电路习题与解答

根据西安交通大学邱关源主编

《电路·电工原理Ⅰ》编写

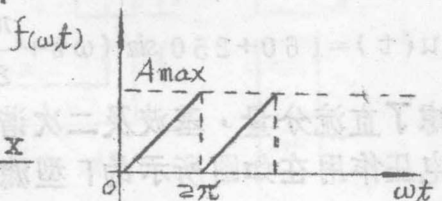
（下册）

上海市毛麻纺织工业公司[redacted]

第八章　非正弦周期电流电路

8·1　求表8·1中锯齿波的有效值和平均值·

〔解〕　已知锯齿波的富里哀展开



式 $f(\omega t)=A_{max}[\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}(\sin\omega t+\frac{1}{2}\sin 2\omega t+\cdots)]=\frac{A_{max}}{2}$

$$-\frac{A_{max}}{\pi}\sin\omega t+\frac{A_{max}}{2\pi}\sin 2\omega t+\cdots$$

1° 非正弦周期仪号的有效值，等于各次谐波有效值平方和的平方根·所以

$$A=\sqrt{\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}(\frac{A_{max}}{2\pi}\omega t)^2 d\omega t}=\sqrt{\frac{A^2_{max}}{2\pi^3}\int_0^{2\pi}(\omega t)^2 d\omega t}$$

$$=\sqrt{\frac{A^2_{max}}{2\pi^3}[\frac{(\omega t)^3}{3}]_0^{2\pi}}=\frac{\sqrt{3}}{3}A_{max}$$

2° 非正弦周期仪号的平均值等于此仪号绝对值的平均值·

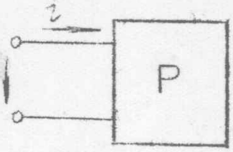
$$\therefore A_{pj}=\frac{1}{T}\int_0^T f(\omega t)d(\omega t)=\frac{1}{T}\int_0^T[\frac{A_{max}}{2}-\frac{A_{max}}{\pi}\sin\omega t$$

$$-\frac{A_{max}}{2\pi}\sin 2\omega t\cdots)]d\omega t=\frac{1}{T}\int_0^T A_{max}[\frac{1}{2}-\frac{1}{\pi}$$

$$(\sin\omega t+\sin 2\omega t+\cdots)]d\omega t=\frac{A_{max}}{2}$$

8·2　已知某一端口网路的端电压 $u=311\sin 314t$ 伏，流入的电流 $i=0.8\sin(314t-85°)+0.25\sin(942t-105°)$ 安·求该网络吸收的平均功率。

〔解〕 $p = I_1 U_1 \cos\varnothing_1 + I_3 U_3 \cos\varnothing_3$



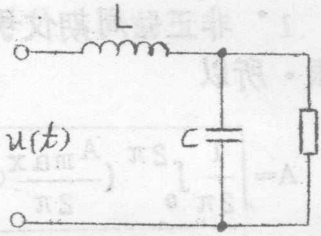
$$= \frac{0.8}{\sqrt{2}} \times \frac{311}{\sqrt{2}} \cos(-85^\circ)$$

$$= 10.8\text{w}$$

8·3 经半波整流器后的电压，它的傅立叶展开式可写为

$u(t) = 160 + 250\sin(\omega t + \frac{\pi}{2}) + 106\sin(2\omega t + \frac{\pi}{2})$ 伏，其中只考虑了直流分量，基波及二次谐波（略去了所有其他高次谐波）；这个电压作用在如图所示的Γ型滤波器上。$u(t)$ 的基波频率为 $f = 50$ 赫，试求电阻R两端的电压及流过R的电流。已知：$L = 10$ 亨，$C = 30$ 微法，$R = 14$ 欧。

〔解〕 直流分量单独作用时：



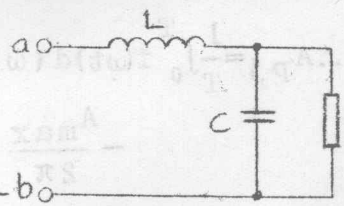
$$U_R = U_0 = 160\text{V}$$

$$I_R = \frac{U_0}{R} = \frac{160}{14} = 11.4\text{A}$$

（L相当于短路，C相当开路）

基波单独作用时：

$$u_1 = 250\sin(314 + \frac{\pi}{2}) \quad \therefore \dot{U}_1 = 250/\sqrt{2} \angle\frac{\pi}{2} = 176.8\angle 90^\circ \text{V}$$



