理 供、隹铁基的帮助参考书

考 文

电磁学题解

四川大学物理系电学教研室
成都大学物理教研室 合编

编 者 的 话

为了配合教学，给有关教师提供教学参考资料，我们对北京大学物理系赵凯华和陈熙谋同志所编“电磁学”一书的736道习题和思考题，逐一进行了解答，编印成“电磁学题解”，仅供内部参考。

解答的指导思想，力求概念准确，思路清楚，推理严密，方法简练，启发性强；对于许多有多种解法的题目，我们只提供了一种解法，不一定最佳。

由于水平有限，经验不足，时间仓促，不妥之处，在所难免，请同志们指正。

四川大学物理系电学教研室
成都大学物理教研室

一九八〇年二月

目　　录

第一章　静　电　场

§1. 静电的基本现象

思　考　题

1. 给你两个金属球，装在可以搬动的绝缘支架上。试指出使这两个球带等量异号电荷的方法。你可以用丝绸摩擦过的玻璃棒，但不使它和两球接触。你所用的方法是否要求两球大小相等？

答：将这两个金属球先接触，然后把一个带电体接近其中任意一球，再将两球移开即可。此法与球的大小无关。

2.（1）若将一个带正电的金属小球移近一个绝缘的不带电的导体时（图a），小球受到吸引力还是排斥力？

（2）若小球带负电（图b），情况将如何？

（3）若当小球在导体近旁（但未接触）时，将导体远端接地（图c），情况如何？

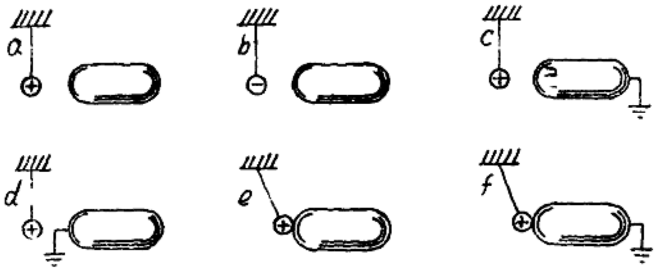
（4）若将导体近端接地（图d），情况如何？

（5）若导体在未接地前与小球接触一下(图e),将发生什么情况？

（6）若将导体接地，小球与导体接触一下后(图f)，将发生什么情况？

答：（1）吸引力。（2）吸引力。（3）吸引力。导体远端感应出的与近端异号的电荷入地。（4）吸引力。此时，导体近端感应出的异号电荷为带电小球上的电荷所吸引，被束缚在近端。而感应出的正电荷入地。（5）导体和小球均带正电荷，小球将被排开。（6）球上电荷经导体入

地，球回原位。



（思考题2）

3．带电棒吸引干燥软木屑，木屑接触到棒以后，往往又剧烈地跳离此棒。试解释之。

答：当干燥软木屑因被极化起电而吸到带电棒时，与带电棒接触，棒上电荷与木屑表面的异号电荷中和后，两者带同种电荷，互相排斥，所以，木屑往往又被弹开。

4．用手握铜棒与丝绸摩擦，铜棒不能带电。戴上橡皮手套，握着铜棒和丝绸摩擦，铜棒就会带电。为什么两种情况有不同的结果？

答：对于第一种情况，铜棒因摩擦所起之电通过人身入地，故铜棒不能带电；对于第二种情况，因铜棒已绝缘，故铜棒会积累电荷。

习　　题

1．真空中两个点电荷 $q_1 = 1.0\times10^{-10}$ 库仑，$q_2 = 1.0\times10^{-11}$ 库仑，相距100毫米，求 q_1 受的力。

解：设 q_1 受的力为 $\boldsymbol{F}$，根据真空中的库仑定律，其大小

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$=8.99\times10^{9}\times\frac{1.0\times10^{-10}\times1.0\times10^{-11}}{(100\times10^{-3})^{2}}$$

