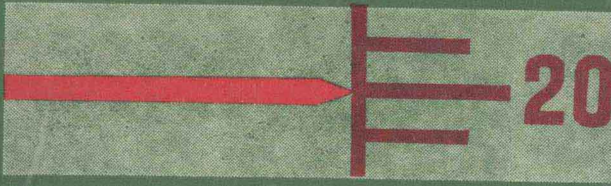
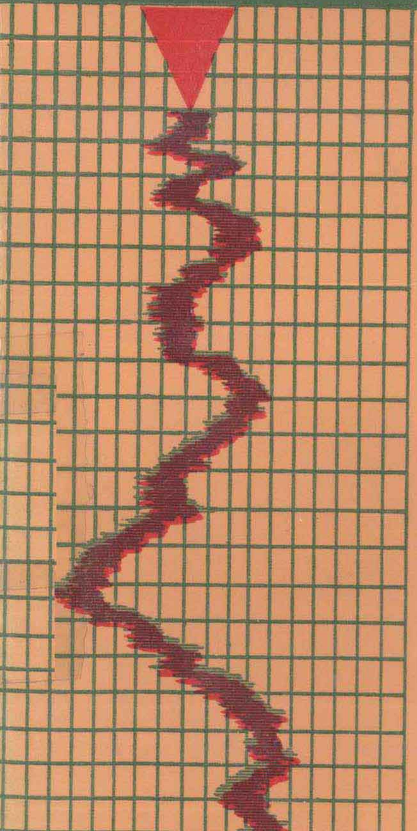


機工常用計算手冊



王英鈞編著

香港電工社出版

機工常用計算手冊

王英鈞編著

香港電工社出版

內　容　提　要

本書共分六章，分述機械零件計算常用的數學知識，機械製造中常用的基本計算公式，機械零件加工的計算，冷彎零件、 傳動零件和機械零件的測量等。 內容由淺入深，實例較多。計算公式均用簡易原理推演，通俗易記。

本書主要供機械工人在生產實際中應用，也可作爲有關工程技術人員、工業學校和技工訓練班師生參考。

機工常用計算手册

編著者：王　英　鈞

出版者：學　林　書　店
九龍紅磡鶴園街二號 G
恒豐工業大厦十二樓E 二座

印刷者：大　華　印　刷　廠
葵涌和宜合道173－ 175 號
金威工業大厦F 座二樓
電話：0－二七三二八○

目　录

第一章 常用数学

一、加减乘除的簡便計算

(一)加法

名数相加时,要注意单位,只有同种类的量才能相加.

两数相加时,如恰好凑成十、百、千、万等的数字,就叫一个数是另一个数的补数. 几个数相加,中間有互为补数的,可以先加,这样就簡便些,快些.

例 36 公斤+87 公斤+64 公斤=? 公斤

【解】 36+64 正好是 100, 是互为补数,故上式的加法馬上就可得出答案为 187 公斤.

例 548 毫米+987 毫米=? 毫米

【解】 987 的补数是 13, 相加后等于 1000, 再加上 548 減去 13, 馬上就可得出答案为 1535 毫米.

(二)减法

名数相减时,要注意单位,只有同种类的量才能相减.

减法的簡便計算和加法相似, 将数字凑成互为补数然后再减.

例 64 厘米-36 厘米=? 厘米

【解】 因 64 和 36 互为补数, 36 等于从 100 中减去 64, 即

$$64-36=64-(100-64)=64-100+64=64\times2-100=28 \text{ 厘米}$$

实际計算时，只要将 64 加倍，减去 100，就得 28 厘米了.

例 136 克 − 64 克 = ? 克

【解】 因 136 和 64 互为补数，只要将 36 加倍，就得 72 克的答案了.

（三）乘法

1．两位数相乘的簡便乘法

（1） 个位乘个位得个位.

（2） 个位乘十位加十位乘个位得十位.

（3） 十位乘十位得百位.