$$Z_{ab1} = j\omega L + (-j\frac{1}{\omega c} /\!\!/ R)$$

$$= j3140 + \frac{14 \cdot \frac{10^6}{314 \times 30} \angle -\frac{\pi}{2}}{14 - j\frac{10^6}{314 \times 30}}$$

$$= j3140 + \frac{1490\angle -90^\circ}{107.2\angle -82.5^\circ} = j3140 + 13.8 - j1.81$$

$$= 3138\angle 90^\circ$$

$$\therefore \dot{U}_{Rm1}=\dot{U}_{m1}\times\frac{(-j\frac{1}{\omega c}//R)}{Z_{ab1}}=250\angle 90^{\circ}\times\frac{13.8-j1.81}{3138\angle 90^{\circ}}$$

$$=1.1\angle -7.4^{\circ}$$

$$\dot{I}_{Rm1}=\frac{\dot{U}_{Rm1}}{R}=\frac{1.1\angle -7.4^{\circ}}{14}=0.79\angle -7.4^{\circ}$$

u(t) 的二次谐波单独作用时：

$$u_2=106\sin(2\omega t+\frac{\pi}{2})\qquad \therefore \dot{U}_{m2}=106\angle 90^{\circ}$$

$$Z_{ab2}=2\times j3140+\frac{14\cdot\frac{10^6}{314\times 30\times 2}\angle -\frac{\pi}{2}}{14-j\frac{10^6}{314\times 30\times 2}}=j6280+(13.1$$

$$-j3.4)=13.1+j6276.6=6276.6\angle 90^{\circ}$$

$$\therefore \dot{U}_{Rm2}=\dot{U}_{m2}\times\frac{(-j\frac{1}{\omega c}//R)}{Z_{ab2}}=106\angle 90^{\circ}\frac{13.1-j3.4}{6276.6}$$

$$=0.23\angle -14.6^{\circ}\,V$$

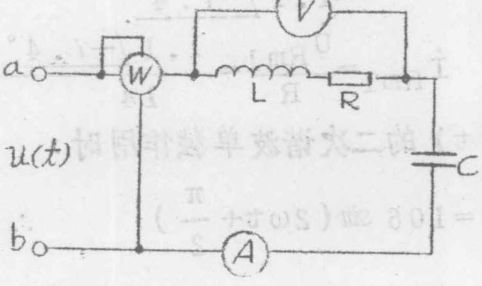
$$\dot{I}_{Rm(2)}=\frac{\dot{U}_{Rm2}}{R}=\frac{0.23\angle -14.6^{\circ}}{14}=0.0163\angle -14.6^{\circ}$$

经过迭加，分别得流过R上的电流及两端电压：

$$u_R=160+1.1\sin(314t-7.4^{\circ})+0.23\sin(628t-14.6^{\circ})V$$

$$i_R=11.4+0.79\sin(314t-7.4^{\circ})+0.0163\sin(628t-14.6^{\circ})A$$

8·4 已知图示电路中 $R=6$ 欧，$\omega L=2$ 欧，$\frac{1}{\omega c}=18$ 欧，$u(t)=10+80\sin(\omega t+30^\circ)+18\sin 3\omega t$ 伏，求电磁系电压表，电磁系电流表及功率表的读数，以及 $i(t)$ 的表达式。1° 直流 份量 $I_0=0$（因电容相当于开路。



2° 基波份量单独作用：

$u_1=80\sin(\omega t+30)$

$\dot{U}_1=80/\sqrt{2}\ \underline{/30^\circ}$ V

$$Z_{ab1}=R+j(\omega L-\frac{1}{\omega c})=6+j(2-18)=6-j16=17.05\underline{/-69.4^\circ}$$

$$\therefore\quad \dot{I}_1=\frac{80}{\sqrt{2}}\underline{/30^\circ}\times\frac{1}{17.05\underline{/-69.4}}=3.32\ \underline{/99.4^\circ}\ \text{A}$$

在RL上的电压份量：

$$\dot{U}_1=\dot{I}_1(R+j\omega L)=3.32\ \underline{/99.4^\circ}\times(6+j2)=$$

$$=3.32\ \underline{/99.4^\circ}\times 6.33\ \underline{/18.4^\circ}=21\ \underline{/117.8^\circ}\ \text{V}$$

