

数 学 基 础

(試用教材)

目 录

绪 言

第一章 量、测量及数的概念的扩充	(2)
第一节 量、测量和量的单位	(2)
第二节 量的表示法, 数的概念的扩充	(3)
一、自然数、整数	(3)
二、小数和分数	(3)
三、有理数	(4)
四、实数	(5)
五、数轴	(5)
六、小结	(6)
第二章 常用计算	(8)
第一节 小数的四则运算	(8)
一、小数的加减法	(8)
二、小数的乘法	(8)
三、小数的除法	(8)
第二节 分数的四则运算	(9)
一、分数及其基本性质	(9)
二、分数的约分与通分	(10)
三、分数的加减法	(11)
四、分数的乘法	(11)
五、分数的除法	(12)
六、百分数	(12)
习题课一	(14)
七、比和比例	(16)
八、正比与反比	(17)
九、比例的分配	(18)
习题课二	(19)
第三节 正负数的四则运算	(19)
一、正负数的加减法	(19)
二、正负数的乘法	(21)
三、正负数的除法	(21)
第四节 乘方、开方	(22)
第五节 指数	(23)
一、正整数指数幂的运算法则	(23)
二、零指数	(24)

三、 n 整数指数	(24)
四、分数指数	(24)
第六章 对数	(25)
一、对数的意义	(25)
二、对数的运算法则	(26)
三、常用对数	(27)
四、常用对数的查表法	(28)
习题课三	(30)
第七章 代数式的运算	(32)
一、什么是代数式	(32)
二、整式的加减法	(33)
三、整式的乘除法	(33)
四、乘法公式	(35)
五、分式的加减法	(35)
六、分式的乘除法	(35)
习题课四	(36)
第三章 数量关系	(38)
第一节 方程	(38)
一、一元一次方程	(38)
二、二元一次方程组	(39)
三、一元二次方程	(40)
习题课五	(41)
第二节 变量与函数	(42)
一、平面直角坐标系	(42)
二、常量与变量	(46)
三、函数的概念	(47)
四、函数的三种表示法	(47)
五、多变量函数	(50)
习题课六	(51)
第三节 三角函数	(54)
第四节 一次函数	(58)
第五节 幂函数	(64)
第六节 指数函数与对数函数	(66)
习题课七	(69)
附 录	
第四章 几何的基本知识	(76)
第一节 角和角的度量	(76)
第二节 简单平面几何图形	(78)
第三节 圆和圆的性质	(84)
第四节 简单立体几何图形的体积	(88)

緒 言

伟大领袖毛主席教导我们：“自从有阶级的社会存在以来，世界上的知識只有兩門，一門叫做生产斗争知識，一門叫做阶级斗争知識。自然科学、社会科学，就是这两門知識的結晶，哲学則是关于自然知識和社会知識的概括和总结。”数学是一门自然科学，它的研究对象，正如恩格斯所指出的：“純数学是以现实世界的空間的形式和数量的关系……为对象的。”

数学的研究对象决定了它的两个基本特点，即高度抽象性和应用广泛性。例如，两头猪加三头猪，两斤米加三斤米，数学对于诸如此类的事物，是暂时撇开它们的具体内容，即暂时不问是猪是米，而只研究它们的数量关系，从而抽象地总结出 $2 + 3 = 5$ 这样一个简单规律。当然，对现实世界中更复杂的数量关系，就得进行更高度的抽象，尽管形式是抽象的，但内容却是非常现实的。

数学的高度抽象性和它的应用广泛性是紧密相连的，如 $2 + 3 = 5$ 这一数量关系，就代表一切具有这样数量关系的实际问题，而不管问题所涉及的性质是多么不同，即不管问题所涉及的是猪是米，是机器还是细菌，结果都一样，这就显出数学在应用上的广泛性。我们注意到，数学的规律，是从许许多多事物的共同规律用抽象的形式总结出来的，它来源于实践，正确地反映了客观世界的规律，所以它能被用来指导实践，推动各种科学技术的发展。

在医学科学里也有着许多空间形式和数量关系需要我们去认识和掌握。例如，烧伤面积的计算，医疗资料的统计，用药剂量的确定等。毛主席谆谆教导我们说：“胸中有‘数’。这是說，对情况和问题一定要注意到它們的数量方面，要有基本的数量的分析。任何质量都表现为一定的数量，沒有数量也就沒有质量。我們有許多同志至今不懂得注意事物的数量方面，不懂得注意基本的統計。主要的百分比，不懂得注意决定事物质量的数量界限，一切都是胸中无‘数’，結果就不能不犯錯誤。”可见，学习一些最基本的数学知识，对于做好一个红色医生是完全必要的。