$=9.0\times10^{-10}$牛顿

其方向沿着q_2和q_1的联线，由q_2指向q_1。

2．真空中两个点电荷q与Q，相距5.0毫米，吸引力为40达因。已知$q=1.2\times10^{-6}$库仑，求Q。

解： $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQ}{r^2}$ 得

$$Q=\frac{F4\pi\varepsilon_0r^2}{q}$$

$$=\frac{-4.0\times10^{-4}\times4\times3.14\times8.85\times10^{-12}\times(5.0\times10^{-3})^2}{1.2\times10^{-6}}$$

$=-9.3\times10^{-13}$库仑

3．为了得到一库仑电量大小的概念，试计算两个都是一库仑的点电荷在真空中相距一米时的相互作用力和相距一千米时的相互作用力。

解：（1）设相距一米时的相互作用力为F，

则 $F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1q_2}{r^2}=8.99\times10^{9}\times\frac{1\times1}{1^2}$

$=9.0\times10^{9}$牛顿

（2）设相距一千米时的相互作用力为F′

$F'=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1q_2}{r^2}=8.99\times10^{9}\times\frac{1\times1}{(10^{3})^2}$

$=9.0\times10^{3}$牛顿

4．氢原子由一个质子（即氢原子核）和一个电子组成。根据经典模型，在正常状态下，电子绕核作圆周运动，轨道半径是5.29×10^{-11}米。已知质子质量$M=1.67\times10^{-27}$千克，电子质量$m=9.11\times10^{-31}$千克，电荷分别为$\pm e=\pm1.60\times10^{-19}$库，万有引力常数$G=6.67\times10^{-11}$

牛顿·米²/千克²。（1）求电子所受的库仑力；（2）库仑力是万有引力的多少倍？（3）求电子的速度。

解：（1）设电子受的库仑力为F，根据库仑定律，其大小

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1q_2}{r^2}=8.99\times10^9\times\frac{(1.60\times10^{-19})^2}{(5.29\times10^{-11})^2}$$

$$=8.23\times10^{-8}\text{牛顿}$$

（2）设电子受的万有引力为f，根据万有引力定律 $f=G\frac{mM}{r^2}$，代入数据，得

$$f=6.67\times10^{-11}\times\frac{9.11\times10^{-31}\times1.67\times10^{-27}}{(5.29\times10^{-11})^2}$$

$$=3.63\times10^{-47}\text{牛顿}$$

则 $$\frac{F}{f}=\frac{8.23\times10^{-8}}{3.63\times10^{-47}}=2.27\times10^{39}$$

即库仑力是万有引力的2.27×10^{39}倍。

（3）设电子绕核作园周运动的速度为v，∵ $f\gg F$，∴ 可认为向心力就是库仑力F。

由$F_{向}=m\frac{v^2}{R}$ 得

$$v=\sqrt{\frac{F_{向}R}{m}}=\sqrt{\frac{8.23\times10^{-8}\times5.29\times10^{-11}}{9.11\times10^{-31}}}$$

$$=2.19\times10^6\text{米/秒}$$

5．卢瑟福实验证明：当两个原子核之间的距离小到10^{-15}米时，它们之间的排斥力仍遵守库仑定律。金的原子核中有79个质子，氦的原子核（即α粒子）中有2个质子。已知每个质子带电$e=1.60\times10^{-19}$库，α粒子的质量为6.68×10^{-27}千克。当α粒子与金核相距为6.9×10^{-15}米时（设这时它们都仍可当作点电荷），求（1）α粒子所受的力；

(2)α 粒子的加速度。

解：(1)设 α 粒子受的力为 $\boldsymbol{F}$，因为 α 粒子受的库仑力远大于万有引力，所以 $\boldsymbol{F}$ 可视为库仑力。其大小

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1q_2}{r^2}$$

$$=8.99\times10^9\frac{(79\times1.60\times10^{-19})\times(2\times1.60\times10^{-19})}{(6.9\times10^{-15})^2}$$

$$=7.84\times10^2\text{牛顿}$$

$\boldsymbol{F}$ 的方向在金原子核与氦原子核的联线上，背离金原子核。

(2)设 α 粒子的加速度为 $\boldsymbol{a}$。其大小

$$a=\frac{F}{m}=\frac{7.84\times10^2}{6.68\times10^{-27}}=1.17\times10^{29}\text{米/秒}^2$$