例 $67 \times 54 = ?$

【解】 $$\begin{array}{r} 67 \\ \times\ 54 \\ \hline 3618 \end{array}$$

（1） $7 \times 4 = 28$，在上列竪式中写下 8 記着 2.

（2） $7 \times 5 + 4 \times 6 = 59$，加上由个位相乘得来的 2，得 61；在竪式中写下 1 記着 6.

（3） $5 \times 6 = 30$，加上前項計算所得的 6，得 36；一齐写在竪式下，得积为 3618.

2．任何数乘以 11 的簡便計算法　任何数乘以 11，首尾两位数字不变，中間的数字就是相邻的两位数字由右向左挨次相加.

例 $633 \times 11 = ?$

【解】 $$\begin{array}{r} 633 \\ \times 11 \\ \hline 6963 \end{array}$$

（1） 以被乘数最末一位数，作为乘积的最末一位，将 3 写在上列竪式下.

（2） 乘积中間位数的数字，是由被乘数相邻两位数挨次相加而得；在上式中为 $3+3=6$，$3+6=9$.

(3) 被乘数的最左一位数，就是乘积中的最左一位数，即为 6.

(4) 进位照算.

3. 末数为 5 的乘方簡便計算

(1) 末数 5 前面的数字乘以比它大 1 的数字。

(2) 在乘得的积后面添上 25.

例 試計算 15, 25, 35, 105 的乘方.

【解】 15^2 $1\times2=2$, 在乘积 2 后面添上 25 則得 225.

25^2 $2\times3=6$, 在乘积 6 后面添上 25 則得 625.

35^2 $3\times4=12$, 在乘积 12 后面添上 25 則得 1225.

105^2 $10\times11=110$, 在乘积 110 后面添上 25 則得 11025.

其余类推.

(四)除法

1. 任何数除以 5 的簡便計算 只要把該数翻一番，再把小数点往左边推一位即得該数之商.

例 $12\div5=?$

【解】 12 翻一番即 $12\times2=24$, 小数点往左推一位即得答案为 2.4.

2. 任意数除以 25, 125, 625 的簡便計算

(1) 任意数除以 25, 即将該数乘上 4, 小数点往左推二位.

(2) 任意数除以 125, 即将該数乘上 8, 小数点往左推三位.

(3) 任意数除以 625, 即将該数乘上 16, 小数点往左推四位.

例 (1) $12\div25=?$ (2) $325\div125=?$ (3) $1500\div625=?$

【解】 (1) $12\times4=48$, 小数点推左二位得 0.48.

(2) $325\times8=2600$, 小数点推左三位得 2.6.

(3) $1500\times16=24000$, 小数点推左四位得 2.4.

二、实 用 代 数

(一)計算代数中的乘法时,須注意的几点規則

(1) 在代数式中,$a\times b\times c=d$,被乘起来的 a、b 与 c 称为因子,d 称为乘积. 因子的次序可任意掉換.

$$a\times b\times c=c\times a\times b=d \tag{1}$$

(2) 正負号相乘的規則:

$$\left.\begin{array}{l}(+)\times(+)=+;\ (+)\times(-)=-\\(-)\times(+)=-;\ (-)\times(-)=+\end{array}\right\} \tag{2}$$

(3) 含有許多項的代数量(多項式),若与一数相乘时,把这个数与多項式里的每項相乘(乘时需考虑它們的符号),再把得到的許多乘积相加卽得.

$$(x-ay+bz)\times c=cx-cay+cbz \tag{3}$$

(4) 两个多項式相乘时,把一个多項式中的諸項,依次去乘另一个多項式,把所得的結果一齐加起来卽得.

$$(a+b)(x-y+z)=ax-ay+az+bx-by+bz \tag{4}$$

(二)計算代数中的分数时,須注意的几点規則

(1) 用一个整数去乘分数时,把它与分数的分子相乘,然后用分数原来的分母去除这乘积.

$$a\times\frac{b}{c}=\frac{a\times b}{c} \tag{5}$$

(2) 两个分数相乘时,可用两个分母的乘积去除两个分子的乘积.

