

2003

徐州师范大学

XUZHOU NORMAL UNIVERSITY

数学与应用数学(师范)专业
教学大纲

主 编：刘笑颖

编 委：车素兵 戴朝寿 黄晓学 蒋永泉 刘永民

 孙世良 吴晓红 张晗方 张世启 张运涛

责任编辑：张红锋 韩洪政

目 录

一、数学与应用数学（师范）专业教学计划	1
二、数学与应用数学（师范）专业各课程教学大纲	
《数学分析》教学大纲	6
《高等代数》教学大纲	18
《解析几何》教学大纲	29
《概率论》教学大纲	33
《数学建模》教学大纲	39
《近世代数》教学大纲	44
《高等几何》教学大纲	49
《常微分方程》教学大纲	54
《复变函数》教学大纲	59
《微分几何》教学大纲	64
《初等数学研究》（初等代数部分）教学大纲	67
《初等数学研究》（初等几何部分）教学大纲	72
《数学实验》教学大纲	76

数学与应用数学专业教学计划

专业代码： 070101 专业方向：数学与应用数学专业（师范）

一、培养目标与人才规格

培养目标：本专业培养德智体全面发展、面向 21 世纪人才需要的高素质中学数学教师，同时为国家输送研究生及其他专门人才。

人才规格：

1. 热爱祖国，拥护中国共产党领导，具有爱岗敬业、锐意进取、实事求是、勇于创新、团结协作的品质，具有良好的思想品德、社会公德和职业道德；
2. 掌握本专业所必须的基础知识、基本理论和基本技能，有良好的数学修养，了解近代数学学科发展的新成就，接受科学研究工作的初步训练，具备一定的分析问题和解决问题能力。
3. 掌握现代教育理论、现代教育手段和方法，具有从事数学教育的基本素质和技能，能胜任数学教学和教学管理工作，在外语、计算机、普通话等方面达到国家有关规定要求。
4. 有更新知识、继续学习的能力，具备一定的组织管理能力和社会活动能力。
5. 具有健康的体魄和良好的心理素质，达到国家规定的“学生体质健康标准（试行方案）”。

二、学制与学习年限

标准学制为 4 年，允许 3—8 年内完成学业。

三、学分要求和学位

在规定学习年限内，数学与应用数学专业学生修满 166 学分，，毕业论文答辩合格后方能毕业。修满总学分、学位课程（必修课都是学位课程）平均学分绩点在 2.0 及以上、外语水平达到学校规定要求方能取得理学学士学位。

四、课程设置

本专业总学时为 2762 学时（其中课堂讲授 2629 学时，实验课按实际学时数的一半折算为 133 学时），共计 166 学分。课程包括通识课程、专业基础课程、专业课程、专业选修课程和公共选修课程。

1. 通识课程共 13 门：马克思主义哲学原理、马克思主义政治经济学原理（理工）、毛泽东思想概论、邓小平理论概论、思想道德修养（理工）、法律基础（理工）、大学英语、体育、计算机基础（理工）、教育学、心理学、现代教育技术（理工）、教师口语（理工），共计 999 学时，占总学时的 36.2%；50 学分，占总学分的 30.1%；
2. 专业基础课程共 6 门：数学分析、高等代数、解析几何、普通物理、概率论、数学建模，共计 750 学时，占总学时的 27.2%；44 学分，占总学分的 26.5%；
3. 专业课程共 7 门：近世代数、高等几何、常微分方程、复变函数、微分几何、初等数学研究、数学实验，共计 402 学时，占总学时的 14.5%；22 学分，占总学分的 13.3%；