功率表上的份量

$$W_1=U_1\cdot I_1\cos\varnothing_1=3.32\cdot 21\times\cos(30^\circ-117.8^\circ)$$

$$=69.72\cdot\cos 86.2^\circ=65.8\text{W}$$

3° 三次谐波份量单独作用时：

$\because u_3=18\sin 3\omega t \qquad \therefore \dot{U}_3=18/\ 2$

$$Z_{ab3}=R+j3\omega L-j\frac{1}{3\omega c}=6+j6-j6=6\Omega$$

$$\therefore\quad \dot{I}_3=\frac{18}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{6}=2.12\ \text{A}$$

在RL支路上的电压：

$$\dot{U}_2=\dot{I}_3(R+j3\omega L)=2.12(6+j6)=2.12\times 6\sqrt{2}\underline{/45^\circ}=18\underline{/45^\circ}\ \text{V}$$

$\omega_3=U\cdot I\cdot\cos\varnothing_2=18\times2.12\cdot\cos45^\circ=27\ w$

4° 利用迭加原理：得：

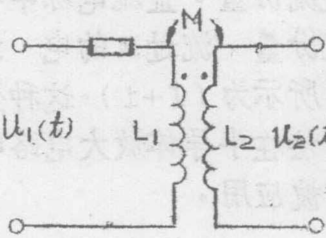
电压表上读数 $U=\sqrt{U_1^2+U_2^2}=\sqrt{21^2+18^2}=27.6V$

电流表上的读数 $I=\sqrt{I_1^2+I_3^2}=\sqrt{3.32^2+2.12^2}=3.95A$

功率表上读数：$w=w_1+w_2=92.8\ w$

$i(t)=3.32\sqrt{2}\ \sin\ (\omega t+99.4^\circ)+2.12\sqrt{2}\ \sin\ 3\omega t$

8·5 已知电路如附图所示。$u(t)=U_0+U_m\sin\omega t$，求$U_2(t)$的表达式。并解释为什么互感线圈有隔直作用？



〔解〕：1° 在直流电压单独作用时，L_1可视为短路。故 $I_0=\frac{U_0}{R}$

2° 在基波单独作用时，且注意到付边已开路，在原边不产生感应电压，故

$$\dot I_{m1}=\frac{\dot U_{1m}}{Z_1}=\frac{\dot U_{1m}}{R+j\omega L_1}=\frac{U_{1m}}{z}\angle -tg^{-1}\frac{\omega L_1}{R}$$

其中 $z_1=\sqrt{R^2+\omega L^2}$

$$\therefore\quad i_1(t)=I_0+\frac{U_{m1}}{z_1}\sin\left(\omega t-tg^{-1}\frac{\omega L_1}{R}\right)$$

3° $$U_2(t)=M\frac{d\,z_1(t)}{dt}=M\frac{d}{dt}\left[I_0+\frac{U_{m1}}{z}\sin\left(\omega t-tg^{-1}\frac{\omega L_1}{R}\right)\right]$$

$$=\frac{\omega MU_{1m}}{z_1}\cos\left(\omega t-tg^{-1}\frac{\omega L_1}{R}\right)=\frac{a_1MU_{1m}}{z_1}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}-tg^{-1}\frac{\omega L_1}{R}\right)$$

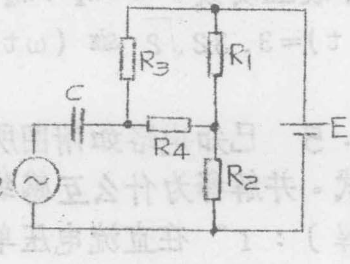
4° 由数学推导可见，因为直流电的变化率等于零，所以在$u_2(t)$中就不能有所反映，即付边电压与原边电流之变化率有关，而与原边电流的大小无关。从物理意义而言，直流分量产生之磁通是恒定的，在付边线圈上不会产生感应电势（或感应电压）。故互感线圈有隔直通交的作用。

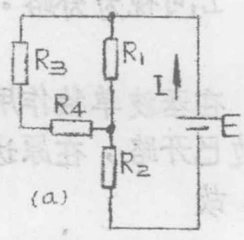
8・6　电路如附图所示，应用迭加原理，分别画出分析直流和交流的电路，并判断直流电源中有没有交流电流，交流电源中有没有直流。