第一章 量、測量及数的概念的扩充

第一节 量、測量和量的单位

辩证法认为：事物是不断地运动变化的，是由量变到质变的。因此，我们对客观世界的研究就不但要进行质的（即定性的）研究，而且也要进行量的（即定量的）研究。

要进行定量的研究，就必须测量各种量的大小，例如：质量，时间，长度，面积，容积，速度，力，比重，密度等。其中，长度，质量，时间是最基本的物理量。

有些量的测量，可以直接由量度仪器读出它的结果，我们把这种测量叫做直接测量。例如用米尺测量长度，用秒表测量时间，用体温计测量人体温度等。还有一些量，它不能直接由量度仪器读得结果，而只能用直接测量的数据加以运算，才能得到结果，这种测量我们把它叫做间接测量。例如，由测长度计算面积；由测距离和时间计算速度等。

在测量某种量时，必须首先规定同类的一定量作为标准，这种标准量叫做量的单位。例如，长度的单位有：米、分米、厘米、毫米等。最常用的基本物理量的单位如表一所示。

几种常用物理量的公制单位表

表一

类 别	单 位 名 称	代 号	换 算	折 合 市 制
长 度	公里（千米）	km	=1000米	= 2 市里
	米	m	= 100厘米	= 3 市尺
	分米	dm	= 10厘米	= 3 市寸
	厘米	cm	= 0.01米	= 3 市分
	毫米	mm	=0.001米	
	微米	μ	=0.001毫米	
	埃	$\text{\AA}$	=0.0001微米	
质 量 (重量单位名称同)	吨	t	=1000公斤	= 2 市担 = 2 市斤 (100克=2市两) 10克=2市錢
	公担	q	= 100公斤	
	公斤（千克）	kg	=1000克	
	克	g	=1000毫克	
	毫克	mg	=0.001克	
	微克	μ g	=0.001毫克	

时 间	小时 分 秒	hr min sec	=60分 =60秒	
容 积	千升 升 毫升	kl l ml	=1000升 =1000毫升 =0.001升	=10市石 =1市升=0.1市斗
体 积	立方米 立方分米 立方厘米 立方毫米	m ³ dm ³ cm ³ mm ³	=1000dm ³ =1千升 =1000cm ³ =1升 或cc=1000mm ³ =1毫升 =0.001cm ³	

这里还应该指出，通常中医所采取的重量单位是1市斤等于16两的，因此，对于中草药的剂量，应该用1克=0.32錢来进行换算。

毛主席教导我们：“要过細，粗枝大叶不行，粗枝大叶往往搞錯。”通过这一节的学习，我们应该认识到，数据和单位都是表示量的大小的不可缺少的因素。有些药，往往用1微克时可以把某种病治好，而用1毫克时则会致病人于死命，“微”和“毫”一字之差，却会差之毫厘，失之千里。作为一个红色医生，应该以对人民高度负责的精神，熟记各种单位的换算关系，“要过細地做工作。”

第二节 量的表示法，数的概念的扩充

一、自然数、整数

在实际生活里，我们常遇到的量有两种。一种量是可数的，例如人数，我们可以一个个地数，把人数数出来，这样数出来的结果，称为自然数。零和自然数一起总称为整数。

二、小数和分数

另一种量是不可数的，例如体温，我们就不能说是多少个体温，而只能用体温计去测量，这时不但会出现整数，有时还会出现不是整数的零头，当测量的结果出现零头时，我们用小数或分数去表示。例如，某病人的体温为摄氏39度半，我们就记为39.5℃或39 $\frac{1}{2}$ ℃等。39.5中间的点，称为小数点；小数点左边叫整数部分；小数点右边叫小数部分；小数部分所含数字的个数叫做小数的位数。

整数与小数是对立的统一，他们互相对立，又互相联系，在一定条件下，它们能相互转化。例如某人的身高，用米为单位时是1.65米，而用厘米为单位时，就转化成整数，即165厘米。反过来也一样。

把单位“1”平均分成若干等份，表示其中一份或几份的数称为分数。例如 $\frac{1}{2}$ ，就是把单位“1”分为两等份的其中之一份。分号“—”下面的数字称为分母，表示把一单位分为多少等份；“—”上面的数字称为分子，表示其中的几份。分母大于分子的分数叫真分数。分母小于分子的分数叫假分数，例如 $\frac{4}{3}$ 。假分数可以变成整数加一个真分数的形式，例如 $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$ ，我们把它写成 $1\frac{1}{3}$ 。一个具有整数和真分数两部分的分数，叫带分数。