附表二

数学与应用数学（师范）专业教学计划表

课程类型	课程编号	课程名称	学分数	学时		开课学期及周学时分配								备 注
				讲授	实验	一	二	三	四	五	六	七	八	
通 识 课 程	4101101	马克思主义哲学原理	2	36		2								另有 18 学时实践
	4101103	马克思主义政治经济学原理（理工）	2	40		2								
	4101104	毛泽东思想概论	2	36			2							另有 18 学时实践
	4101105	邓小平理论概论	3	36			2							另有 34 学时实践
	4201102	思想道德修养（理工）	2	36			2							另有 15 学时实践
	4201104	法律基础（理工）	2	34		2								
	0901101	教育学	4	72					4					
	0901102	心理学	3	54				3						
	4401101A	体育（一）	1	28		2								
	4401101B	体育（二）	1	36			2							
	4401101C	体育（三）	1	36				2						
	4401101D	体育（四）	1	36					2					
	4501101A	大学英语（一）	4	56	28	4+2								
	4501101B	大学英语（二）	4	72	36		4+2							
	4501101C	大学英语（三）	4	72	36			4+2						
	4501101D	大学英语（四）	4	72	36				4+2					
	4601102A	计算机基础及程序设计（理工）	6	70	70		7							
	0101101	教师口语（理工）	1	20		1								
	4701102	现代教育技术（理工）	3	36	36						4			
	小 计		50	878	242	13+2	19+2	9+2	10+2		4			
专 业 基 础 课 程	2111701A	数学分析（一）	6	90		6								
	2111701B	数学分析（二）	6	108			6							
	2111701C	数学分析（三）	6	108				6						
	2111702A	高等代数（一）	4	60		4								
	2111702B	高等代数（二）	6	108			6							

附表二（续表）

数学与应用数学（师范）专业教学计划表

课程类型	课程编号	课程名称	学分数	学 时		开课学期及周学时分配								备注
				讲授	实验	一	二	三	四	五	六	七	八	
专业基础课程	2111703	解析几何	4	60		4								
	2111704A	普通物理（一）	3	54				3						
	2111704B	普通物理（二）	3	54					3					
	2111705	概率论	3	54						3				
	2111706	数学建模	3	54							3			
	小 计		44	750		14	12	9	3	3	3			
专 业 课 程	2111801	近世代数	3	54				3						
	2111802	高等几何	3	54					3					
	2111803	常微分方程	3	54						3				
	2111804	复变函数	3	54					3					
	2111805	微分几何	3	54						3				
	2111806	初等数学研究	4	72							4			
	2111807	数学实验	3	48	24							4+2		
	小 计		22	390	24			3	6	6	4	4+2		
选修课程	A 系列专业选修课程		27	467						7	6	12	9	
	B 系列专业选修课程			467						7	6	12	9	
	公共选修课程		8	144										
	小 计		35	611						7	6	12	9	
实践课程	2111601	军事训练	2											
	2111602	教育实习	6											
	2111603	科研训练毕业论文	4											
	2111604	社会实践等	3											
	小 计		15											
总学分数、总学时数			166	2629	266	27+2	29+2	23+2	19+2	16	17	16+2	9	

附表三

数学与应用数学（师范类）专业选修课程开课计划表

课程类型		课程编号	课程名称	学分数	学时数	开课时间
专 业 选 修 课 程	A 系 列 专 业 选 修 课 程	2111301	实变函数（必选）	4	72	秋季
		2111302	泛函分析（必选）	3	54	春季
		2111303	点集拓扑（必选）	3	48	秋季
		2111304	数理统计	3	54	春季
		2111305	公理集合论	3	54	秋季
		2111306	初等竞赛数学	2	36	春季
		2111307	数学微格教学（必选）	1	20	春季
		2111308	数学分析选讲	2	36	秋季
		2111309	高等代数选讲	2	36	秋季
		2111310	图论及其应用	3	54	秋季
		2111311	组合数学	2	36	秋季
		2111312	近世代数续论	2	36	秋季
		2111313	微分方程定性理论	2	36	秋季
		2111314	数学方法论	3	45	春季
		2111315	初等数论	3	45	春季
		2111316	模糊数学	3	45	春季
		2111317	有限群论	3	45	春季
		2111318	微分流形	3	45	春季
	B 系 列 专 业 选 修 课 程	2111319	实变函数与泛函分析（必选）	4	80	秋季
		2111320	数理统计（必选）	3	54	春季
		2111321	公理集合论	3	54	秋季
		2111322	空间图形画法研究	2	36	春季
		2111323	中学课件制作	2	36	秋季
		2111324	初等竞赛数学	2	36	秋季
		2111325	数学微格教学（必选）	1	20	春季
		2111326	数学分析选讲	2	36	秋季
		2111327	高等代数选讲	2	36	秋季
		2111328	图论及其应用	3	54	秋季
		2111329	组合数学	3	45	春季
		2111330	几何不等式	2	36	秋季
		2111331	拓扑学基础	2	36	春季
		2111332	数学方法论	3	45	春季
		2111333	初等数论	3	45	春季
		2111334	教育测量与评估	3	45	春季
		2111335	数学教育学（必选）	3	48	秋季

