機械振動學概論

譯　者　馮 俊 凱
校　閱　林 海 明

上海 中 國 書 局 出版

原　序

在所有的工程部門中都會遇到振動問題，這些問題大部份可以合理地運用振動學的基本原理在設計時設法避免或改正，其餘部份必須用高深的數學與豐富的實際經驗，或者可以說需要專家來處理.

這本書是爲了訓練學生或使工程師能解決所遇到的普通振動問題而著. 書中用簡單而有次序的方法來介紹解決問題的基本材料，著者並在本書中儘量避免數學的論證，而用物理概念來解釋現象，使得一般讀者對牠容易了解.

讀者須注意，實際上振動問題都非常複雜，這本書裏面的材料只是高深研究的初步介紹. 如自激振動 (Selfexcited Vibrations)，非直線系統 (Nonlinear System)，諧振分析 (Harmonic Analysis)，多個自由度的振動系統的阻振問題等都在本書範圍之外. 對這些問題，或更深入的問題的資料可以從現代的技術文獻中，或較深入的書，如 J. P. Den Hartog 氏的機械振動學(Mechanical Vibrations)，W. K. Wilson 氏的扭轉振動問題的實用解法(Practical Solution of Torsional Vibration Problems)等書中找到. 因爲寫這本書的參考書過於廣泛，所以未編參考書的目錄. 但是，這書中引用其他書的材料比較多的地方都註明原書. 因平衡法與振動關係密切，所以在這書裏專設一章來討論.

這本書是根據著者在紐約大學對不同班次講這門課的資料而寫成的，所以特別對這本書有改進建議的一些同學致謝. 這本書是假定讀者已經讀過普通工程科目中的力學和微積分而作. 如果讀者有此根基，對本書的了解將無大困難. 並在書中用許多例題來幫助理論的說

明，並在每一章的後面附有答案的習題以測驗讀者對書中材料是否已經掌握.

邱　奇(Austin H. Church)於1948年

譯者例言

一、本書中工程名詞大半是按照劉仙洲先生所編訂的機械工程名詞翻譯的. 沒包括在劉先生這本書中的名詞則依照原名詞的意義及一般的習慣譯法來意譯.

二、本書中所提到的專有名詞多半是人名,譯者都未加翻譯,而在原文後加一氏字來表示,這樣可免去因譯音而生的誤會. 同樣地,書中註脚中所提到的書籍文獻多半都沒有譯本,所以未加翻譯.

三、因本書中公式多半與制度(公制或英制)無關,譯者未將例題及習題等改爲公制.

四、本書譯成,蒙交通大學林海明教授校閱並於原書中錯誤處加以改正,譯者深表感謝. 但以付印匆促遺漏謬誤之點仍必不少,倘請讀者隨時指教,以便在再版時更正.

名詞代用符號表

符號	名詞或意義	單位
A, B, C, p	常數	
a	直線加速度	吋/秒^2
a	軸向距離	吋
b	寬度	吋
c	由中立軸(Neutral Axis)到外表面(Outer Fiber)的距離	吋
c	直線阻振因數	磅-秒/吋
c_t	扭轉阻振因數	吋-磅-秒/弧度
d, D	直徑	吋
e	自然對數底=2.7183	無因次
e	偏心距	吋
E	楊氏係數(彈性係數)	磅/吋^2
f	頻率	週/秒 週/分
F	力	磅
g	重力加速度	吋/秒^2
G	剪力彈性係數	磅/吋^2
h	深度或高度	吋
I	矩形坐標的轉動慣量	吋^4
I_p	極坐標轉動慣量	吋^4

符號	名詞或意義	單位
j	$\sqrt{-1}$	無因次
J	質量轉動慣量	吋-磅-秒^2
k	直線彈簧係數	磅/吋
k_t	扭轉彈簧係數	吋-磅/弧度
L	長度	吋
m	質量$=\dfrac{W}{g}$	磅-秒/吋
M	彎矩	吋-磅
n	單位時間內轉數	轉/分
		轉/秒
n	聯桿長度與曲柄長度的比值	無因次
r, R	半徑	吋
$\bar{r}$	環動半徑	吋
r	f/f_n 或 ω/ω_n 的比值	無因次
rad	弧度	弧度
s	應力	磅/吋^2
t	時間	秒
t	傳導率	無因次
T	扭矩	吋-磅
v	速度	吋/秒
V	剪力	磅
W	重量	磅
x, y	位移	吋
x_{st}	因外來力所生的靜彎曲或靜伸縮	吋
α	角加速度	弧度/秒^2