整数和分数也是对立的统一，它们是互相对立又互相联系的，在一定条件下，也能互相转化。例如 $\frac{1}{3}$ 米用市尺为单位时就是1尺，反过来也一样。

分数总是可以变成小数，例如 $\frac{1}{2} = 0.5$ 等，但有些分数只能化成无限循环小数，例如： $\frac{1}{3} = 0.333\cdots$ ， $\frac{1}{11} = 0.090909\cdots$ 。

分母为一百的分数称为百分数。例如百分之六十七，写成 $\frac{67}{100}$ ，通常也把它写成67%，符号(%)称为百分号，有时还用千分号(‰)表示分母为一千的分数。

三、有理数

在日常生活和生产实践中，经常遇到具有相反意义的同类量。例如，零上温度和零下温度，增产和减产，收入和支出，前进和后退，山高和河深等。为了区别具有相反意义的量，就把这种量的一种意义规定为正；而把具有相反意义的量规定为负。正量的数，用算术里学过的数来表示，叫做正数。数的前面可以放上“+”号，也可以不放。例如

+3, 3, +1.2, 1.2, $+\frac{3}{4}$, $\frac{3}{4}$ 等等。而负量的数，用算术里学过的数前面放上“-”号（读作“负”）来表示，这种前面带负号的数叫做负数，例如-3, -1.2, $-\frac{3}{4}$ 等。

“零”既不是正数，也不是负数。

“小数”实质上是其分母为10, 100, 1000, ……等的分数。例如0.1即 $\frac{1}{10}$ ；0.23即 $\frac{23}{100}$ 等。

整数和分数（包括正的和负的）总称之为有理数。

一个数如果不问它是正数还是负数，只考虑它的数值部分，叫做这个数的绝对值。

例如-4和+4的绝对值都是4；-1.5和+1.5的绝对值都是1.5， $+\frac{2}{3}$ 和 $-\frac{2}{3}$ 的绝对值都是 $\frac{2}{3}$ 。“零”的绝对值就是零。一个数的绝对值，用在这个数的两旁各划一条竖线表示，例如：

$$|+1.5| = |-1.5| = 1.5, \quad |0| = 0 \text{ 等。}$$

对有理数大小的比较，我们应特别注意：两个负数，绝对值大的反而小，绝对值小的反而大这样一种情况。例如零下三度的气温(-3°C)高于零下五度的气温(-5°C)，可见虽然

$$|-5| > |-3|, \text{ 但 } -5 < -3.$$

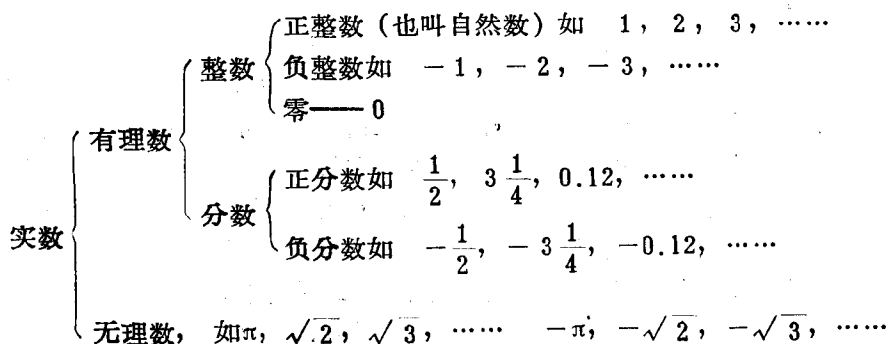
另外，所有正数都大于零，例如 $+1 > 0$ ，而零大于所有负数，例如 $0 > -1$ ，所有正数都大于所有负数，例如 $+1 > -1$ ，这些情况，则是大家所熟悉的了。

四、实数

由测量一圆周和该圆周的半径，我们总结出： $L = 2\pi R$ 这个规律。 L 是圆周的长度， R 是半径的长度， $\pi = 3.141592\cdots$

由测量等腰直角三角形的斜边和直角边，可总结出 斜边 $= \sqrt{2}$ 直角边， $\sqrt{2} = 1.4142\cdots$ 象 π ， $\sqrt{2}$ ，等既不能用有限个位数的小数或无限循环小数表示出来，又不能用分数表示出来的数称为无理数。所谓无理数实际上是一个无限不循环的小数。

有理数和无理数总称为实数。至此，由对量的计数和测量的实际需要，我们对数的概念已经有了很大的扩充，列表如下：



五、数轴

恩格斯说：“数和形的概念不是从其他任何地方，而是从现实世界中得来的。”我们知道，温度计上的刻度，零上表示正的温度，零下表示负的温度。由此想到，是不是可以用一条直线上的点把实数表示出来呢？把温度计如图 1—1 那样横放，可以看到温度计以零为界，右边表示正的温度，左边表示负的温度，由此得到启发：