《数学分析》课程教学大纲

适用专业 数学与应用数学（师范）

学 时 306

学 分 18

一、编写说明

（一）本课程的性质、地位和作用

本课程是数学与应用数学专业（师范）的一门重要专业基础课。它的任务是使学生获得极限论，一元函数微积分学，无穷级数与多元函数微积分等方面的系统知识。

本课程是进一步学习复变函数论、微分方程、微分几何、概率论、实变函数与泛函分析等后继课程的阶梯，也为深入理解中学数学打下必要的基础。

通过本课程的讲授与作业应使学生

- (1)对极限思想和方法有较深刻的认识，从而有助于培养学生正确的认知观；
- (2)正确理解数学分析的基本概念，基本上掌握数学分析中的论证方法，获得较熟练的演算技能和初步应用的能力。

（二）本大纲制定的依据

根据本专业人才培养的目标所需要的基本理论和基本技能的要求，根据本课程的教学性质、条件和教学实践而制定。

（三）大纲内容选编原则与要求

(1)本大纲所列各单元讲授顺序与华东师范大学数学系编《数学分析》（高等教育出版社第3版）所列相同，可作适当调整。

(2)为避免教学上的难点过于集中，有些定理可先提出并应用，把证明推迟进行，如实数的一些基本定理可移到一元函数微分学之后。

(3)作为数学系毕业生，应对实数理论、微积分简史有一定的理解。本大纲把微积分简史、实数理论作为附录放在最后。建议结合实数基本定理的证明作适当介绍。

(4)本大纲列入部分带*号（或在附注中说明）的内容，供选用，不计入总课时。

（四）实践环节

1. 本课程的实践环节主要分为习题课、问题探讨（讨论）、课后辅导、课后作业等四个部分，问题讨论可在辅导课或课后完成。

2. 本课程教学学时数为306学时，其中课堂讲授约216学时，习题课90学时，大纲内容括号内所注的学时是指讲授学时。

(五) 教学时数分配表

章节 序号	学 时		课 堂 讲 授	讨 论	实 验	其 它	课 程 设 计	小 计
	名 称	教 学 环 节						
第一章	实数集与函数		8			2		10
第二章	数列极限		9			4		13
第三章	函数极限		9			4		13
第四章	函数的连续性		8			4		12
第五章	导数与微分		14			6		20
第六章	微分中值定理及应用		9			6		15
第七章	实数的完备性		10			5		15
第八章	不定积分		8			4		12
第九章	定积分		11			6		17
第十章	定积分的应用		6			2		8
第十一章	反常积分		8			3		11
第十二章	数项级数		10			3		13
第十三章	函数列与函数项级数		11			4		15
第十四章	幂级数		8			4		12
第十五章	傅里叶级数		7			4		11
第十六章	多元函数极限与连续		11			4		15
第十七章	多元函数微分学		16			6		22
第十八章	隐函数定理及应用		10			3		13
第十九章	含参量积分		9			4		13
第二十章	曲线积分		6			2		8
第二十一章	重积分		12			6		18
第二十二章	曲面积分		16			6		22
	总 计		216			90		306