符號	名詞或意義	單位
β,θ	角位移	弧度
γ	比重	磅/吋^3
δ	對數減縮	無因次
δ_{st}	因重力而生的靜彎曲或靜伸縮	吋
θ	軸或樑的斜率	弧度
θ	角位移	弧度
μ	摩擦係數	無因次
μ	質量比值 m_a/m	無因次
	彈簧係數比值 k_a/k	無因次
μ	單位長度的重量	磅/吋
τ	週期	秒
ϕ	相角	弧度
ψ	曲柄之間的角	弧度或度
ω	圓頻率或角速度	弧度/秒

附加字的意義

a 實際的,或平均的. e 當量的 t 扭轉的

c 臨界的 n 自然的 tot 總

d 有阻振的 o 極大或原點

max 極大

min 極小

st 靜

目　　錄

第六章 二個自由度的無阻振作用的振動

第七章 多質量的扭轉振動系統

第八章 當量扭轉振動系統

第九章 多質量直線振動系統

第十章 平衡

第 一 章

緒 論

1.1 振動學的重要與範圍.

振動的存在極爲廣泛. 在本書中有些問題與習題的討論顯示出產生振動的條件. 有時振動的存在是有利的,但對一般情況來說則相反,必須設法避免.

鑄件因冷却而生的內部應力,如讓牠自然地消除,常需很久的時期,現在可以利用振動把這時間省去(1). 同時,振動已應用在對地震的觀測,材料和機械構件耐久限度的測定(2),和對麵粉,沙,或其他粉狀材料的包裝和處理中.

另一方面,在共振(Resonance)或接近共振情況時,振動對一般機械或其他設備都有不好的影響. 因爲共振可以使機件產生高度的應力,或甚至於因而損壞. 又,振動對附近的人在心理上有不良的影響,使人感受疲勞,工作速度低減,及發生一般不合意的情形. 同時,任何振動需能量來產生,所以機械中有振動產生則效率降低. 第二次世界大戰中有些大城中的空襲警報器產生振動所需的能力是一個很好的例子,能使八哩內聽到的大型警報器需要 125 匹馬力的汽車引擎去帶動.

(1) R. T. McGoldrick and H. E. Saunders, "Some Experiments in stress Relieving Castings," J. Am. Soc. Naval Engrs., Nov. 1943, p. 589.

(2) R. K. Bernhard, "Dynamic Tests by Means of Vibrations," Proc. A.S.T.M. 1937, pp. 634–644. J. B. Macelwane, "The Interior of Earth," Am. Scientist, April, 1946, pp. 177–197.

1.2 定義與名詞.

振動在一彈性系統(Elastic System)中存在. 彈性系統可包括一個或多個為彈簧所聯接的質量. 振動是一個物體或一個系統在一定時間之後又行重複的運動. 這一定的時間叫週期(Period). 每單位時間內運動的週數叫頻率(Frequency). 在振動時物體或系統的某一部份,從平衡位置的最大位移(Displacement)叫振幅(Amplitude). 請注意,總行程是振幅的二倍.

振動總括來說分二類: 是直線振動(Lateral Vibration)與扭轉振動(Torsional Vibration). 前一種振動的運動是直線的,或者說是屬於移動的,振幅以吋來度量; 後一種振動的運動是扭動或轉動,振幅以弧度或度來度量. 因為這兩種振動的方程和解答都是相似,所以在本書中常把牠們相提並論.

如使一物體或一個系統從平衡位置有一起始的位移,放開以後牠將以一固定的自然頻率(Natural Frequency)振動. 這種振動因物體從起始的位移以後沒有外力對牠作用,所以叫自由振動(Free Vibration). 一般說來,物體這樣振動時,牠的振幅因為空氣的阻力或其他摩擦而引起的阻振作用(Damping)而逐漸減小,最後卽行靜止. 在若干應用上,為了加強這種效應,還要添加他種阻振設備,如緩衝筒(Dashpot)或摩擦面之類. 如阻振力很大則物體可能不振動而僅僅溜向原在地位. 這種運動叫非週期性運動(Aperiodic Motion).