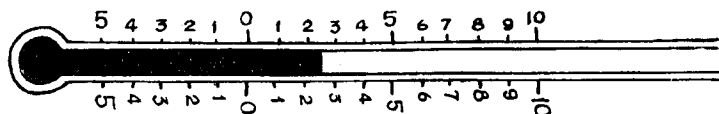


图 1—1

划一条直线，规定从左到右的方向是正的，那末，从右到左的方向就是负的。在这条直线上任取一点 0，表示零，这一点叫原点。

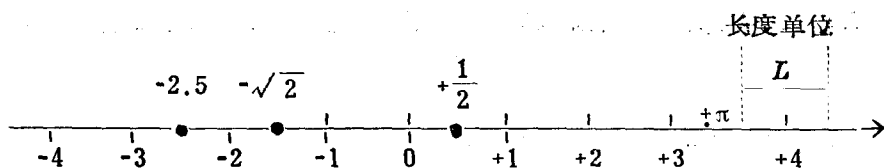


图1-2 箭头所示方向是正向

再任意取一条线段 L 作为长度单位。我们把规定了原点、方向、和长度单位用来表示数的直线，称为数轴。数轴上的每一点都表示一个实数。反之，每一个实数都可以在数轴上找出一点来表示它。例如，从原点起向右用单位长度 L 顺次截取，依次得到表示 $+1, +2, +3, \dots$ 的各点；向左顺次截取，依次得到表示 $-1, -2, -3, \dots$ 的各点。用 $\frac{L}{2}$ 作半径画一圆，这圆周的长度就可在图1-2数轴上标出相应的 $+\pi$ 点。同样，用 L 为腰，作等腰直角三角形，斜边的长度也就可在数轴上标出相应的 $-\sqrt{2}$ 点等。总之，有了数轴的概念，我们就把数和形联系了起来。以后我们将看到，这种联系，给医学科学的研究带来很多便利。

六、小结

本章的要点有两个：

一、数的概念的产生，完全是来源于实践，决不是什么天才家所凭空创造出来的。毛主席教导说：“实践的观点是辩证唯物论的认识论之第一的和基本的观点。”人类由于对可数量的计数，得到了自然数和整数的概念，又由于对不可数量的测量，发生了零头，为表示它而产生了分数和小数的概念。由于对具有相反意义的量的测量，产生正数和负数的概念，又由于对一些不能用有限个位数的小数或无限循环小数来表示的量的测量而产生无理数的概念。这样一个由自然数到实数的数的概念的扩充过程，是人类对数的概念的认识的逐步深化过程，这个过程由实践开始，经过科学的抽象又能回到实践中去运用，这个过程完全符合于毛主席指出的：“实践、认识、再实践、再认识，这种形式，循环往复以至无穷，而实践和认识之每一循环的内容，都比较地进到了高一级的程度。”这个辩证唯物论的知行统一观。

二、整数和分数，整数和小数，正数和负数，有理数和无理数，数和形，这些概念都是对立统一的。而事物（包括数的概念）的矛盾和斗争是事物发展的根本原因。矛盾的统一是相对的，暂时的，而矛盾的对立则是绝对的，永久的。毛主席指出：“人的概念的每一差异，都应把它看作是客观矛盾的反映。客观矛盾反映入主观的思想，组成了概念的矛盾运动。……”

本章的学习，必须以毛主席的光辉哲学著作“实践论”和“矛盾论”作为指导，才能真正把本章的内容学好。而通过本章内容的学习，也能使我们更进一步去领会毛主席的伟大哲学思想。

习 题

(1) 1毫米(mm) = ? 米(m)

1 微米 (μ) = ? 米 (m)

1 毫克 (mg) = ? 公斤 (kg)

1 吨 = ? 微克 (μ g)

1 毫升 = ? 立方米 (m^3)

(2) 将下列量换成以毫克或毫升表示:

0.05克, 0.001g, 0.1升, 0.5克, 0.25L, 0.3g

(3) 将下列量换成克或升表示:

100毫克, 30毫克, 50CC, 25mg, 600ml

(4) 我国工人和科技人员自行制造的电子显微镜的分辨能力达0.00000005厘米, 以埃为单位时是多少?