$\boldsymbol{a}$ 的方向与 $\boldsymbol{F}$ 相同。

6．铁原子核里两质子间相距 4.0×10^{-15} 米，每个质子带电 $e=1.60\times10^{-19}$ 库，(1)求它们之间的库仑力；(2)比较这力与每个质子所受重力的大小。

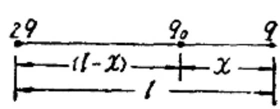
解：(1)它们之间的库仑力

$$F=8.99\times10^9\times\frac{(1.60\times10^{-19})^2}{(4.0\times10^{-15})^2}=14.4\text{牛顿}$$

(2)每个质子受的重力 $P=Mg=1.67\times10^{-27}\times9.8=1.64\times10^{-26}$ 牛顿（质子的质量见第4题）

$$\frac{F}{P}=\frac{14.4}{1.64\times10^{-26}}=8.8\times10^{26}\quad\therefore F\gg P$$

7．两个点电荷带电 $2q$ 和 q，相距 l，将第三个电荷放在何处所受合力为零？

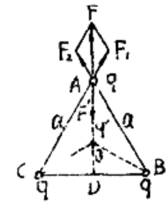


解：设第三个电荷 q_0 放在图示位置时，受到的合力为零，

即 $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q_0q}{x^2}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\dfrac{q_0\cdot 2q}{(l-x)^2}$

解此方程，得 $x=(\sqrt{2}-1)l$

8．三个相同的点电荷放置在等边三角形的各顶点上。在此三角形的中心应放置怎样的电荷，才能使作用在每一点电荷上的合力为零？



解：设等边△ABC的边长为a，各顶点上的点电荷$q_A=q_B=q_C=q$。如图，q_A受q_B、q_C作用的合力 F 的大小

$$F=2F_1\cos30^\circ=\frac{2}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q^2}{a^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}q^2}{4\pi\varepsilon_0a^2},$$

方向如图，据题意，中心放置的电荷 q' 应与 q 异号，设它对q_A的作用力为F'，方向向下。

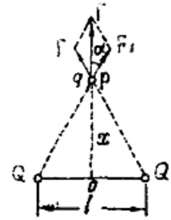
$$F'=-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qq'}{(OA)^2}=-\frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^{-2}$$

$$=-\frac{3qq'}{4\pi\varepsilon_0a^2}$$

由 $F=F'$解得 $q'=-\dfrac{\sqrt{3}}{3}q$

q_B和q_C受力情况完全类似

9．电量都是Q的两个点电荷相距为 l，联线中点为 O；有另一点电荷 q，在联线的中垂面上距 O 为 x 处。（1）求 q 受的力；（2）若q 开始时是静止的，然后让它自己运动，它将如何运动？分别就 q 与Q同号和异号两种情况加以讨论。



解：（1）如图所示，q所受到的电场力分别为$\boldsymbol{F}_1$和$\boldsymbol{F}_2$，其大小

$$F_1 = F_2 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qQ}{x^2 + \frac{l^2}{4}}$$，F_1与F_2的合力

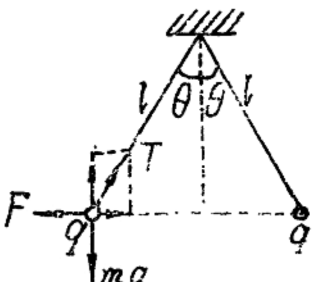
$$F = 2F_1\cos\alpha = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{qQ}{x^2 + \frac{l^2}{4}} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + \frac{l^2}{4}}}$$

$$= \frac{Qqx}{2\pi\varepsilon_0\left(x^2 + \frac{l^2}{4}\right)^{3/2}}$$

（2）若q与Q同号，则q在合力F的作用下，将沿OP方向作加速运动到无穷远。

若q与Q异号，则q将在始终指向平衡位置O的力作用下，在l的中垂线上以O点为中心，作周期性振动。

10．两小球质量都是m，都用长为l的细线挂在同一点；若它们带上相同的电量，平衡时两线夹角为2θ（见附图）。设小球的半径都可略去不计，求每个小球上的电量。



解：如图所示，设每个小球带的电量为q，根据平衡条件

$$\begin{cases} T\sin\theta = k\dfrac{q^2}{(2l\sin\theta)^2} \\ T\cos\theta = mg \end{cases}$$

