



20

# 機工常用計算手冊



王英鈞編著

香港電工社出版

# 機工常用計算手冊

王英鈞編著

江苏工业学院图书馆  
藏书章

香港電工社出版

## 內 容 提 要

本書共分六章，分述機械零件計算常用的數學知識，機械製造中常用的基本計算公式，機械零件加工的計算，冷彎零件、傳動零件和機械零件的測量等。內容由淺入深，實例較多。計算公式均用簡易原理推演，通俗易懂。

本書主要供機械工人在生產實際中應用，也可作為有關工程技術人員、工業學校和技工訓練班師生參考。

## 機 工 常 用 計 算 手 冊

---

編著者：王 英 鈞

出版者：學 林 書 店  
九龍紅磡鶴園街二號 G  
恒豐工業大廈十二樓E 二座

印刷者：大 華 印 刷 廠  
葵涌和宜合道173—175 號  
金威工業大廈 F 座二樓  
電話：0—二七三二 八〇

---

# 目 录

第一章 常用数学 .....	1	二、角的计算 .....	68
一、加减乘除的简便计算 ...	1	三、弓形和正多边形 .....	71
二、实用代数 .....	4	四、车削偏心零件的计算 ...	76
三、常用三角 .....	12	五、切削速度 .....	78
(一)直角三角形 .....	12	六、圆柱形弹簧 .....	79
(二)锐角和钝角三角形 .....	15	七、棘轮的计算 .....	82
(三)余角及任意象限角 的三角函数 .....	20	八、镗削小型齿轮箱 孔距的计算 .....	85
(四)反三角函数 .....	25	九、分度头各种分度法 的计算 .....	88
四、计算尺的基本原理 和用法 .....	26	(一)分度头结构概述 .....	88
第二章 常用单位 .....	37	(二)单分度法 .....	89
一、长度 .....	37	(三)复分度法 .....	90
二、面积 .....	40	(四)复孔单动间隔分度法 .....	93
三、体积和容量 .....	51	(五)差动分度法 .....	94
四、重量 .....	56	(六)角度分度法 .....	97
五、几种常用工业用液体 容量和重量的换算 .....	60	(七)直线间隔分度法 .....	98
第三章 机械零件加工常用 的计算方法 .....	62	十、铣刀的开齿计算 .....	101
一、常用螺纹的计算 .....	62	十一、齿轮铣刀号码的选择 和计算 .....	109
		十二、铣凸轮的计算 .....	113
		十三、铣螺旋槽的计算 .....	120

(一) 銑螺旋槽的計算 .....	120
(二) 銑螺旋齒輪的計算 .....	124
<b>第四章 機械傳動零件</b>	
<b>的計算</b> .....	144
一、常用零件傳動的	
轉速比計算 .....	144
二、圓柱齒輪各部尺寸	
的計算 .....	149
(一) 外嚙合正齒輪 .....	149
(二) 內嚙合正齒輪 .....	151
(三) 螺旋齒輪 .....	153
三、直齒傘齒輪各部尺寸	
的計算 .....	157
四、蝸輪蝸杆各部尺寸	
的計算 .....	163
五、皮帶長度的計算 .....	166
(一) 開式皮帶長度 .....	166
(二) 交叉式皮帶長度 .....	168
(三) 半交叉式皮帶長度 .....	169
(四) 三角皮帶的計算 .....	170
六、星形鏈輪的計算 .....	175
七、無聲鏈輪的計算 .....	181
<b>第五章 冷沖壓及薄板</b>	
<b>零件的計算</b> .....	186
一、冷彎零件展開尺寸	
的計算 .....	186
二、冷沖零件展開尺寸	
的計算 .....	190
三、薄板冷作零件展開	
尺寸的計算 .....	197
(一) 截圓錐形壳体 .....	197

(二) 正三角錐形壳体 .....	199
(三) 截正三角錐形壳体 .....	200
(四) 正四方角錐形壳体 .....	201
(五) 截正四方角錐形壳体 .....	203
(六) 上端圓形、下端	
長方形壳体 .....	204
(七) 上端圓形、下端	
長方形偏心壳体 .....	207
(八) 上端圓形、下端	
正方形偏心壳体 .....	209
(九) 上端圓形、下端	
截正方形壳体 .....	212
(十) 斜截圓錐形壳体 .....	214
(十一) 上端圓形、下端	
腰形壳体 .....	217
(十二) V 形壳体 .....	221
<b>第六章 機械零件的幾種</b>	
<b>測量計算</b> .....	226
一、用正弦規測量零件	
的計算 .....	226
二、用鋼柱測量零件	
的計算 .....	227
三、用鋼珠測量零件	
的計算 .....	235
四、用游標卡尺測量零件	
的計算 .....	240
五、零件的硬度測量	
計算和換算 .....	242
<b>附錄</b> .....	246
附表 1. 平方根表 .....	246
附表 2. 三角函數表 .....	251
附表 3. 熱軋圓鋼的重量	