〔解〕　1° 直流通过如图(a)所示，主要是电容C将信号源与E隔开了。

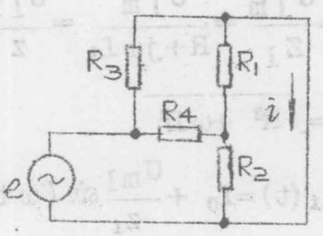
2° 交流通过如图(b)，电容C相当于短路，E对交流信号也是相当于短路。

3° 所以，交流电源中无直流份量。直流电源中有交流份量。流过E的电流如图所示为(I+i)。这种分析方法在半导体放大电路中经常被应用。





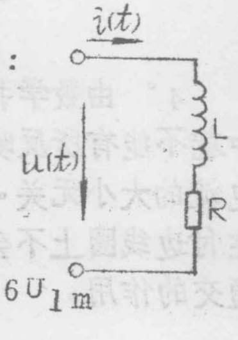
(a)



(b)

8・7　要测量线圈的R和L时，已量出当电流I＝15安时，电压U＝60伏，有功功率P＝225W，并已知ω为314弧度1秒。设电压的瞬时值为$u=U_{1m}\sin\omega t+0.4U_{1m}\sin 3\omega t$，求R和L。如果略去电压的三次谐波，即认为$u=\sqrt{2}\,60\sin\omega t$伏，则所得的R和L值为多大；由此引起的误差多大？

〔解〕　1° 由非正弦周期电压有效值的概念：



$$U=\sqrt{U_1^2+U_2^2}=\sqrt{\left(\frac{U_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2+\left(\frac{0.4U_{1m}}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$\therefore\quad 60=\sqrt{\frac{1}{2}\left(U_{1m}^2+0.16U_{1m}^2\right)}=0.7616U_{1m}$$

$$\therefore \quad U_{Im}=\frac{60}{0.7616}=78.78V \quad U_{fm}=0.4\times 78.78=31.51V$$

$$\because \quad I=\sqrt{I_1^2+I_3^2}=15 \quad \text{且}$$

$$P=(I_1^2+I_3^2)R=15^2\cdot R \quad \therefore\ 225=225\cdot R,\ R=1\Omega$$

2° 由 $I^2=I_1^2+I_3^2$， 利用谐波分析法：

$$I_1=\frac{U_1}{\sqrt{R^2+X_L^2}} \quad I_2=\frac{U_3}{\sqrt{R^2+3X_L^2}}$$

$$\therefore \quad I^2=\left(\frac{U_1}{\sqrt{R^2+X_L^2}}\right)^2+\left(\frac{U_3}{\sqrt{R^2+3X_L}}\right)^2$$ 将具体数值代入得：

$$225=\left(\frac{78.78}{\sqrt{2}}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{1+X_L^2}\right)+\left(\frac{31.51}{\sqrt{2}}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{1+9X_L^2}\right)$$

解之得 $X_L^2=13 \quad L=\frac{\sqrt{13}}{314}=11.5mH$

2° 如略去三次谐波：

$$P=I^2R \qquad \therefore\ R=\frac{P}{I^2}=1\Omega$$

$$z=\frac{U}{I}=\frac{60}{15}=4 \qquad \because\ z=\sqrt{R^2+X_L^2}$$

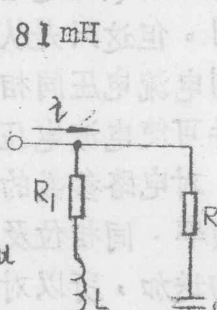
$$\therefore\ 4^2=1+X_L^2 \quad X_L=\sqrt{16-1}=3.88\Omega$$

$$L'=\frac{X_L}{\omega}=\frac{3.88}{314}=12.31\ mH$$

3° 二者之误差为 $12.31-11.5=0.81mH$

$$\frac{L'-L}{L}\times 100\%=\frac{0.81}{11.5}=+6.96\%$$

8·8 如图所示电路中，外施电压u与总电流i的波形是否可能完全相同？如屠可能，此时电路参数间

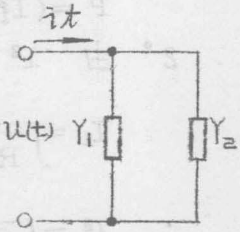


应满足什么条件？

〔解〕 有二种情况可使u(t)与i(t)波形相同。

1° 当外施电压的频率满足一定关系时：

由等值电路可得：



$$Y_1=\frac{1}{R_1+j\omega L}=\frac{R_1}{R_1^2+\omega^2L^2}-j\frac{\omega L}{R^2+\omega^2L^2}$$

$$Y_2=\frac{1}{R_2-j\frac{1}{\omega C}}=\frac{R_2}{R_2^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}+j\frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^2+\frac{1}{\omega^2L^2}}$$

$$\therefore Y_1+Y_2=\frac{R_1}{R_1^2+\omega^2L^2}+\frac{R_2}{R_2^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}+j\left(\frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}-\frac{\omega L}{R_1^2+\omega^2L^2}\right)$$