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d} \tag{6}$$

(3) 同分母的分数相加时,把所有的分子相加,用它們的共同分母去除分子相加所得的和.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}+\frac{d}{b}=\frac{a+c+d}{b} \tag{7}$$

(4) 不同分母的分数相加时，先用通分法把它們的分母变成相同，然后相加.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{a\times d+c\times b}{bd} \tag{8}$$

(5) 用同数去乘分数的分子和分母，分数的值不变，用同数去除也是一样.

$$\frac{a}{b}=\frac{a\times c}{b\times c}=\frac{ac}{bc} \tag{9}$$

(三)代数式的几个常用规則

(1) 两个代数式之間用等号“=”連接起来，称为等式. 它表示两边的量相等. 如

$$a+b=c+d \tag{10}$$

(2) 等式的两边，加上或减去相同的数，其和及差仍为等式. 如 $a=c$，加上或减去相同的数 b，则

$$\left.\begin{aligned} a+b=c+b\\ a-b=c-b\end{aligned}\right\} \tag{11}$$

(3) 等式的两边，乘以或除以相同的数，其积及商仍为等式. 如 $a=c$，乘以或除以相同的数 b，则

$$\left.\begin{aligned} a\times b=c\times b\\ \frac{a}{b}=\frac{c}{b}\end{aligned}\right\} \tag{12}$$

(4) 若在一个含有許多項的代数式中，都含有各項的公共因子，可以把这些公共因子提出.

$$\begin{aligned} ax+by-ay-bx&=a(x-y)-b(x-y)\\ &=(a-b)(x-y)\end{aligned} \tag{13}$$

(四)指数

象 a^n 这样的形式，它代表 n 个相同的因子 a 的乘积，a

称为基数，n 称为乘方或指数.

指数計算时有下列规則：

$$\left.\begin{array}{ll} a^m\cdot a^n=a^{m+n} & (\text{当 } a\neq 0) \\ \dfrac{a^m}{a^n}=a^{m-n} & (\text{当 } m>n) \\ \dfrac{a^m}{a^n}=\dfrac{1}{a^{n-m}} & (\text{当 } m<n) \\ \dfrac{a^m}{a^n}=1 & (\text{当 } m=n) \\ (a^m)^n=a^{mn} & \\ (ab)^n=a^nb^n & \\ \left(\dfrac{a}{b}\right)^n=\dfrac{a^n}{b^n} & (\text{当 } b\neq 0) \\ a^0=1 & \end{array}\right\} \tag{14}$$

例 $a^3\cdot a^7=?$ $\quad\dfrac{a^5}{a^3}=?$ $\quad\dfrac{a^3}{a^7}=?$ $\quad\dfrac{a^2}{a^2}=?$ $\quad(a^2)^3=?$

$(ab)^4=?$ $\quad\left(\dfrac{a}{b}\right)^6=?$ $\quad\dfrac{a^2}{a^2}=a^{2-2}=a^0=1$

【解】 根据公式(14)

$$a^3\cdot a^7=a^{10};\quad \frac{a^5}{a^3}=a^2;\quad \frac{a^3}{a^7}=\frac{1}{a^4};\quad \frac{a^2}{a^2}=1;\quad (a^2)^3=a^6;$$

$$(ab)^4=a^4b^4;\quad \left(\frac{a}{b}\right)^6=\frac{a^6}{b^6};\quad \frac{a^2}{a^2}=a^{2-2}=a^0=1$$

(五) 分数指数

象 $\sqrt[n]{a}=b$ 的形式或 $a^{\frac{1}{n}}=b$，称为方根或分数指数. 所謂 a 的 n 次方根，就是指某数 b，它的 n 次方等于 a，即 $b^n=a$，于是

$$\sqrt[n]{a}=b \tag{15}$$

为了使用方便起見，現将 $\sqrt{a}$ 列成附表 1，以供查考.