解方程组得

$$q = \pm 2l\sin\theta\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mg\tan\theta}$$

§2. 电场　电场强度

思　考　题

1．在地球表面上通常有一竖直方向的电场，电子在此电场中受到一个向上的力，电场强度的方向朝上还是朝下？

答：因电子所受电场力的方向与电场方向相反，故电场方向朝下。

2．在一个带正电的大导体附近P点放置一个试探点电荷q_0（$q_0>0$），实际测得它受力F。若考虑到电量q_0不是足够小的，则F/q_0比P点的场强E大还是小？若大导体球带负电，情况如何？

答：当q_0不是足够小时，它将引起大导体上电荷的重新分布。结果使远离q_0的一侧聚集较多正电荷，这就增大了大导体上正电荷重心到q_0处的距离，因而F/q_0比P点的场强小。若大导体带负电，则电荷重新分布的结果是在靠近q_0的一侧聚集较多的负电荷，这就减小了大导体上负电荷重心到q_0处的距离，因而测得的F/q_0比P点的场强大。

3．两个点电荷相距一定的距离，已知在这两点电荷连线中点处电场强度为零，你对这两个点电荷的电量和符号可作什么结论？

答：两个点电荷q_1、q_2连线中点的场强E，是它们分别在中点产生的场强$\boldsymbol{E}_1$、$\boldsymbol{E}_2$之和。即$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_1+\boldsymbol{E}_2$，已知$\boldsymbol{E}=0$，故$\boldsymbol{E}_1=-\boldsymbol{E}_2$。也就是要求$\boldsymbol{E}_1$、$\boldsymbol{E}_2$等值反向。所以$q_1$、$q_2$必定是等值同号的电荷。

4．一半径为R的园环，其上均匀带电，园环中心的电场强度如何？其轴线上场强的方向如何？

答：根据叠加原理和对称性，园环中心的合场强为零。

轴线上场强$\boldsymbol{E}$的方向沿着轴线，当 $q>0$时，$\boldsymbol{E}$ 沿轴线背离环心，当$q<0$时，$\boldsymbol{E}$沿轴线指向环心。

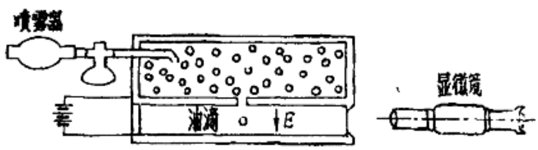
习　　题

1．在地球表面上某处电子受到的电场力与它本身的重量相等，求该处的电场强度（已知电子质量$m=9.1\times10^{-31}$千克，电荷为$-e=-1.60\times10^{-19}$库）。

解：设该处电场强度为E，则　$eE=mg$

所以
$$E=\frac{mg}{e}=\frac{9.1\times10^{-31}\times9.8}{1.60\times10^{-19}}$$
$$=5.6\times10^{-11}\text{牛顿/库仑}$$

2．电子所带的电量（基本电荷$-e$）最先是由密立根通过油滴实验测出的。密立根设计的实验装置如附图所示。一个很小的带电油滴在电场$\boldsymbol{E}$内。调节E，使作用在油滴上的电场力与油滴的重量平衡。如果油滴的半径为1.64×10^{-4}厘米，在平衡时，$E=1.92\times10^{5}$牛顿/库仑。求油滴上的电荷（已知油的密度为0.851克/厘米^3）。



解：设油滴的电量为 q，它受的电场力和重力分别为 F和P，由$F=P$，即 $Eq=mg$。得

$$q=\frac{mg}{E}$$
$$=\frac{\frac{4}{3}\times3.14\times(1.64\times10^{-6})^3\times0.851\times10^{-3}\times10^{6}\times9.8}{1.92\times10^{5}}$$