	(YB) 158-63 .....259		重量(YB)161-63...264
附表 4.	热軋等边角鋼的 重量(YB) 166-63 ...260	附表 7.	公制螺紋 .....265
附表 5.	热軋普通槽鋼的 重量(YB) 162-63 ...263	附表 8.	梯形螺紋 .....267
附表 6	热軋普通工字鋼的	附表 9.	英制螺紋 .....268
		附表 10.	布氏、洛氏、維氏、 肖氏硬度換算表 ...269

# 第一章 常用数学

## 一、加减乘除的简便计算

### (一) 加法

名数相加时,要注意单位,只有同种类的量才能相加.

两数相加时,如恰好凑成十、百、千、万等的数字,就叫一个数是另一个数的补数.几个数相加,中间有互为补数的,可以先加,这样就简便些,快些.

例  $36 \text{ 公斤} + 87 \text{ 公斤} + 64 \text{ 公斤} = ? \text{ 公斤}$

【解】  $36 + 64$  正好是 100, 是互为补数,故上式的加法马上就得出答案为 187 公斤.

例  $548 \text{ 毫米} + 987 \text{ 毫米} = ? \text{ 毫米}$

【解】 987 的补数是 13, 相加后等于 1000, 再加上 548 减去 13, 马上就得出答案为 1535 毫米.

### (二) 减法

名数相减时,要注意单位,只有同种类的量才能相减.

减法的简便计算和加法相似,将数字凑成互为补数然后再减.

例  $64 \text{ 厘米} - 36 \text{ 厘米} = ? \text{ 厘米}$

【解】 因 64 和 36 互为补数, 36 等于从 100 中减去 64, 即  $64 - 36 = 64 - (100 - 64) = 64 - 100 + 64 = 64 \times 2 - 100 = 28 \text{ 厘米}$

实际计算时,只要将 64 加倍,减去 100,就得 28 厘米了。

例 136 克 - 64 克 = ? 克

【解】因 136 和 64 互为补数,只要将 36 加倍,就得 72 克的答案了。

### (三)乘法

1. 两位数相乘的简便乘法

(1) 个位乘个位得个位。

(2) 个位乘十位加十位乘个位得十位。

(3) 十位乘十位得百位。

例  $67 \times 54 = ?$

$$\begin{array}{r} 67 \\ \times 54 \\ \hline \end{array}$$

【解】

(1)  $7 \times 4 = 28$ , 在上列竖式中写下 8 记着 2。

(2)  $7 \times 5 + 4 \times 6 = 59$ , 加上由个位相乘得来的 2, 得 61; 在竖式中写下 1 记着 6。

(3)  $5 \times 6 = 30$ , 加上前项计算所得的 6, 得 36; 一齐写在竖式下, 得积为 3618。

2. 任何数乘以 11 的简便算法 任何数乘以 11, 首尾两位数字不变, 中间的数字就是相邻的两位数字由右向左挨次相加。

例  $633 \times 11 = ?$

$$\begin{array}{r} 633 \\ \times 11 \\ \hline \end{array}$$

【解】

(1) 以被乘数最末一位数, 作为乘积的最末一位, 将 3 写在上列竖式下。

(2) 乘积中间位数的数字, 是由被乘数相邻两位数挨次相加而得; 在上式中为  $3 + 3 = 6$ ,  $3 + 6 = 9$ 。



(3) 被乘数的最左一位数,就是乘积中的最左一位数,即为 6.

(4) 进位照算.

### 3. 末数为 5 的乘方简便计算

(1) 末数 5 前面的数字乘以比它大 1 的数字.

(2) 在乘得的积后面添上 25.

**例** 试计算 15, 25, 35, 105 的乘方.

**【解】**  $15^2$   $1 \times 2 = 2$ , 在乘积 2 后面添上 25 则得 225.

$25^2$   $2 \times 3 = 6$ , 在乘积 6 后面添上 25 则得 625.

$35^2$   $3 \times 4 = 12$ , 在乘积 12 后面添上 25 则得 1225.