当虚部为0时，可使$\dot I$与$\dot U$同相。所以：令

$$\frac{\frac{1}{\omega C}}{R_2^2+\frac{1}{\omega^2C^2}}-\frac{\omega L}{R_1^2+\omega^2L^2}=0$$

解得：

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}\sqrt{\frac{R_1^2-\frac{L}{C}}{R_2^2-\frac{L}{C}}}$$

因为非正弦周期仪号（指满足狄里赫里条件）均可化为许多正弦仪号的迭加，所以对电路中的电流电压的各次谐波之间也可以当成是同频率的，所以上述结论不但对正弦基波是适用的，对非正弦仪号也同样适用。但这只是从外施电压的频率应与电路参数符合如何关系说明了达到电流电压同相的必要条件，而尚未给出电路参数间相互满足什么条件可使电流电压的波形相一致。

2° 对电路参数的要求：因为要求波形相同，可以理解为正弦仪号的同频率、同相位及幅值成比例。由于非正弦周期仪号可分解为多次谐波的迭加，所以对应于电压的各次谐波的电流的多次谐波应是同频率的；其次，只要多次谐波的电流、电压的振幅比$\frac{I_m}{U_m}$是一个常数，

以及只要整个电路的复电纳T分等于零，及$\varphi_u-\varphi_i=0$；那么波形就相同。由1° 总导纳式得：

$$\frac{X_C}{R_2^2+X_C^2}=\frac{X_L}{R_1^2+X_L^2} \qquad X_CR_1^2+X_CX_L^2=X_LR_2^2+X_LX_C^2$$

若 $X_CX_L^2=R_2^2X_L$ 及 $X_CR_1^2=X_LX_C^2$ 成立，则上式成立，

即 $X_CX_L=R_2^2 \quad X_LX_C=R_1^2 \quad \therefore R_1=R_2=\sqrt{\omega L\cdot\frac{1}{\omega C}}=\sqrt{\frac{L}{C}}$

此结果说明当$R_1=R_2=\sqrt{\frac{L}{C}}$时，u(t)及i(t)之各次谐波同相。为说明各次电流谐波与各次电压谐波的振幅比是定值，只要$\frac{\dot{I}}{\dot{U}}$的对应各次谐波比（即导纳）是定值。为此将$R_1=R_2=\sqrt{\frac{L}{C}}$关系代入总导纳式得：

$$Y=\frac{R_1}{R_1^2+(nX_L^2)}+\frac{R_2}{R_2^2+(\frac{X_L}{n})^2}=\frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{\frac{L}{C}+(n^2X_L^2)}+\frac{\sqrt{\frac{L}{C}}}{\frac{L}{C}+(\frac{X_L}{n})^2}$$

$$=\sqrt{\frac{L}{C}}\frac{\frac{L}{C}+(\frac{X_C}{n})^2+\frac{L}{C}+(nX_L)^2}{\left[\frac{L}{C}+(nX_L)^2\right]\left[\frac{L}{C}+(\frac{X_C}{n})^2\right]}$$

$$=\sqrt{\frac{L}{C}}\frac{2\cdot\frac{L}{C}+(\frac{X_C}{n})^2+(nX_L)^2}{(\frac{L}{C})^2+\frac{L}{C}\left[(nX_L)^2+\frac{X_C^2}{n}\right]+X_L^2X_C^2}$$

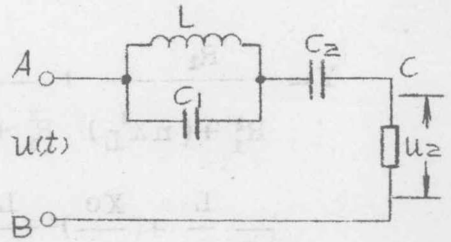
$$=\sqrt{\frac{L}{C}}\frac{2\frac{L}{C}+(\frac{X_C}{n})^2+(nX_L)^2}{(\frac{L}{C})^2+\frac{L}{C}\left[(nX_L)^2+(\frac{X_C}{n})^2+(\frac{L}{C})^2\right.}$$

$$=\sqrt{\frac{c}{L}}\;\frac{2\frac{L}{c}+(\frac{Xc}{n})^2+(nX_L)^2}{2\frac{L}{c}+(nX_L)^2+(\frac{Xc}{n})^2}=\sqrt{\frac{c}{L}}$$