(六) 考核方法与要求

1. 平时成绩：作业成绩、期中考查成绩、课堂提问等占 30%。
2. 期末考试成绩：占 70%。
3. 综合考核成绩 = (平时成绩) $\times$ 0.3 + (期末考试成绩) $\times$ 0.7。

(七) 教材与主要参考书

使用教材：

《数学分析》第三版（上、下册），华东师范大学数学系编，高等教育出版社，2001。

主要参考书：

1. 《数学分析中的典型问题与方法》，裴礼文，高等教育出版社，1995。
2. 《数学分析选讲》，王戈平，中国矿业大学出版社，2002。
3. 《数学分析讲义练习题选解》，刘玉连等，高等教育出版社，1996。

二、教学内容纲要

第一章 实数集与函数 (8 学时)

一、教学基本要求

熟练掌握函数定义域值域的求法, 理解函数有解、无界的概念, 理解数集确界原理。

二、教学内容

实数概述

绝对值不等式

区间与邻域

函数概念

函数的几种表示法 (解析法、列表法和图象法等)

一些特殊类型的函数 (有界函数、单调函数、奇函数与偶函数、周期函数)

函数的有理运算

复合函数

反函数

基本初等函数

初等函数

数集的上界、下界

△ 数集有界概念, 确界概念

○ 确界原理

要点: 确界原理及上、下确界的求法。

第二章 数列极限 (9 学时)

一、教学基本要求

理解数列极限的“ $\varepsilon - N$ ”定义, 熟练掌握用极限的“ $\varepsilon - N$ ”定义证明一些数列的极限。理解极限不存在的定义, 掌握数列极限存在的条件与性质。

二、教学内容

数列

△○ 数列极限的“ $\varepsilon - N$ ”定义

收敛数列的性质——唯一性、有界性、保号性、不等式性质、迫敛性、有理运算

△ 有界单调数列极限存在定理

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

△ 柯西收敛准则

○ 子数列

要点: 数列极限的“ $\varepsilon - N$ ”定义。

第三章 函数极限 (9 学时)

一、教学基本要求

理解并掌握数列极限的“ $\varepsilon - \delta$ ”、“ $\varepsilon - N$ ”定义, 掌握 o , O , $\sim$ 符号的定义, 熟练利用两个典型公式求极限。

二、教学内容

函数极限

△○ “ $\varepsilon - \delta$ ” 定义, “ $\varepsilon - M$ ” 定义

单侧极限

△ 函数极限性质——唯一性、局部有界性、局部保号性、不等式性质、迫敛性、有理运算
归结原则 (Heine 定理)

函数极限的柯西准则

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$$

无穷小量及其阶的比较

○ 记号 o 、 O 、 $\sim$

广义极限

△ 无穷大量及其阶的比较

要点: 极限的 “ $\varepsilon - \delta$ ” 定义及极限的求法。

第四章 函数的连续性 (8 学时)

一、教学基本要求

理解掌握函数连续性的概念及连续函数的性质, 熟练掌握间断点的分类。理解一致连续性概念。

二、教学内容

△ 在一点函数的连续性

单侧连续性

△ 间断点及其分类

在区间上连续的函数

连续函数的局部性质——有界性、保号性

连续函数的有理运算

复合函数的连续性

○ 一致连续性定义

闭区间上连续函数的性质——有界性、取得最大最小值性、介值性、一致连续性、反函数的连续性、初等函数连续性

第五章 导数与微分 (14 学时)

一、教学基本要求

熟练掌握导数及微分的定义, 理解导数的几何及物理意义, 熟练掌握求导数、求微分的方法。了解微分在近似计算中的应用。

二、教学内容

引入问题 (切线问题与瞬时速度问题)