在有些情形下,像在一不平衡的機械中,物體或系統可能受到一週期性的外力,發生強迫振動(Forced Vibration). 如果這外力的頻率與這物體或系統的自然頻率相同或相近,則共振現象發生. 這物體或系統在共振情形下將以極大的振幅振動,這極大的振幅可能引起極高的應力,甚至於使機械中的零件互相碰撞. 所以共振現象必須設法避免. 當一轉動着的軸因不平衡而生共振時,則當時轉動的速率叫臨界

速率 (Critical Speed).

振動可分爲暫態 (Transient) 及穩態 (Steady State) 兩種. 暫態振動是一個臨時的情況,這振動會因時間增長而消逝,像自由振動就是一個例子. 穩態振動中每週振動的情形是完全重複再現的. 一個暫態振動可能和一個穩態振動相重合,例如一個作穩態強迫振動的物體或系統忽然受到外力時就有這樣的情形發生. 結果的運動是這兩種各自獨立的振動的向量和.

直線振動和扭轉振動的一些公式很容易看出來是相似的. 下面是這兩種振動中的相互對應的名詞以及牠們的符號,和單位.

名詞	直線振動		扭轉振動	
	符號	單位	符號	單位
質量或慣量	m	磅-秒^2/吋	J	吋-磅-秒^2
彈簧係數	k	磅/吋	k_t	吋-磅/弧度
力或力矩	F	磅	T	吋-磅
阻振因數	C	磅秒/吋	C	吋-磅-秒/弧度
位移	x, y	吋	β, θ	弧度
速度	v	吋/秒	ω	弧度/秒
加速度	a	吋/秒^2	α	弧度/秒^2

很多物體或系統可能用幾種方式振動而有幾個自然頻率. 一個有很多質量或連續質量的系統,像一根弦,一條樑,如果把牠們的質量都放在討論範圍之內,這系統將有很多自然頻率. 每一種振動方式(Mode)都有牠特有的自然頻率. 對一個直線振動說,最低自然頻率的振動方式是沒有靜止點 (Node) 的. 所謂靜止點就是振幅是零的地方. 其次的自然頻率有一個靜止點;以下可依此類推. 在扭轉振動中,最低自然頻率的振動有一個靜止點;其次,有兩個,以下也可依此類推.

如果一物體的運動受有限制,因而只能用一種方式振動,這物體可說是有一個自由度 (One Degree of Freedom); 如果只能用兩種方式振

動，就可說有兩個自由度；依此可類推. 物體或系統的自由度數是等於在任何時間決定牠的位置所需要的坐標數目. 一個單獨的剛體(Rigid Body)，例如架在彈簧上的一塊物體，可有六個自由度，見圖1.1，因爲這物體可有三方向的移動，就是三方向的直線振動，同時又可有三方向的轉動，就是扭轉振動. 所謂三個方向是對三個坐標軸而言. 這些不同振動中任何一個振動的自然頻率和其他振動的自然頻率是互不相干的.

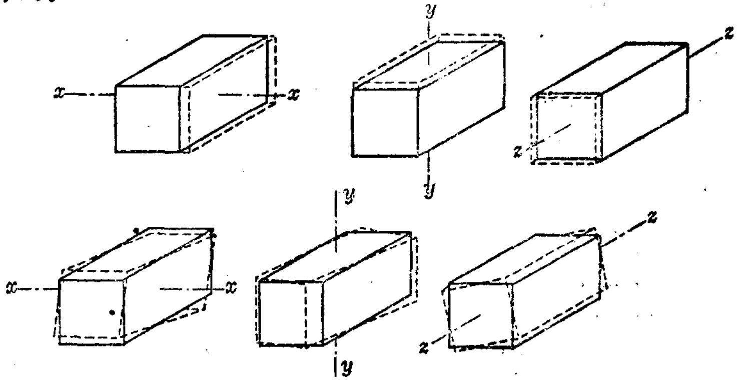

圖 1.1

這樣，一個截面是長方形的肱樑(Cantilever Beam)的自由端被向下移動一個距離再放開以後將有一個一定的自然頻率的振動. 如這肱樑的自由端被向外移一距離後再放開將用另一自然頻率來振動. 但如果不但使這樑向下而同時又向外有位移，則放開以後，將有兩個不同的，並且頻率或振幅互不干擾的振動同時存在. 肱樑的運動是這兩個獨立振動的併合(見節 2.2 的第一例題).

振動的振幅普通總是很小，而又與材料的性質有關；所以用吋-磅-秒制的單位很是適合. 在這種制度中重力加速度是 386 吋/秒^2，而不是通用的 32.2 呎/秒^2.