分数指数計算时有下列規則：

$$\left.\begin{aligned}&\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{a\cdot b}=(a\cdot b)^{\frac{1}{n}}\\&\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}}\\&\sqrt[n]{a^m}=(\sqrt[n]{a})^m=a^{\frac{m}{n}}\\&\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}=a^{\frac{1}{mn}}\end{aligned}\right\}\qquad(16)$$

例 $\sqrt[2]{a}\cdot\sqrt[2]{b}=?$ $\sqrt[3]{\frac{a}{b}}=?$ $\sqrt[2]{a^3}=?$ $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}}=?$

【解】 根据公式(16)

$$\sqrt[2]{a}\cdot\sqrt[2]{b}=\sqrt[2]{a\cdot b}=(a\cdot b)^{\frac{1}{2}};$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}=\frac{a^{\frac{1}{3}}}{b^{\frac{1}{3}}};\quad \sqrt[2]{a^3}=a^{\frac{3}{2}};$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}}=\sqrt[12]{a}=a^{\frac{1}{12}}$$

(六)負指数

負指数的計算規則与指数的計算規則相同.

$$\left.\begin{aligned}&a^{-n}\cdot a^{-m}=\frac{1}{a^n}\cdot\frac{1}{a^m}=\frac{1}{a^{(n+m)}}=a^{-(n+m)}\\&\frac{a^{-m}}{a^{-n}}=\frac{\frac{1}{a^m}}{\frac{1}{a^n}}=\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}\\&(a^{-m})^n=\left(\frac{1}{a^m}\right)^n=\frac{1}{a^{nm}}=a^{-nm}\\&(ab)^{-m}=\frac{1}{(ab)^m}=\frac{1}{a^mb^m}=a^{-m}\cdot b^{-m}\\&\left(\frac{a}{b}\right)^{-m}=\left(\frac{b}{a}\right)^m=\frac{b^m}{a^m}=\frac{a^{-m}}{b^{-m}}\end{aligned}\right\}\qquad(17)$$

例 $a^{-3}\cdot a^{-4}=?$ $\quad \dfrac{a^{-4}}{a^{-3}}=?$ $\quad (a^{-2})^4=?$ $\quad (ab)^{-4}=?$ $\quad \left(\dfrac{a}{b}\right)^{-5}=?$

【解】 根据公式(17)

$$a^{-3}\cdot a^{-4}=a^{-(3+4)}=a^{-7};\quad \frac{a^{-4}}{a^{-3}}=a^{3-4}=a^{-1}=\frac{1}{a};$$

$$(a^{-2})^4=a^{-8};\quad (ab)^{-4}=a^{-4}\cdot b^{-4};\quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-5}=\left(\frac{b}{a}\right)^5$$

(七)对数

1. 概念 一切演算都可倒过来計算或称逆算．例如加法倒过来是减法，乘法倒过来就是除法．同样，分数指数(开方)也可以看成是把整指数(乘方)倒过来;所謂对数也可以說是乘方的另一种逆算方法．如 $b^n=N$，則

$$n=\log_b N$$

上式叫做 n 等于以 b 为底时 N 的对数．b 叫做对数的底，N 叫做真数．

对数不是一个代数量，但它可用来精确地計算复杂的代数量，特别是計算分数指数等．

2. 对数定理 正数乘积的对数，等于各数的对数和．即

$$\log_b(N_1\cdot N_2)=\log_b N_1+\log_b N_2 \tag{18}$$

两正数的商的对数，等于被除数的对数减去除数的对数．即

$$\log_b \frac{N_1}{N_2}=\log_b N_1-\log_b N_2 \tag{19}$$

正数的幂的对数，等于幂的指数乘以該正数的对数．即

$$\log_b N^n=n\log_b N \tag{20}$$

以上三种性质，一般容易犯的錯誤是:

$$\log_b N_1\cdot\log_b N_2=\log_b N_1+\log_b N_2$$

$$\frac{\log_b N_1}{\log_b N_2}=\log_b N_1-\log_b N_2$$

$$(\log_b N)^n = n\log_b N$$

因此,在实际計算中必須加以注意.