$105^2$   $10 \times 11 = 110$ , 在乘积 110 后面添上 25 则得 11025.

其余类推.

## (四) 除法

1. 任何数除以 5 的简便计算 只要把该数翻一番,再把小数点往左边推一位即得该数之商.

**例**  $12 \div 5 = ?$

**【解】** 12 翻一番即  $12 \times 2 = 24$ , 小数点往左推一位即得答案为 2.4.

2. 任意数除以 25, 125, 625 的简便计算

(1) 任意数除以 25, 即将该数乘上 4, 小数点往左推二位.

(2) 任意数除以 125, 即将该数乘上 8, 小数点往左推三位.

(3) 任意数除以 625, 即将该数乘上 16, 小数点往左推四位.

**例** (1)  $12 \div 25 = ?$  (2)  $325 \div 125 = ?$  (3)  $1500 \div 625 = ?$

**【解】** (1)  $12 \times 4 = 48$ , 小数点推左二位得 0.48.

(2)  $325 \times 8 = 2600$ , 小数点推左三位得 2.6.

(3)  $1500 \times 16 = 24000$ , 小数点推左四位得 2.4.

## 二、实用代数

### (一) 计算代数中的乘法时, 须注意的几点规则

(1) 在代数式中,  $a \times b \times c = d$ , 被乘起来的  $a$ 、 $b$  与  $c$  称为因子,  $d$  称为乘积. 因子的次序可任意掉换.

$$a \times b \times c = c \times a \times b = d \quad (1)$$

(2) 正负号相乘的规则:

$$\left. \begin{aligned} (+) \times (+) &= +; & (+) \times (-) &= - \\ (-) \times (+) &= -; & (-) \times (-) &= + \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(3) 含有许多项的代数量(多项式), 若与一数相乘时, 把这个数与多项式里的每项相乘(乘时需考虑它们的符号), 再把得到的许多乘积相加即得.

$$(x - ay + bz) \times c = cx - cay + cbz \quad (3)$$

(4) 两个多项式相乘时, 把一个多项式中的诸项, 依次去乘另一个多项式, 把所得的结果一齐加起来即得.

$$(a + b)(x - y + z) = ax - ay + az + bx - by + bz \quad (4)$$

### (二) 计算代数中的分数时, 须注意的几点规则

(1) 用一个整数去乘分数时, 把它与分数的分子相乘, 然后用分数原来的分母去除这乘积.

$$a \times \frac{b}{c} = \frac{a \times b}{c} \quad (5)$$

(2) 两个分数相乘时, 可用两个分母的乘积去除两个分子的乘积.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} \quad (6)$$

(3) 同分母的分数相加时, 把所有的分子相加, 用它们的共同分母去除分子相加所得的和.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{d}{b} = \frac{a+c+d}{b} \quad (7)$$

(4) 不同分母的分数相加时，先用通分法把它们分母变成相同，然后相加。

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{a \times d + c \times b}{bd} \quad (8)$$

(5) 用同数去乘分数的分子和分母，分数的值不变，用同数去除也是一样。

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} = \frac{ac}{bc} \quad (9)$$

### (三) 代数式的几个常用规则

(1) 两个代数式之间用等号“=”连接起来，称为等式。它表示两边的量相等。如

$$a + b = c + d \quad (10)$$

(2) 等式的两边，加上或减去相同的数，其和及差仍为等式。如  $a = c$ ，加上或减去相同的数  $b$ ，则

$$\left. \begin{aligned} a + b &= c + b \\ a - b &= c - b \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

(3) 等式的两边，乘以或除以相同的数，其积及商仍为等式。如  $a = c$ ，乘以或除以相同的数  $b$ ，则

$$\left. \begin{aligned} a \times b &= c \times b \\ \frac{a}{b} &= \frac{c}{b} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

(4) 若在一个含有许多项的代数式中，都含有各项的公共因子，可以把这些公共因子提出。

$$\begin{aligned} ax + by - ay - bx &= a(x - y) - b(x - y) \\ &= (a - b)(x - y) \end{aligned} \quad (13)$$

### (四) 指数

象  $a^n$  这样的形式，它代表  $n$  个相同的因子  $a$  的乘积， $a$

称为基数,  $n$  称为乘方或指数.