由上述$Y=\frac{\dot{I}}{\dot{U}}=\sqrt{\frac{c}{L}}$ 为定值，所以各次谐波的电流、电压比值为常数，故当$R_1=R_2=\sqrt{\frac{L}{c}}$时，此网络的外施电压和总电流波形完全相同，而不论外施电压的频率如何。

8·9 如图所示电路中，滤波器的输入电压$u_1=U_{1m}\sin\omega t+U_{3m}\sin 3\omega t$伏。如$L=0.12$亨，$\omega=314$ 弧度/秒，要使输出电压$u_2=U_{1m}\sin\omega t$伏，问C_1，C_2之值应若干？

〔解〕 本题对AC支路的滤波器提出使ω频率的仪号全部通过（即阻抗为零），而对3ω频率的仪号全部阻断(即阻抗近乎无穷大）的要求。可分别写出外施电压频率为ω及3ω时的整个电路的入端阻抗：



$$Z_{AB}(\omega)=\frac{jX_L(-jXc_1)}{jX_L-jXc_1}-jXc_2+R$$

$$=R-\frac{j(X_L\cdot Xc_1+X_LXc_2-Xc_1Xc_2)}{X_L-jXc_1}$$

当 $X_L\cdot Xc_1+X_LXc_2-Xc_1Xc_2=0$ 时，$Z_{AB}(\omega)=0$（即串联谐振）

$$\therefore\ \frac{\omega L}{\omega C_1}+\frac{\omega L}{\omega C_2}+(-\frac{1}{\omega^2C_1C_2})=0$$

即 $$\frac{0.12}{C_1}-\frac{1}{314^2\cdot C_1C_2}+\frac{0.12}{C_2}=0$$

$$Z_{AB}(3\omega)=R-\frac{j3\omega L\times j\frac{1}{3\omega C_1}}{j3\omega L-j\frac{1}{3\omega C_1}}-j\frac{1}{3\omega C_2}$$

当 $j3\omega L-j\frac{1}{3\omega C_1}=0$ 即 $j(3X_L-\frac{1}{3}X_{C1})=0$ 时，

$Z_{AB}(3\omega)\to\infty$（相当于并联谐振）

$\therefore\ X_{C1}=9X_L\quad\therefore\ 3\frac{1}{\omega C_1}=9\cdot x3\omega L$

$$C_1=\frac{1}{9\omega^2L}=\frac{1}{9\times314^2\times0.12}=9.3\mu f$$

代入上式得：

$$\frac{0.12}{9.3\times10^{-6}}-\frac{1}{314^2\times9.3\times10^{-6}\times C_2}+\frac{0.12}{C_2}=0$$

解得 $C_2=75.2\ \mu f$

故：当 $C_1=9.3\ \mu f$，$C_2=75.2\mu f$ 时，$u_2=U_{1m}\sin\omega t$

8·10 三相发电机的三个绕组的相电动势为对称三相非正弦形，其中一相为

$$e_{xa}=300\sin\omega t+160\sin(3\omega t-\frac{\pi}{6})+100\sin(5\omega t+\frac{\pi}{4})$$

$$+60\sin(7\omega t+\frac{\pi}{3})+40\sin(9\omega t+\frac{\pi}{8})\ 伏$$

如果三相绕组接成星形，求线电压和相电压的比值。

〔解〕：对于一个对称非正弦情况下Y－Y系统中电源的线电压和相电压的关系．我们已知相电压中含有高次谐波，由于线电压为相

应之相电压之差，所以对于正序和负序诸谐波（即基波、五次、七次），线电压中的该分量的有效值为相电压同次谐波有效值的 $\sqrt{3}$ 倍，但是对于零序谐波（即三次，九次等），由于它们的大小相等且同相，故线电压中将不含有这些谐波份量。故：

$$U_{xa} = \sqrt{\left(\frac{300}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{160}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{100}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{60}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{40}{\sqrt{2}}\right)^2} = 256.5\,V$$

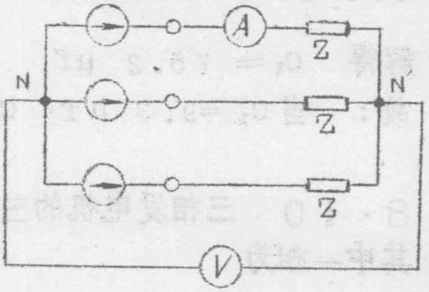
（相电压有效值）

$$U_x = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)^2 (300^2 + 100^2 + 60^2)} = 394.2\,V$$