材料的性質因材料的化學成分，製造方法，和其他因素而有相當大

的差別．下面表中所列的是一些平均值；這些數值在計算本書中習題時可以應用．

材　料	張力彈性係數 E, 磅/吋^2	剪力彈性係數 G, 磅/吋^2	比　重 γ, 磅/吋^3
鋼…………………	$30(10^6)$	$12(10^6)$	0.283
鑄鐵…………………	$17(10^6)$	$7(10^6)$	0.260
黃銅與青銅………	$15(10^6)$	$6(10^6)$	0.315
鋁…………………	$10(10^6)$	$4(10^6)$	0.100

1.3 簡諧運動

一切物體振動的方式，不是簡諧運動 (Simple Harmonic Motion) 就是不同振幅和不同頻率的多簡諧運動的綜合．所以在這節裏詳細討論這問題．

如果一點 P' 以等速度在一個圓周上運動，牠在圓的一個直徑上的投影 P 點的運動將是簡諧運動．這點已在圖 1.2 中表明，其中圓的半徑 x_o 是運動的振幅．或者可以說這半徑 x_o 是以 O 點爲心以等角速度 ω 旋轉的向量 (Vector) 的長度．這角速度 ω 又叫圓頻率 (Circular Frequency)，牠的單位是弧度/秒．在 t 秒的時間以內這向量所旋轉的角是 ωt，而這時 P 點的位移 OP 是 $x=x_o\cos\omega t$．週頻率 (Cyclic Frequency) 就是通常簡稱的頻率，是 $\frac{\omega}{2\pi}$，單位是每秒中的週數 (週/秒)．因全圓是 2π 弧度，所以用 2π 來除．

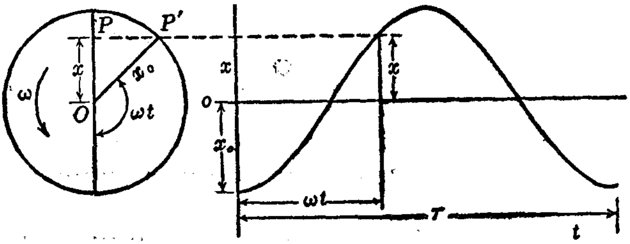

圖 1.2

P 點的速度可以由位移依時間微分來求出；於是，

$$v=\frac{dx}{dt}=-x_o\omega\sin\omega t.$$

這關係可以在圖1.3中用向量表出，其中 P' 點的等速度 $x_o\omega$ 是用向量 $P'Q$ 代表。這速度的和參考直徑 (Reference Diameter) 平行的分速度 $P'A$ 等於 $x_o\omega\sin\omega t$。代表 P 點在牠運動的軌道上的速度，可自圖中看明。

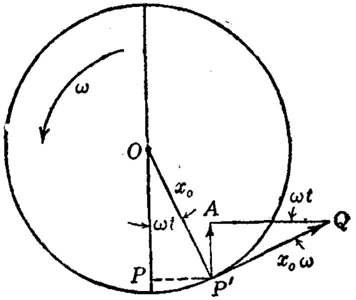

圖 1.3

P 點的加速度可以由牠的速度方程依時間微分來求出，於是，

$$a=\frac{dv}{dt}=\frac{d^2x}{dt^2}=-x_o\omega^2\cos\omega t.$$

這關係也可用向量表示出來。因為 P' 以等角速度 ω 運動，牠所僅有的加速度是和速度垂直而向着圓心 O 作用的，數值是 $x_o\omega^2$。在圖 1.4 中 P' 點的加速度是由向量 $P'R$ 代表，數值等於 $x_o\omega^2$，牠的和參考直徑平行的分加速度 $P'B$ 就是 P 點在牠軌道上的加速度，數值等於 $x_o\omega^2\cos\omega t$。注意，無論向量在那一位置，這加速度永遠向着圓心 O 作用，或者可以說向位移的反方向作用。

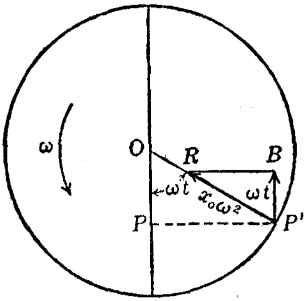

圖 1.4

總括來說，簡諧運動的方程是：

$$x=x_o\cos\omega t \cdots\cdots\cdots\cdots(1.1)$$

$$v=\frac{dx}{dt}=-x_o\omega\sin\omega t \cdots\cdots\cdots\cdots(1.2)$$