$=8.02\times10^{-19}$库仑

3．在早期（1911年）的一连串实验中，密立根在不同时刻观察在单个油滴上呈现的电荷，其测量结果（绝对值）如下：

6.568×10^{-19}库仑	18.08×10^{-19}库仑
8.204×10^{-19}库仑	19.71×10^{-19}库仑
11.50×10^{-19}库仑	22.89×10^{-19}库仑
13.13×10^{-19}库仑	26.13×10^{-19}库仑
16.48×10^{-19}库仑	

根据这些数据，可以推得基本电荷e的数值为多少？

解：把测量结果依次两两相减：

(1) $8.204\times10^{-19}-6.568\times10^{-19}=1.636\times10^{-19}$ ✓

(2) $11.50\times10^{-19}-8.204\times10^{-19}=3.296\times10^{-19}$

(3) $13.13\times10^{-19}-11.50\times10^{-19}=1.63\times10^{-19}$ ✓

(4) $16.48\times10^{-19}-13.13\times10^{-19}=3.35\times10^{-19}$

(5) $18.08\times10^{-19}-16.48\times10^{-19}=1.60\times10^{-19}$ ✓

(6) $19.71\times10^{-19}-18.08\times10^{-19}=1.63\times10^{-19}$ ✓

(7) $22.89\times10^{-19}-19.71\times10^{-19}=3.18\times10^{-19}$

(8) $26.13\times10^{-19}-22.89\times10^{-19}=3.24\times10^{-19}$

对以上数据进行分析，可知(1)、(3)、(5)、(6)组代表一个基本电荷的量值，(2)、(4)、(7)、(8)组代表两个基本电荷的量值。对上面8组数据取平均值，即可得到e的量值。

$$e=\frac{1.636+3.296+1.63+3.35+1.60+1.63+3.18+3.24}{12}\times10^{-19}=1.630\times10^{-19}\text{库仑}$$

4．根据经典理论，在正常状态下，氢原子中电子绕核作圆周运动，其轨道半径为5.29×10^{-11}米。已知质子带电$e=1.60\times10^{-19}$库，求电子所在处原子核（即质子）的电场

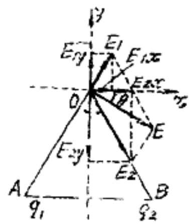
强度。

解：根据点电荷的场强公式 $E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r^2}$，电子所在处原子核的电场强度$\boldsymbol{E}$的大小

$$E=8.99\times10^9\times\frac{1.60\times10^{-19}}{(5.29\times10^{-11})^2}$$

$=5.15\times10^{11}$牛顿/库仑　　（方向沿径向向外）

5．两个点电荷，$q_1=+8.0$微库仑，$q_2=-16.0$微库仑（1微库仑$=10^{-6}$库仑），相距20厘米。求离它们都是20厘米处的电场强度$\boldsymbol{E}$。



解：如图示，$AB=AO=BO=20$厘米，$\triangle ABO$为等边三角形。q_1和q_2分别在O点产生的场强的大小$E_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1}{AO^2}$，$E_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_2}{BO^2}$。取直角坐标系$oxy$，将$\boldsymbol{E}_1$、$\boldsymbol{E}_2$进行分解：

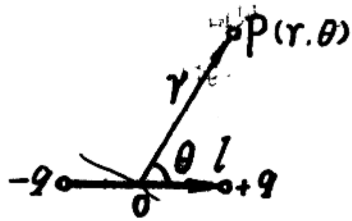
$$E_x=E_{1x}+E_{2x}=E_1\cos60^\circ+E_2\cos60^\circ$$
$$=8.99\times10^5\times3$$
$$E_y=E_{1y}+E_{2y}=E_1\sin60^\circ+E_2\sin60^\circ$$
$$=-8.99\times10^5\times\sqrt{3}$$

$$\therefore\quad E=\sqrt{E_x^2+E_y^2}$$
$$=\sqrt{(8.99\times10^5\times3)^2+(-8.99\times10^5\times\sqrt{3})^2}$$
$$=3.1\times10^6\text{牛顿/库仑}$$

$$\operatorname{tg}\theta=\frac{E_y}{E_x}=\frac{8.99\times10^5\times\sqrt{3}}{8.99\times10^5\times3}=\frac{\sqrt{3}}{3}\quad\therefore\theta=30^\circ$$