（线电压有效值）

$$\therefore \quad \lambda = \frac{U_x}{U_{xa}} = \frac{394.2}{256.5} = 1.54$$

8·11　题8·10的星形联接的发电机接到一个对称星形负载，对基波来说，负载阻抗为 $Z = 20 + j10$ 欧。求线电流的有效值及中点间的电压有效值。



〔解〕：1° 对基波、五次、七次谐波，因为是对称三相，中间点电压均为零，故可分别归结为一相计标然后再迭加：

基波作用时：

$$\because Z_1 = 20 + j10 = 22.36\,\underline{/26.57^\circ}\,\Omega$$

$$\therefore \dot{I}_1 = \frac{300\,\underline{/0^\circ}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{22.36\,\underline{/26.57^\circ}} = 9.487\,\underline{/-26.57^\circ}\ A$$

五次谐波：$\because Z_5 = 20 + j50 = 54\,\underline{/68.4^\circ}\,\Omega$

$$\therefore \dot{I}_5 = \frac{100\,\underline{/45^\circ}}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{54\,\underline{/68.4^\circ}} = 1.3\,\underline{/23.4^\circ}\ A$$

七次谐波：$\because Z_1 = 20 + j70 = 72.8\,\underline{/74^\circ}$

$$\therefore\quad \dot{I}_7=\frac{60\angle 60^\circ}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{72.8\angle 74^\circ}=0.583\angle -14^\circ\ \text{A}$$

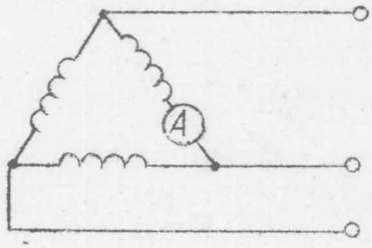
∵ 三次，九次为零序谐波，在线电流中份量为零．故线电流之有效值分别由 $\dot{I}_1$、$\dot{I}_5$、$\dot{I}_7$ 组成：

$$I=\sqrt{I_1^2+I_5^2+I_7^2}=\sqrt{9.478^2+1.3^2+0.583^2}=9.6\text{A}$$

2° 因为中线接有电压表，设内阻极大，可看成中线开路，线电流为零则中点间的三次，九次等谐波电压就是电源中三次、九次等谐波电压，有效值为：

$$U_{NN'}=\sqrt{E_3^2+E_9^2}=\sqrt{\frac{1}{2}(160^2+40^2)}=116.6\text{V}$$

8·12 题8·10的发电机的三相绕组如果接成三角形，如附图所示，求线电压及安培表Ⓐ（读电流有效值）的读数，如果每相绕组对基波的阻抗为 $Z_n=3+j1$。



〔解〕 对一个△形绕组来说，线电压即相电压，故已知条件应为相电动势是

$$e_x=300\sin\omega t+160\sin\left(3\omega t-\frac{\pi}{6}\right)+100\sin\left(5\omega t+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$+60\sin\left(7\omega t+\frac{\pi}{3}\right)+40\sin\left(9\omega t+\frac{\pi}{8}\right)\text{伏}$$

在不接负载情况下，线电压中不含有3n次零序谐波，而在电源回路中产生环通电流，该电流分量在电源每相内阻抗上的电压降恰好等于每相电动势中的零序组谐波分量，而其他正序、负序相电势在绕组内不产生环流。所以：

对三次谐波： $Z_3(3\omega)=3+j3=4.242\angle 45^\circ\ \Omega$

$$I_3=\frac{3U_3}{3Z_3}=\frac{U_3}{Z_3}=\frac{160}{\sqrt{2}\times4.242}=26.67\ \text{A}$$

对九次谐波：$Z_9(9\omega)=3+j9=9.487\angle 71.57^\circ\ \Omega$

$$I_9=\frac{3U_9}{3Z_9}=\frac{40}{\sqrt{2}}\times\frac{1}{9.487}=2.98\text{A}$$

∴ 电流表Ⓐ之读数 $I_A=\sqrt{26.67^2+2.98^2}=26.9\text{A}$

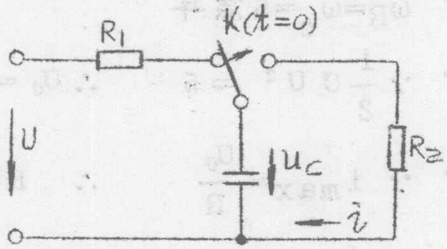
由上所述：∵线电压中无零序份量，故线电压之有效值为：

$$U_X=\sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2(300^2+160^2+60^2)}=227.3\text{V}$$