(5) 治猪肉绦虫病常是先食2—3两(1市斤=16两)槟榔, 过半小时后再服一两硫酸镁, 请把这个剂量用克表示。

第二章 常用計算

第一节 小数的四則运算

一、小数的加減法

两个小数相加时，加数、被加数的小数点上下要对齐，然后按整数的加法相加；其和的小数点也应与加数、被加数中的小数点对齐。小数带有单位时，只有单位相同才能相加。多个小数相加时，可从左至右按顺序进行。两个小数相减时，其规则与两个小数相加一样，不同的只是把加号改为减号，被加数换成被减数，加数换成减数，和变为差。例如：

$18.18 - 5.2 = 12.98$	$4.74\text{斤} + 15.4\text{斤} = 20.14\text{斤}$
$18.18 \cdots \cdots \text{被减数}$	$4.74\text{斤} \cdots \cdots \text{被加数}$
$- 5.2 \cdots \cdots \text{减数}$	$+ 15.4\text{斤} \cdots \cdots \text{加数}$
$\hline 12.98 \cdots \cdots \text{差}$	$\hline 20.14\text{斤} \cdots \cdots \text{和}$

小数的加法减法混合运算，式中没有括号时，则从左至右按顺序进行加减即可；式中有括号时，则先算括号内的，有多种括号便按小、中、大的顺序进行。

二、小数的乘法

两个小数相乘时，先按两个整数相乘，乘完后，计算乘数和被乘数共有几位小数，其积也就取几位小数；如果积的位数不够，则在积的左边补上零，使其小数具有同样多的位数。多个小数相乘，可按顺序相乘。例如：

$\begin{array}{r} 2.1 \\ \times 4 \\ \hline 8.4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.8 \\ \times 0.4 \\ \hline 0.32 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.1 \\ \times 0.1 \\ \hline 0.01 \end{array}$
--	---	---

三、小数的除法

小数除以整数时，按整数除法去除，商的小数点必须和被除数的小数点对齐。若有余数，则在余数的右边补零再继续除。小数除以小数时，我们可根据除数与被除数扩大相同的倍数，其商不变的性质将除数变成整数后再除。例如：

$\begin{array}{r} 8.8 \cdots \cdots \text{商 (小数点上下对齐)} \\ \text{除数} \cdots \cdots 3 \overline{) 26.4} \cdots \cdots \text{被除数} \\ \underline{24} \\ 24 \\ \underline{24} \\ 0 \end{array}$	$\begin{array}{r} 0.22 \\ 195 \overline{) 42.9} \\ \underline{390} \\ 390 \cdots \cdots \text{在余数39右边} \\ \underline{390} \text{补0再继续除} \\ 0 \end{array}$
--	---

$$\begin{array}{r} 0.8 \overline{) 4.56} \\ \vdots \\ \text{除数是小数} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{将除数变成整数} \\ \text{将除数、被除数同乘10} \rightarrow \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \overline{) 45.6} \\ 40 \\ \hline 56 \\ 56 \\ \hline 0 \end{array}$$

上面我们学习了小数的四则运算，但在实际问题中，常常不是加、减、乘、除的单纯运算，而往往是混合进行的，遇到这种情况，我们的办法是：

1. 先乘除，后加减
2. 有括号的，先计算括号内的，并按括号的小、中、大顺序进行计算。

第二节 分数的四则运算

一、分数及其基本性质

在第一章里，我们已经讲过了，人们在测量或者在计算中，往往不能得到整数的结果，而需要把单位“1”平均分成若干份，而用它的一份或几份来表示，这种把单位“1”平均分成若干份，表示其一份或几份的数，叫做分数。例如把单位“1”分成 a 份，取其 b 份，便叫做 a 分之 b ，写作 $\frac{b}{a}$ ，这里 a 是不等于零的数。在 $\frac{b}{a}$ 中， b 叫做分数的分子， a 叫做分数的分母。分数 $\frac{b}{a}$ 可以看作一个除法，即分子相当于被除数，分母相当于除数，横线“—”相当于除号，既然分数相当于除法，那么分数的分子就可以大于分母，也可以小于分母。对分子大于分母的分数，我们称为假分数；分子小于分母的分数我们称为真分数。例如 $1 \div 3 = \frac{1}{3} \cdots \cdots$ 是真分数，而 $6 \div 5 = \frac{6}{5} \cdots \cdots$ 便是假分数。

下面我们讨论一下 $\frac{1}{2}$ ， $\frac{2}{4}$ ， $\frac{3}{6}$ 的值。

$$\frac{1}{2} = 1 \div 2 = 0.5$$

$$\frac{2}{4} = 2 \div 4 = 0.5$$

$$\frac{3}{6} = 3 \div 6 = 0.5$$

由此我们可以得出一个结论，这三个分数是相等的。即 $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = 0.5$ 。从这里我们还可以发现另外一条规律：

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 2}{2 \times 2} = \frac{2}{4} = 0.5 \cdots \cdots \text{分子分母同乘以2 其值不变}$$

$$\frac{2}{4} = \frac{2 \div 2}{4 \div 2} = \frac{1}{2} = 0.5 \cdots \cdots \text{分子分母同除以2 其值不变}$$