△ 导数定义

单侧导数

导函数

导数的几何意义

和、积、商的导数

○ 反函数的导数

△ 复合函数的导数

初等函数的导数

微分概念

微分的几何意义

微分的运算法则

△ 一阶微分形式的不变性

微分在近似计算中的应用

高阶导数与高阶微分

由参量方程所表示的曲线的斜率

[附注]

(1)结合求导举例,可介绍对数求导法,隐函数求导数。

(2)高阶导数的莱布尼茨(Leibniz)公式可述而不证。

要点:导数、微分的求证。

第六章 微分中值定理及其应用(9学时)

一、教学基本要求

理解微分中值定理的几何意义,掌握微分中值定理的证明,理解泰勒公式。熟练掌握函数极值、最值、凸凹性及拐点的求法,了解方程的近似解及泰勒公式在近似计算中的应用。熟练掌握运用罗比达法则求极限。

二、教学内容

费马(Fermat)定理

罗尔(Rolle)中值定理

△ 拉格朗日(Lagrange)中值定理

柯西中值定理

○ 泰勒(Taylor)定理(泰勒公式及其拉格朗日型余项)

近似计算

△ 罗比达(L'Hospital)法则

函数单调性判别法

极值、最大值与最小值

曲线的凹凸性

拐点

函数图象讨论

要点:利用微分中值定理、泰勒公式解决一些具体问题。

第七章 实数的完备性(10学时)

一、教学基本要求

理解聚点的概念, 理解掌握区间套定理、聚点定理、有限覆盖定理及闭区间上连续函数性质的证明。了解实数完备性定理的等价性。了解上、下极限的概念。

二、教学内容

区间套定理

柯西准则 (数列)

△ 聚点定理

○△ 致密性定理 (子数列定理)

有限覆盖定理

实数完备性定理的等价性

△ 区间上连续函数性质的证明

要点: 聚点的定义及闭区间套定理的应用。

第八章 不定积分 (8 学时)

一、教学基本要求

理解原函数、不定积分概念, 熟练掌握计算不定积分的方法。

二、教学内容

△ 原函数与不定积分概念

基本积分表

线性运算法则

△ 换元积分法

△ 分部积分法

○ 有理函数积分法

三角函数有理式的积分

○ 几种无理函数的积分 ($R(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}), R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})$)

[附注]

连续函数的原函数存在性的证明留待下一单元“定积分”中进行。

要点: 不定积分的换元积分法及分部积分法。

第九章 定积分 (11 学时)

一、教学基本要求

理解定积分的概念, 掌握可积条件及可积函数类。熟练掌握定积分的性质及定积分的计算。了解上和、下和的性质及可积充要条件的证明。

二、教学内容

引入问题 (曲边梯形面积与变力做功)

○ 定积分定义

定积分的几何意义

可积的必要条件

(*) 上和、下和及其性质

可积的充要条件

可积函数类——在闭区间上连续函数、在闭区间上只有有限个间断点的有界函数、单调有界函数

定积分性质——线性运算法则、区间可加性、不等式性质、绝对可积性、积分中值定理

微积分学基本定理

△ 牛顿—莱布尼兹公式

△ 换元积分法

△ 分部积分法

泰勒公式的积分型余项

要点：定积分性质的应用，积分等式、不等式的证明。

第十章 定积分的应用（6 学时）

一、教学基本要求

熟练掌握利用定积分求面积、旋转体体积、弧长、旋转曲面面积、压力、引力、功。了解定积分的近似计算。

二、教学内容

简单平面图形的面积

△ 曲线的弧长与弧微分

已知截面面积函数的立体体积

△ 旋转体体积与侧面积

平均值

○ 物理应用（压力、功、静力矩与重心等）

定积分的近似计算

[附注]

在定积分应用中，介绍“微元法”

