

徐光啟著譯集

七

幾何原本第六卷之首

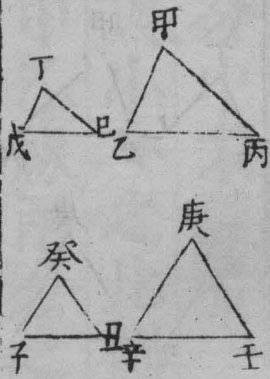
泰西利瑪竇口譯

吳淞徐光啓筆受

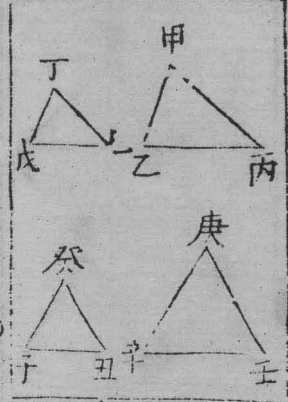
界說六則

第一界

凡形相當之各角等。而各等角旁兩線之比例俱等。為相似之形



甲乙丙丁戊己兩角形之甲角與丁角等。乙與戊丙與己各等。其甲角旁之甲乙與甲丙兩線之比例。若丁角旁之丁

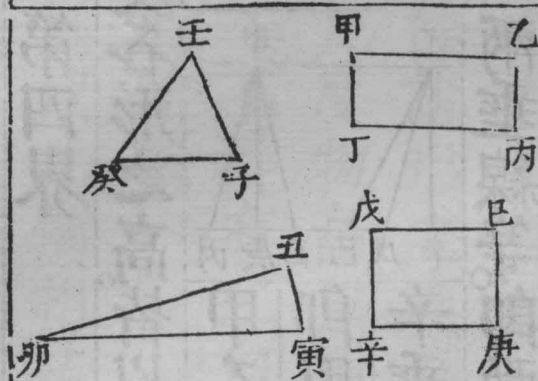


戊與丁己兩線而甲乙與乙丙若丁戊與戊己甲丙與丙乙若丁己與己戊則此兩角形為相似之形依顯凡平邊形皆相似之形如庚辛壬癸子丑俱平邊角形其各角俱等而各邊之比例亦等者是也四邊五邊以上諸形俱倣此

第二界

兩形之各兩邊線互為前後率相與為比例而等為互相視之形

甲乙丙丁戊己庚辛兩方形其甲乙乙丙邊與戊己己



庚邊相與爲比例等。而彼此互爲前後。如甲乙與戊己。若己庚與乙丙也。則此兩形爲互相視之形。依顯壬癸子丑寅卯兩角形之壬子與丑寅。若丑卯與壬癸。或壬癸與丑寅。若丑卯與壬子。亦互相視之形也。

第三界

理分中末線者。一線兩分之。其全與大分之比例。若大分與小分之比例。

甲乙線兩分之于丙。而甲乙與大分甲丙之比例。若大

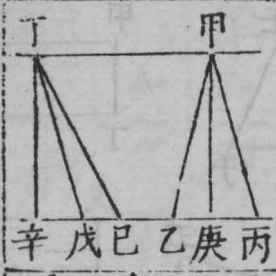
甲 丙 乙

分甲丙與小分丙乙。此為理分中末線。其分法見本卷三十題。而與二卷十一題理同名異。此線為用甚廣。至量體尤所必須。十三卷諸題多賴之。古

人目為神分線也

第四界

度各形之高。皆以垂線之亘為度



甲乙丙角形。從甲頂向乙丙底。作甲庚垂線。即甲庚為甲乙丙之高。又丁戊己角形。作丁辛垂線。即丁辛為丁戊己之高。若兩形相視。兩垂線等。即兩形之高必等。如上兩形在兩平行線之

內者是也。若以丙巳爲頂。以甲乙丁戊爲底。則不等。自餘諸形之度高。俱倣此。

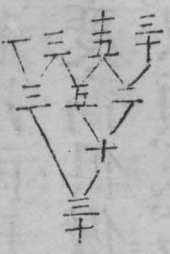
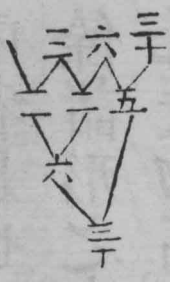
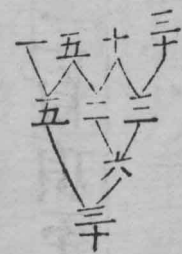
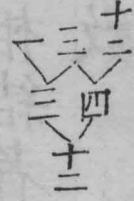
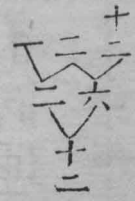
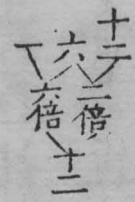
凡度物高。以頂底爲界。以垂線爲度。蓋物之定度止有一。不得有二。自頂至底。垂線一而已。偏線無數也。