从上述的例子我们可以总结出分数的一个基本性质：一个分数，将其分子分母同乘或同除以一个不等于零的数，其分数的值不变。

二、分数的约分与通分

在整数除法中，我们知道，如果甲数能被乙数整除，甲数就叫做乙数的倍数，乙数就叫做甲数的约数。如果甲乙两数同时都能被丙数整除，则丙数叫做甲乙两数的公约数。如果甲乙两数同时都能除尽丙数，则丙数叫做甲乙两数的公倍数。公约数中最大的那个数便叫做最大公约数，公倍数中最小的那个数，便叫做最小公倍数。例如：

2	36	60	用公约数2除。	2	36	42	60
2	18	30	用公约数2除。	3	18	21	30
3	9	15	用公约数3除。	2	6	7	10
3	5	3和5只是有公约数1。		3	7	5	

由此可知，2，3， 2×2 ， 2×3 ， $2 \times 2 \times 3$ 都是36和60的公约数。而 $2 \times 2 \times 3 = 12$ 是36和60的最大公约数。而 $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 180$ 是36和60的最小公倍数。同样的道理，2，3，6是36，42，60的公约数。而6是36，42，60的最大公约数。 $2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 7 \times 5 = 1890$ 是36，42，60的最小公倍数。

把一个分数的分子和分母同时用公约数去除的运算，叫做约分。约分的目的是为了简化分数。如约分可以把 $\frac{24}{36}$ 简化为 $\frac{2}{3}$ 。采用最大公约数进行约分，一次就可以化为最简分数，如：

$$\frac{24}{36} = \frac{24 \div 12}{36 \div 12} = \frac{2}{3}。在实际运算中可以这样来进行：$$

12	2
24	6
36	18
18	9
	3

$$= \frac{24}{36} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}。$$

显然，分母相同的两个分数，分子大的分数值也大，分子小的分数值也小，但是，对于不同分母的两个分数值的比较，就不是那样直观了。为了比较两个不同分母的分数的大小，我们需要把不同分母的分数化成分母相同的分数来比较。这种把不同分母的分数化成分母相同的分数的运算，叫做通分。通分实质上就是要找出一个最小的公分母，找最小的公分母，实际上就是要求出各分母的最小公倍数。例如求 $\frac{5}{9}$ 和 $\frac{6}{11}$ 的通分，先求出

9和11的最小公倍数99，然后将 $\frac{5}{9} = \frac{5 \times 11}{9 \times 11} = \frac{55}{99}$ ， $\frac{6}{11} = \frac{6 \times 9}{11 \times 9} = \frac{54}{99}$ 。像 $\frac{5}{9}$ 和 $\frac{6}{11}$ 这两个不同分母的分数，经过通分，就容易比较其大小了。

三、分数的加减法

同分母的分数相加（或相减），其分子相加（或相减），而分母不变。不同分母的分数相加（或相减）时，首先要将各分数进行通分，化成同分母的分数相加（或相减），然后按同分母的加（或减）的法则运算。例如：

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} + \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\frac{5}{21} - \frac{8}{35} = \frac{25}{105} - \frac{24}{105} = \frac{1}{105}$$

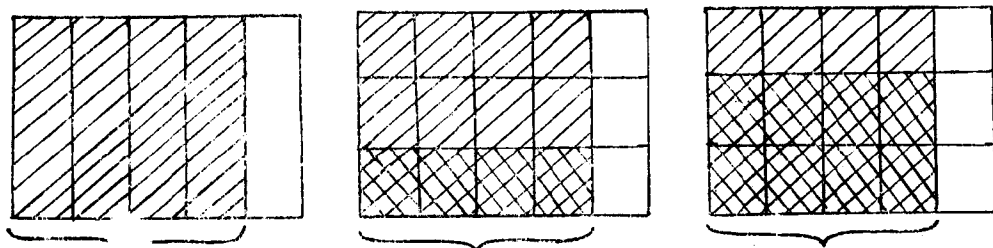
四、分数的乘法

团结生产队的红小兵在“双抢”战斗中，每小时割禾 $\frac{4}{5}$ 亩，问 $\frac{1}{3}$ 小时能割多少亩？ $\frac{2}{3}$ 小时能割多少亩？

我们分析一下，一小时割 $\frac{4}{5}$ 亩，2小时割 $\frac{4}{5}$ 亩 $+\frac{4}{5}$ 亩 $=2\times\frac{4}{5}$ 亩，3小时割 $3\times\frac{4}{5}$ 亩。而我们现在是问 $\frac{1}{3}$ 小时和 $\frac{2}{3}$ 小时能割多少亩，也应该是采用乘法运算，即求 $\frac{1}{3}\times\frac{4}{5}=?$ $\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}=?$

