----------------------------|------|
| (i) 傅立叶变换及性质 | 2 学时 |
| (ii) 拉普拉斯变换及性质 | 2 学时 |
| (iii) 海维赛德展开式、拉氏变换的卷积定理 | 2 学时 |
| (iv) 习题课(查表求拉氏变换的象函数及象原函数) | 2 学时 |

(六) 数学物理方程

1. 基本要求

(1) **正确理解** 偏微分方程与初始条件、边界条件的一般概念.

(2) 了解三个典型方程的推导及相应定解问题的提法。

(3) 能运用分离变量法求解有界弦的振动问题、有限长杆的热传导问题、圆形域内的拉普拉斯方程的狄氏问题。

2. 重点与难点

重点 分离变量法。

难点 分离变量法中出现的固有值、固有函数的确定问题。

3. 深广度说明

关于解的存在性、唯一性与稳定性问题只在叙述定解问题时简略介绍一下。

4. 面授建议

(1) 三个典型方程的推导可重点讲清其中一个，并结合方程说明初始条件及边界条件的物理背景。

(2) 着重讲清分离变量的思想方法与一般求解步骤。

(3) 面授时数分配的建议：

(i) 典型方程、初始条件、边界条件 3 学时

(ii) 分离变量法(包括非齐次边界条件的处理) 5 学时

(iii) 习题课(分离变量法) 2 学时

(七) 贝塞尔函数与勒让德多项式

1. 基本要求

(1) 了解贝塞尔方程和勒让德方程及其通解公式。

(2) 会使用递推公式。

(3) 能将一些简单函数展成傅立叶-贝塞尔级数和傅立叶-勒让德级数。

2. 重点与难点

重点 熟悉贝塞尔方程和勒让德方程的基本形式及其通解公式。

难点 将函数展开成傅立叶-贝塞尔级数及傅立叶-勒让德级

数。

3. 深广度说明

(1) Γ 函数及其性质用附注说明。

(2) 本章公式较多, 可选择其中一部分加以证明, 其余只说明其特点及用法。

4. 面授建议

(1) 可重点讲授贝塞尔函数, 勒让德多项式只作简单讲解。

(2) 指出贝塞尔方程和勒让德方程(或连带勒让德方程)的特征, 以便识别这两类方程, 从而写出方程的解。

(3) 要讲清 $J_0(x)$ 和 $J_1(x)$, 并指出利用递推公式可求出其它整数阶的 $J_n(x)$ 。

(4) 对于上述函数在数理方程中的应用仅举一例说明。

(5) 面授时间分配的建议:

(i) 贝塞尔方程及级数解 2 学时

(ii) 贝塞尔函数的性质, 将函数展成傅立叶-贝塞尔级数
2 学时

(iii) 数学物理方程的三个典型方程在柱面坐标系中的分离变量法 2 学时

(iv) 勒让德多项式 2 学时

(v) 习题课(函数的傅立叶-贝塞尔级数的展开式) 2 学时

三、本课程教学环节的说明

(一) 函授自学

自学是函授教学的主要环节。函授生在自学中应充分发挥主观能动性, 积极努力思考问题, 随时把学习心得进行归纳总结。除有计划地阅读本课程外, 还要经常联系有关内容复习《高等数学》(甚至中学数学), 以便了解知识的内在联系, 加深和巩固对所学内容的理解。

参加面授学习之前，函授生应针对有关内容进行学习，初步做到心中有数，以便听课时有所侧重。

对于自学中遇到的疑难问题，可通过书面答疑或面授答疑等方式，及时解决。

(二) 平时作业

通过运用所学的知识解答作业习题，可以加深对基本内容的理解，进一步巩固所学的知识，有利于培养分析问题和解决问题的能力。

在做作业前应首先搞清基本概念，了解有关公式、法则适用的条件，然后再进行解题。那种尚未了解基本内容就匆忙解题的做法，应该避免。

函授生应在规定的时间内认真、仔细、独立地完成作业。

(三) 面授讲课(包括习题课)

面授教师要精选讲课内容，力求做到难点讲解清楚，重点要突出。对学习中容易产生混淆和疑难的地方要强调指出并交待清楚。内容繁琐的证明不必逐点进行，但应指出论证的思路、步骤和要点。

酌量安排一些习题课。课上通过典型例题的分析，启发思路，传授解题方法。在指导学生演算一些基本类型题时，要注意培养学生分析问题和解决问题的能力，逐步提高运算技能。通过习题课还要了解学生对课程的掌握程度和教学中存在的问题。

(四) 测验作业及考试

应在认真复习、小结的基础上进行测验。

测验作业主要是阶段性的。由于工程数学内容较多，可在学完一种或两种关系较密切的内容后，安排一次测验作业。

按不同专业的教学计划，如系考试科目，则应在学完本课程

后, 经过全面系统的复习, 进行考试。考试及考前答疑安排在集中面授期间。函授生在参加集中面授之前, 应在教师指导下有计划地进行复习, 事先提出问题, 以便教师安排答疑。

四、学时分配及作业安排的建议

编 号	学 时 数 课程内容	教学环节	函授自学	平时作业	函授面授		测验作业及考试			合 计
					讲 课	习 题 课	测验 作业	复 习	考 试	
1	线性代数		40	21	16	2	3	12	2	96
2	概率论		40	21	16	2	3	12	2	96
3	场 论		12	9	8		3	4		36
4	复变函数		36	21	13	3	3	12	2	90
5	积分变换		15	10	8	2	3	4		42
6	数理方程		17	12	8	2	3	4	2	48
7	贝塞尔函数与勒让德多项式		15	10	8	2	3	4		42
总 计			175	104	77	13	21	52	8	450

五、说 明

各专业可根据需要选学本大纲中所列的部分内容。

六、推荐教材及参考用书

1. 沈恒范编《概率论讲义》

人民教育出版社出版 1966年4月第1版

2. 谢树艺编《矢量分析与场论》

人民教育出版社出版 1978年12月第1版

3. 西安交通大学高等数学教研室编《复变函数》(第二版)

人民教育出版社出版 1981年6月第2版

注: 以上教材的学习指导书将于1982年后陆续编写出版。