要点：利用微元法解决实际问题。

第十一章 反常积分（8 学时）

一、教学基本要求

理解反常积分的概念，绝对收敛与条件收敛概念。掌握反常积分敛散性的比较判别法，柯西判别法、狄利克雷与阿贝尔判别法。

二、教学内容

非正常积分的引入（第二宇宙速度的计算问题）

△ 无穷限非正常积分

无界函数非正常积分

柯西准则

敛散性的比较判别法

○ 柯西判别法

阿贝尔、狄利德雷判别法

绝对收敛、条件收敛性

要点：反常积分敛散性的判别。

第十二章 数项级数 (10 学时)

一、教学基本要求

掌握级数收敛与发散的定义, 级数收敛的柯西准则, 级数收敛的必要条件。能够熟练地利用比较判别法、比值判别法、根式判别法、莱布尼兹判别法判别级数的敛散性。理解级数的条件收敛及绝对收敛。理解阿贝尔判别法及狄利克雷判别法。了解拉贝判别法。

二、教学内容

级数收敛与和的定义

柯西准则

收敛级数的基本性质

正项级数

比较原则

△ 比式判别法与根式判别法

拉贝 (Raabe) 判别法与高斯判别法

一般项级数的绝对收敛与条件收敛

交错级数

莱布尼茨判别法

阿贝尔 (Abel) 判别法与狄利克雷 (Dirichlet) 判别法*

○ 绝对收敛级数的重排定理

条件收敛级数的黎曼 (Riemann) 定理

要点: 正项级数敛散性的判别, 绝对收敛级数性质。

第十三章 函数列与函数项级数 (11 学时)

一、教学基本要求

理解一致收敛的概念, 掌握一致收敛性质的证明过程, 能够熟练判别函数列、函数项级数的一致收敛性。

二、教学内容

△○ 函数列与函数项级数的收敛与一致收敛概念

一致收敛的柯西准则

函数项级数的维尔斯特拉斯 (Weierstrass) 优级数判别法

阿贝尔判别法与狄利克雷判别法*

函数列极限函数与函数项级数和的连续性

逐项积分与逐项微分

要点: 一致收敛性的判别。

第十四章 幂级数 (8 学时)

一、教学基本要求

理解幂级数的性质, 掌握幂级数收敛域的求法, 理解函数幂级数的展开式, 了解复变量指数函数, 欧拉公式。

二、教学内容

阿贝尔第一定理

△ 收敛半径与收敛区间

内闭一致收敛性

连续性

逐项积分与逐项微分

幂级数的四则运算

○ 泰勒级数

泰勒展开的条件

△ 初等函数的泰勒展开

近似计算

用幂级数定义正弦、余弦函数

复变量的指数函数与欧拉 (Euler) 公式

要点: 幂级数收敛域的求法及求和函数。

第十五章 傅里叶级数 (7 学时)

一、教学基本要求

熟练掌握傅里叶级数的求法, 理解傅里叶级数的性质, 了解傅里叶级数平均收敛定理的证明过程, 理解平均收敛定理的应用。

二、教学内容

三角级数

三角函数系的正交性

贝塞尔 (Bessel) 不等式

黎曼—勒贝格 (Riemann—Lebesgue) 定理

傅里叶级数的部分和公式

△ 按段光滑且以 2π 为周期的函数展开为傅里叶级数的收敛定理

奇函数与偶函数的傅里叶级数

△ 以 $2l$ 为周期的函数的傅里叶级数

○ 一致收敛性定理

傅里叶级数的逐项积分与逐项微分

维尔斯特拉斯的函数逼近定理

要点: 傅里叶级数的求法。

第十六章 多元函数的极限与连续 (8 学时)

一、教学基本要求

理解多元函数极限的定义, 掌握多元函数极限的求法, 熟练掌握多元连续函数的性质。

二、教学内容

平面点集概念 (邻域、内点、界点、开集、闭集、开域、闭域等)

○ 平面点集的基本定理——区域套定理、聚点定理、有限覆盖定理

二元函数概念

△ 二重极限

累次极限