第九章　简单电路的过渡过程

9·1　在附图所示电路中，开关未动作前，电路已处于秋定状态。在 $t=0$ 时，把开关由触点1合至触点2，电容C便向电阻 R_2 放电。今已知：R＝20欧，R_2＝400欧，C＝0.1微法，U=100伏。求：(1)放电时最大电流；(2)电压 U_C 和电流 i；(3)放电过程中，电阻 R_2 吸收的能量。

〔解〕：1° 本题属RC外接电容经电阻放电的过渡过程。因为电容上的电流流可以突变，所以 $t=0_+$ 时放电电流达到最大值：



$$i_{max}=\frac{U_0}{R}=\frac{100}{400}=0.25A$$

2° ∵ $\tau=R_2\times C=400\times0.1\times10^{-6}=40\times10^{-6}$　∴ $\frac{1}{\tau}=25\times10^3$

$$u_C=U_0\,e^{-\frac{t}{\tau}}=100\times e^{-25\times10^3\cdot t}$$

$$i=\frac{U_0}{R}\,e^{-\frac{t}{\tau}}=0.25e^{-25\times10^3\times t}$$（由此式亦可知当 $t=0_+$ 时，i 达到最大）

3° ∵ $dw_R=i^2\cdot R\cdot dt$

故电阻在整个放电过程中所吸收之能量为：

$$w_R=\int_0^\infty(0.25e^{-25\times10^3\times t})^2\cdot400dt=\lim_{\tau\to\infty}\int_0^\tau25\,e^{-50\times10^3\times t}$$

$$\cdot dt=25\times\frac{1}{-50\times10^3}\lim_{\tau\to\infty}\left(e^{-50\times10^3\times t}\right)_0^\tau=0.5\times10^{-3}\text{焦耳}$$

或：电阻上吸收之能量等于电容释放之能量。

$$\therefore -\omega_C=\omega_R=\frac{1}{2}Cu^2=\frac{1}{2}\times 0.1\times 10^{-6}\times(100)^2=5\times 10^{-4}\text{焦耳}$$

9·2　电容 C＝40 微法，通过电阻 R 放电。放电过程中，电阻吸收的能量 $\omega_R=5$ 焦耳。放电时，最大电流为 0.5 安。求：(1)电容未放电前所储存的电场能量；(2)刚放电时，电容上的电压；(3)电阻 R 的值；(4)放电的时间常数；(5)放电 0.1 秒时的电容电压。

〔解〕：　电路可参阅上题附图。

1°　$\omega_R=\omega_c=5$ 焦耳

2°　$\because \frac{1}{2}CU^2=5$　　$\therefore U_0=\sqrt{\frac{2\times 5}{40\times 10^{-6}}}=\frac{1}{2}\times 10^3=500V$

3°　$\because i_{max}=\frac{U_0}{R}$　　$\therefore R=\frac{500}{0.5}=1K\Omega$

4°　$\tau=R\cdot C=1000\times 40\times 10^{-6}=0.04\ S$

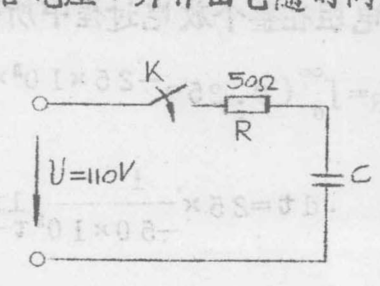
5°　$\because -\frac{t}{RC}=-\frac{t}{4\times 10^{-2}}=-0.25\times 10^2 t=-25t$

$$\therefore u_C\big|_{t=0.1}=U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}=500\cdot e^{-25\times 0.1}=\frac{500}{e^{2.5}}=41.1V$$

9·3　电容经电阻由 U=110 伏的直流电压充电。

已知：电阻 R＝50 欧，接通直流电压后 1.5 毫秒时的电流为 0.11 安。求：(1)充电的时间常数；(2)电容器的电容量；(3)充电电流的初始值；(4)充电过程中的电容电压，并作出它随时间变化的曲线。

〔解〕：本题研究直流电源对 C 的充电过程。



1°　$\because i=\frac{U}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$