3. 常用对数　以10为底的对数叫做十进对数，可写为$\lg N$,由于記数法是十进制,因此在工程計算上用得很广. 十进对数又叫常用对数.

(1) 在1以后有若干个零的整数的十进对数是正整数. 此正整数等于原数1以后零的个数. 其式表示如下:

$$\left.\begin{array}{ll} 10^1=10, & \lg 10=1 \\ 10^2=100, & \lg 100=2 \\ 10^3=1000, & \lg 1000=3 \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ 10^n=\underbrace{10000\cdots0}_{n\text{个零}}, & \lg \underbrace{10000\cdots0}_{n\text{个零}}=n \end{array}\right\} \tag{21}$$

(2) 在1以前有若干个零的純小数的十进对数是負整数,其絕对值等于原数中零的个数. 其式表示如下:

$$\left.\begin{array}{ll} 10^{-1}=0.1, & \lg 0.1=-1 \\ 10^{-2}=0.01, & \lg 0.01=-2 \\ 10^{-3}=0.001, & \lg 0.001=-3 \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ 10^{-n}=\underbrace{0.000\cdots0}_{n\text{个零}}1, & \lg \underbrace{0.000\cdots0}_{n\text{个零}}1=-n \end{array}\right\} \tag{22}$$

(3) 一个大于1的数,其十进对数的首数是正整数,等于該数整数部分所含数字的个数减1. 其式表示如下:

$$\lg N=\underbrace{n-1}_{\text{首数}}+\underbrace{\text{正的純小数}}_{\text{尾数}} \tag{23}$$

式中n为N数值的个数.

例 求 lg 3468.7 的首数.

【解】 根据公式(23)

$$\lg N=n-1+\text{正的純小数}$$

所以

$$\begin{aligned}\lg 3468.7&=4-1+\text{正的純小数}\\&=3+\text{正的純小数}\end{aligned}$$

(4) 一个純小数的十进对数的首数是一个負整数，其絕对值等于第一个有效数字前面連整数零也包括在内的所有零的个数,而尾数是正数. 其式表示如下:

$$\lg N=\underbrace{-n}_{\text{首数}}+\underbrace{\text{正的純小数}}_{\text{尾数}} \tag{24}$$

式中 $N=0.000\cdots0$ 个的 a 值;

n——第一个有效数字和其前面所有零个数的总和.

例 求 lg 0.0235 的首数.

【解】 根据公式(24)

$$\lg N=-n+\text{正的純小数}$$

所以

$$\lg 0.0235=-2+\text{正的純小数}$$

(八)一元二次方程式

凡含有一个未知数的方程式,各項次数最高是二次的,叫做一元二次方程式. 它的标准式为

$$ax^2+bx+c=0$$

标准式的二次方程根的演算如下:

将标准式的常数項移至等式的右边得

$$ax^2+bx=-c$$

根据公式(12)的規則,等式两边各除以 a 得

$$\frac{ax^2}{a}+\frac{bx}{a}=-\frac{c}{a}$$

根据公式(11)的规则，将上式两边加上$\left(\frac{b}{2a}\right)^2$得

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\left(\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{c}{a}$$

$$=\frac{b^2}{4a^2}-\frac{c}{a}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

根据乘方的原理，上式的左边为

$$x^2+\frac{b}{a}x+\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$$

代入上式得

$$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$$

将上式两边开方得

$$x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$$

将$\frac{b}{2a}$移至右边得

$$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \tag{25}$$

“±”符号表示开平方后可得正負两値，在一般机械零件計算中舍弃負値.

例 $x^2-18x+81=0$，求x值.

【解】 根据公式(25)

$$a=1,\ b=-18,\ c=81$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{18\pm\sqrt{(-18)^2-4\times81}}{2}$$

$$=\frac{18\pm\sqrt{324-324}}{2}=\frac{18}{2}=9$$