即$\boldsymbol{E}$的方向与从q_1到q_2的联线成30°夹角。

6．如附图所示，一电偶极子的电偶极矩$\boldsymbol{p}=q\boldsymbol{l}$，P点到偶极子中心O的距离为r，$\boldsymbol{r}$与$\boldsymbol{l}$的夹角为θ。



在$r\gg l$时，求P点的电场强度$\boldsymbol{E}$在$\boldsymbol{r}=OP$方向的分量E_r和垂直于$\boldsymbol{r}$方向上的分量E_θ。

解：电偶极矩$\boldsymbol{p}$沿$\boldsymbol{r}$方向的分量$p_r=p\cos\theta$；沿垂直于$\boldsymbol{r}$方向的分量$p_\theta=p\sin\theta$。

P点可视为在p_r的延长线上。

$$\therefore \qquad E_r=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2p_r}{r^3}$$

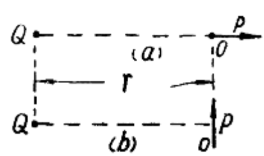
$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2p\cos\theta}{r^3}\quad(p_\theta\text{ 对}E_r\text{无贡献})$$

P点又可视为在p_θ的中垂线上，

$$\therefore \qquad E_\theta=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{p_\theta}{r^3}$$

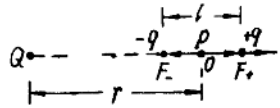
$$=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{p\sin\theta}{r^3}\quad(p_r\text{对}E_\theta\text{ 无贡献})$$

7．把电偶极矩$\boldsymbol{p}=q\boldsymbol{l}$的电偶极子放在点电荷Q的电场内，$\boldsymbol{p}$的中心O到Q的距离为$r(r\gg l)$。分别求（1）$\boldsymbol{p}\parallel\overrightarrow{QO}$（图a）和（2）$\boldsymbol{p}\perp\overrightarrow{QO}$（图b）时偶极子所受的力$\boldsymbol{F}$和力矩$\boldsymbol{L}$。



解：（1）当$\boldsymbol{p}\parallel\overrightarrow{QO}$时，设$\boldsymbol{P}$的方向为正，则作用在$\pm q$上的力分别为

$$F_- = -k\frac{qQ}{\left(r-\frac{l}{2}\right)^2}$$



$$F_+ = k\frac{qQ}{\left(r+\frac{l}{2}\right)^2}$$

整个偶极子受的力

$$F = F_- + F_+ = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2Qql}{r^3}\text{（其中应用了}r\gg l\text{）}$$

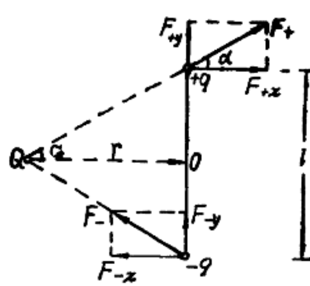
或 $$\boldsymbol{F} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{2Q\boldsymbol{p}}{r^3}$$

因为 F_+与 F_- 对O 点 的力臂为零，故偶极子受的力矩为零。

(2)当 $\boldsymbol{p}\perp\overrightarrow{QO}$时，Q作用在$+q$、$-q$上的力分别为

$$F_+ = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQ}{r^2+l^2/4},\quad F_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{qQ}{r^2+l^2/4}$$

将 F_+与 F_-进行正交分解，显然，合力



$$F = F_{+y} + F_{-y} = 2F_+\sin\alpha$$

$$= \frac{Qp}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

或 $$\boldsymbol{F} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^3}\cdot\boldsymbol{p}$$

由于$F_{+x} = F_{-x}$，且不共线，所以，偶极子又受到力偶矩$\boldsymbol{L}$ 的作用

$$L = 2F_{+x}\cdot\frac{l}{2} = F_+l\cos\alpha = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{p}{r^2}$$