第五界

比例以比例相結者。以多比例之命數相乘除而結爲一比例之命數。

此各比例不同理。而相聚爲一比例者。則用相結之法。合各比例之命數。求首尾一比例之命數也。曷爲比例之命數。謂大幾何所倍于小幾何若干。或小幾何在大

幾何內若干也。如大幾何四倍于小。或小幾何為大四



分之一。即各以四為命比例之數也。五卷界今言以彼多比例之命

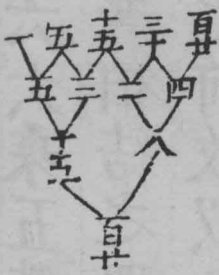
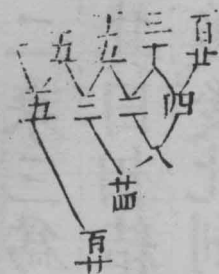
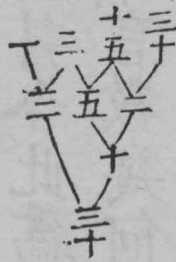
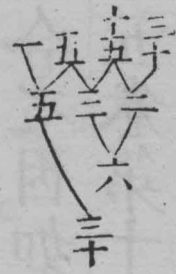
數相乘除而結為此一比例之命數者。如十二倍之此比例。則以彼二倍、六倍、兩比例相結也。二六相乘為十二故也。或以彼三倍、四倍、兩比例相結也。三四相乘亦十二故也。又如三十倍之此比例。則以彼二倍、三倍、五倍、三比例相結也。

二乘三爲六。六乘五爲三十。故也。

其曰相結者。相結之理。蓋在中率。凡中率爲前比例之後。後比例之前。故以二比例合爲一比例。則中率爲轆合之因。如兩引合。此爲之膠。如兩襟合。此爲之紐矣。第五卷第十界言數幾何爲同理之比例。則第一與第三爲再加之比例。再加者。以前中二率之命數。再加爲前後二率之命數。亦以中率爲紐也。但彼所言者。多比例同理。故止以第一比例之命數累加之。此題所言。則不同理之多比例。不得以第一比例之命數累加之。故用此乘除相結之理。于不同理之中。求其同理。別爲累加。

之法。其紐結之義頗相類焉。下文仍發明借象之術。以需後用也。

五卷言多比例同理者。第一與第三為再加。與第四為三加。與第五為四加。以至無窮。今此相結之理。亦以三率為始。三率則兩比例相乘除。而中率為紐也。若四率。



則先以前三率之兩比例相乘除。而結為一比例。復以此初結之比例。與第三比例乘除。相結為一比例也。若五率。則先以前三率之兩比例。乘除相結。復以

此再結之比例與第三比例乘除相結又以三結之比例與第四比例乘除相結爲一比例也或以第一第二第三率之兩比例乘除相結以第三第四第五之兩比例乘除相結又以此二所結比例乘除相結而爲一比例也自六以上倣此以至無窮