为了解决上面的问题，我们先把1小时割的亩数（即 $\frac{4}{5}$ 亩）分成三份，其中一份就是 $\frac{1}{3}$ 小时割的亩数，二份就是 $\frac{2}{3}$ 小时割的亩数。如图2—1，斜线部分是所割的面积。

图2—1



1 小时割 $\frac{4}{5}$ 亩

$\frac{1}{3}$ 小时割 $\frac{4}{15}$ 亩

$\frac{2}{3}$ 小时割 $\frac{8}{15}$ 亩

即 $\frac{1}{3}$ 小时割的亩数为 $\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$

$\frac{2}{3}$ 小时割的亩数为 $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$

由此我们总结出分数乘分数的法则是：分子乘分子，分母乘分母。而整数乘分数，把整数与分子相乘就可以了。因为任何整数都可以把它看成是分母为一的分数。

五、分数的除法

一个分数的分子与分母互换位置后的分数，称为原来那个分数的倒数。如 $\frac{b}{a}$ 的倒数

是 $\frac{a}{b}$ 。分数的除法从 $\frac{8}{15} \div \frac{4}{5} = \frac{\frac{8}{15}}{\frac{4}{5}} = \frac{\frac{8}{15} \times \frac{5}{4}}{\frac{4}{5} \times \frac{5}{4}} = \frac{8}{15} \times \frac{5}{4}$ 可知两个分数相

除等于被除数乘以除数的倒数。

六、百分数

在日常生活中，也常常遇到百分比的问题，如某医院住院处统计，3月份入院患者中，内科占 $\frac{36}{100}$ ，外科占 $\frac{21}{100}$ ，妇科占 $\frac{23}{100}$ ，儿科占 $\frac{13}{100}$ ，神经科占 $\frac{7}{100}$ ，上述所举的这些数，都是百分数。百分数也叫百分比。任何小数、分数或整数都可化成百分数。百分数的运算与分数的运算完全相同。例如：

$$0.325 = \frac{0.325 \times 100}{100} = \frac{32.5}{100} = 32.5\%$$

$$\frac{5}{8} = 0.625 = 62.5\%$$

$$7 = 700\%$$

例1 我校一大队某班工农兵学员中，解放军战士有9人，占全班人数的37.5%，问这个班有多少个工农兵学员？

解：由已知某数的几分之几是多少，求某数应该用除法。

$$\therefore \text{全班工农兵的总人数} = 9 \div \frac{37.5}{100} = 24$$

答：该班工农兵学员是24人。

例2 从旧社会的一句民谣“农民头上两把刀，地租重，利息高”，可以看出地主、富农压迫、剥削广大贫下中农是何等的残酷！张大爷在1937年春，被迫向地主借了90斤玉米，秋后，狠心的地主硬是要张大爷交80%的利息，问张大爷向地主交了多少斤利息的玉米？地主连本带利拿去张大爷多少斤玉米？

解：求利息应该用乘法。

$$\text{张大爷向地主交的利息} = 90 \times \frac{80}{100} = 72(\text{斤})$$

$$\text{地主连本带利收玉米斤数} = 90 \text{斤} + 72 \text{斤} = 162 \text{斤}$$

答：张大爷交给地主的利息是72斤，张大爷一共交给地主的玉米是162斤。

张大爷被地主剥削的例子，是旧社会广大贫下中农受压迫、受剥削的一个缩影。今天我们广大贫下中农翻了身，当了家，做了主人，我们决不能因此而忘记了在旧社会

里过的暗无天日的悲惨生活。我们要不忘阶级苦，牢记血泪仇，狠批叛徒、内奸、工贼刘少奇的“剥削有功”论。

例3 无产阶级文化大革命前，叛徒、内奸、工贼刘少奇为了达到他颠覆无产阶级专政，复辟资本主义的狼子野心，极力阻挠毛主席著作的出版工作。文化革命前15年一共才出版1152万册。无产阶级文化大革命摧毁了刘少奇的资产阶级黑司令部后，在无产阶级司令部的直接领导下，仅1967年一年就出版了各种文版的《毛泽东选集》8640万册。问文化大革命前15年出版的册数对1967年出版的册数的百分比是多少？又问1967年出版的册数对文化大革命前15年出版的册数的百分比是多少？