設三幾何爲二比例不同理而合爲一比例則以第一與二第二與三兩比例相結也如上圖三幾何二比例

甲 乙
丙 丁
戊 己
皆以大不等者其甲乙與丙丁爲二倍大丙丁與戊己爲三倍大則甲乙與戊己爲

六倍大二乘三爲六也若以小不等戊己爲第一甲乙

為第三。三乘二亦六。則戊巳與甲乙為反六倍大也。

甲乙與丙丁。既二倍大。試以甲乙二平分之。為甲庚庚

乙。必各與丙丁等。丙丁與戊巳既三倍大。而甲庚庚乙

各與丙丁等。即甲庚亦三倍大於戊巳。庚乙亦三倍大

於戊巳。而甲乙必六倍大於戊巳。

甲
乙
丙
丁
戊
巳

又如上圖。三幾何。二比例。前以大不等。後

以小不等者。中率小於前後兩率也。其甲

乙與丙丁。為三倍大。丙丁與戊巳。為反二倍大。反二倍大者。丙

丁得戊巳之半即甲乙與戊巳。為等帶半。三乘半。得等帶半也。

若以戊巳為第一。甲乙為第三。反推之。半除三。為反等

帶半也



又如上圖。三幾何。二比例。前以小不等。後以大不等者。中率大於前後二率也。其甲

乙與丙丁爲反二倍大

甲乙得丙丁之半

丙丁與戊己爲等帶

三分之一。卽甲乙與戊己爲反等帶半

甲乙得戊己何三分之二

者。如甲乙二卽丙丁當四。丙丁四卽戊己當三。是甲乙

二戊己當三也

後增其乘除之法。則以命數三帶得數一。爲四。以半除之。得二。二比三。爲反等帶半也。若以戊己爲第一。甲乙爲第三。三比二。爲等帶半也。

設四幾何爲三比例不同理而合爲一比

例則以第一與二第二與三第三與四三

比例相結也如上圖甲乙丙丁四幾何三

比例先依上論以甲與乙乙與丙二比例相結爲甲與

丙之比例次以甲與丙丙與丁相結卽得甲與丁之比

例也如是遞結可至無窮也

或用此圖申明本題之旨曰甲與乙之

命數爲丁乙與丙之命數爲戊卽甲與

丙之命數爲巳何者三命數以一丁二

戊相乘得三巳卽三比例以一甲與乙二乙與丙相乘

得三甲與丙

後增。若多幾何、各帶分、而多寡不等者、當用通分法。如設前比例爲反五倍帶三之二、後比例爲二倍大帶八之一。卽以前命數三、通其五倍爲十五、得分數從之爲十七。是前比例爲三與十七也。以後命數八、通其二倍爲十六、得分數從之爲十七。是後比例爲十七與八也。卽首尾二幾何之比例爲三與八、得二倍大帶三之二也。

曷謂借象之術。如上所說三幾何二比例者。皆以中率爲前比例之後。後比例之前。乘除相結。畧如連比例之

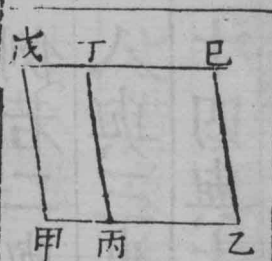
同用一中率也。而不同理。別有二比例異中率者。是不
 同理之斷比例也。無法可以相結。當于其所設幾何之
 外。別立三幾何。二比例。而同中率者。乘除相結。作為儀
 式。以彼異中率之四幾何。二比例。依倣求之。即得。故謂
 之借象術也。假如所設幾何。十六為首。十二為尾。却云。

十六 八 廿四	十六 六 廿四	十六 六 廿四	十六 與 十二 之 比 例
三 九	九 三 六	二 八	若 八
二 九	四 三 六	四 八	與 三 及 二 與 四 之 比 例
十二 四 十八	十二 二 十八	十二 九 六	八
十六 四 廿四	十六 四 廿四	十六 四 廿四	為 前 比 例 之 前
九 五 四	二 十二	六 三 六	四 為 後 比
六 五 四	六 十二	二 三 六	例 之 後
十二 二 十八	十二 九 十八	十二 一 十八	三 與 二 為 前 之 後
			例 之 前
			此 所 謂 異 中 率 也

欲以此二比例乘除相結。無法可通矣。用是別立三幾何。二比例。如其八與三。二與四之比例。而務令同中率。如三其八。得二十四。爲前比例之前。三其三。得九。爲前比例之後。卽以九爲後比例之前。又求九與何數爲比例。若二與四。得十八。爲後比例之後。其二十四與九。若八與三也。九與十八。若二與四也。則十六與十二。若二十四與十八。俱爲等帶半之比例矣。是用借象之術。變異中率爲同中率。乘除相結。而合二比例爲一比例也。其三比例以上。亦如上方所說。展轉借象。逆結之。詳見本卷二十三題。算家所用借象金法。雙金法。俱本此。

第六界

平行方形。不滿一線。爲形小于線。若形有餘。線不足爲形。大于線。



甲乙線。其上作甲戊丁丙平行方形。不滿甲乙線。而丙乙上無形。卽作已乙線。與丁丙平行。次引戊丁線。遇已乙于已。是爲甲戊已乙。滿甲乙線平行方形。則甲丁爲依甲乙線之有關平行方形。而丙已平行方形。爲甲丁之闕形。又甲丙線上作甲戊已乙平行方形。其甲乙邊大于元設甲丙線之較。爲丙乙。而甲已形。大于甲丙線上之甲丁形。則甲已爲