解：文化大革命前15年的册数占1967年册数的百分之几，1967年出版的册数就是总

体，15年出版的册数就是部分，按照比较的原则就是 $\frac{1152}{8640}$ ，然后化成百分数。

∴文化大革命前出版的册数占1967年出版的册数的百分比是

$$\frac{1152}{8640} \times 100\% = \frac{2}{15} \times 100\% \approx 13.3\%$$

这里 $\approx$ 是表示近似的符号。

而1967年出版的册数占文化大革命前出版的册数的百分之几的问题刚好就颠倒过来了，所以其比是 $\frac{8640}{1152} \times 100\% = \frac{15}{2} \times 100\% = 750\%$

刘少奇这样猖狂地破坏毛主席著作的出版，真是罪该万死！

例4 化学中常常用百分数来表示各种溶液的浓度。例如把15克的氢氧化钠（俗称烧碱）溶解到135克的水里，我们就得到了150克氢氧化钠溶液。其中15克氢氧化钠叫做溶质。135克的水叫做溶剂。溶质的重量占溶液重量（等于溶质重量与溶剂重量之和）的百分数就叫做这个溶液的浓度。问上面配制的氢氧化钠溶液的浓度是多少？

解：浓度 = $\frac{\text{溶质重量}}{\text{溶液重量}} = \frac{15}{150} = \frac{1}{10} \times 100\% = 10\%$

答：上面氢氧化钠溶液的浓度是10%。

这个浓度就表示取100克这种氢氧化钠溶液，其中有10克氢氧化钠。

分数的四则运算与整数、小数的四则运算是一样的。没有括号时，先乘除，后加减。有括号时，先算括号内的数，并按括号的小、中、大顺序进行计算。

习题

一、小数的四则运算：

① $50 + 0.05 = ?$

② $357 - 68.61 = ?$

③ $3.25\text{米} - 98\text{厘米} = ?$

④ $25.6 - (13.8 - 8.1) = ?$

⑤ $12.5\text{公斤} + 125\text{克} - 873\text{毫克} = ?$

⑥ $0.39 \times 0.47 = ?$

⑦ $57.9 \div 0.49 = ?$

⑧ $1 - 0.9 \times \{ 1 - 9 \times [1 - 9 \times (1 - 0.9)] \} = ?$

二、分数的四则运算:

- ① $\frac{3}{8} + 5 = ?$ ② $\frac{2}{3} + \frac{4}{7} + \frac{3}{5} = ?$
- ③ $\frac{18}{25} - \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = ?$ ④ $\frac{25}{1591} - \left(\frac{39}{43} - \frac{33}{37} \right) = ?$
- ⑤ $\frac{6}{11} \times 3 \times \frac{11}{12} = ?$ ⑥ $\frac{17}{24} + \frac{2}{3} \div \frac{8}{5} - \frac{5}{14} \times \frac{7}{15} = ?$
- ⑦ $\frac{8}{9} \times \left[\frac{13}{4} + \left(\frac{7}{16} - \frac{1}{4} \right) \div \frac{3}{2} \right] = ?$
- ⑧ $\frac{17}{18} \div \frac{17}{(\quad)} = \frac{2}{9}$ 求出()内的数来。

三、百分数应用题:

(1) 35克的食盐(化学中叫氯化钠)溶解在140克水中,问这样配制的盐水溶液的重量百分浓度是多少?

(2) 今有上题所配制的食盐溶液50克,问其中含有多少克食盐?

(3) 现有重量百分浓度为10%的氢氧化钠溶液38克,浓度为15%的氢氧化钠溶液50克。问两者混合后溶液的浓度是多少?

(4) 我国1971年3月发射的人造地球卫星重量是221公斤,而日本同时期发射的卫星重量是63公斤,问日本卫星重量是我国卫星重量的百分之几?

(5) 美帝出于其侵略本性,疯狂地进行扩军备战,因此军费开支年年直线上升,1959年军费开支为466亿美元,1969年比1959年军费开支增加了71%,问美帝1969年军费开支是多少美元?

(6) 我国现有领土约960万平方公里,新老沙皇侵占我国的领土是现在领土的 $\frac{1}{6}$,问新老沙皇侵占我国领土多少万平方公里? 占我国领土面积的百分数是多少?

(7) 人体的表面积的大小可以从身高和体重二个数来推算,我国人体表面积的推算公式为:

$$\text{身体的表面积 (m}^2\text{)} = 0.0061 \times \text{身高 (Gm)} + 0.0128 \times \text{体重 (Kg)} - 0.1529$$

问体重为120(市斤),身高为1.7m的人的身体表面积是多少?

习题课一

我们再复习一下小数的四则运算法则,小数的加减法的要点是:

1. 加数与被加数,减数与被减数的小数点位置要对齐。其和与差的小数点也要与加数,被加数,减数与被减数对齐。

2. 加或减按整数的加或减的法则进行。