指数计算时有下列规则:

$$\left. \begin{aligned} a^m \cdot a^n &= a^{m+n} && (\text{当 } a \neq 0) \\ \frac{a^m}{a^n} &= a^{m-n} && (\text{当 } m > n) \\ \frac{a^m}{a^n} &= \frac{1}{a^{n-m}} && (\text{当 } m < n) \\ \frac{a^m}{a^n} &= 1 && (\text{当 } m = n) \\ (a^m)^n &= a^{mn} \\ (ab)^n &= a^n b^n \\ \left(\frac{a}{b}\right)^n &= \frac{a^n}{b^n} && (\text{当 } b \neq 0) \\ a^0 &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

例  $a^3 \cdot a^7 = ?$     $\frac{a^5}{a^3} = ?$     $\frac{a^3}{a^7} = ?$     $\frac{a^2}{a^2} = ?$     $(a^2)^3 = ?$

$(ab)^4 = ?$     $\left(\frac{a}{b}\right)^6 = ?$     $\frac{a^2}{a^2} = a^{2-2} = a^0 = 1$

【解】 根据公式(14)

$$a^3 \cdot a^7 = a^{10}; \quad \frac{a^5}{a^3} = a^2; \quad \frac{a^3}{a^7} = \frac{1}{a^4}; \quad \frac{a^2}{a^2} = 1; \quad (a^2)^3 = a^6;$$

$$(ab)^4 = a^4 b^4; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^6 = \frac{a^6}{b^6}; \quad \frac{a^2}{a^2} = a^{2-2} = a^0 = 1$$

### (五) 分数指数

象  $\sqrt[n]{a} = b$  的形式或  $a^{\frac{1}{n}} = b$ , 称为方根或分数指数. 所谓  $a$  的  $n$  次方根, 就是指某数  $b$ , 它的  $n$  次方等于  $a$ , 即  $b^n = a$ , 于是

$$\sqrt[n]{a} = b \quad (15)$$

为了使用方便起见, 现将  $\sqrt[n]{a}$  列成附表 1, 以供查考.

分数指数計算時有下列規則：

$$\left. \begin{aligned} \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} &= \sqrt[n]{a \cdot b} = (a \cdot b)^{\frac{1}{n}} \\ \sqrt[n]{\frac{a}{b}} &= \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}} \\ \sqrt[n]{a^m} &= (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}} \\ \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} &= \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a} = a^{\frac{1}{mn}} \end{aligned} \right\} (16)$$

例  $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = ?$   $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = ?$   $\sqrt[2]{a^3} = ?$   $\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}} = ?$

【解】 根据公式(16)

$$\begin{aligned} \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} &= \sqrt{a \cdot b} = (a \cdot b)^{\frac{1}{2}}; \\ \sqrt[3]{\frac{a}{b}} &= \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{3}}}{b^{\frac{1}{3}}}; \quad \sqrt[2]{a^3} = a^{\frac{3}{2}}; \\ \sqrt[3]{\sqrt[4]{a}} &= \sqrt[12]{a} = a^{\frac{1}{12}} \end{aligned}$$

## (六) 負指數

負指數的計算規則與指數的計算規則相同。

$$\left. \begin{aligned} a^{-n} \cdot a^{-m} &= \frac{1}{a^n} \cdot \frac{1}{a^m} = \frac{1}{a^{(n+m)}} = a^{-(n+m)} \\ \frac{a^{-m}}{a^{-n}} &= \frac{\frac{1}{a^m}}{\frac{1}{a^n}} = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \\ (a^{-m})^n &= \left(\frac{1}{a^m}\right)^n = \frac{1}{a^{nm}} = a^{-nm} \\ (ab)^{-m} &= \frac{1}{(ab)^m} = \frac{1}{a^m b^m} = a^{-m} \cdot b^{-m} \\ \left(\frac{a}{b}\right)^{-m} &= \left(\frac{b}{a}\right)^m = \frac{b^m}{a^m} = \frac{a^{-m}}{b^{-m}} \end{aligned} \right\} (17)$$

例  $a^{-3} \cdot a^{-4} = ?$   $\frac{a^{-4}}{a^{-3}} = ?$   $(a^{-2})^4 = ?$   $(ab)^{-4} = ?$   $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5} = ?$

【解】 根据公式(17)

$$a^{-3} \cdot a^{-4} = a^{-(3+4)} = a^{-7}; \quad \frac{a^{-4}}{a^{-3}} = a^{3-4} = a^{-1} = \frac{1}{a};$$

$$(a^{-2})^4 = a^{-8}; \quad (ab)^{-4} = a^{-4} \cdot b^{-4}; \quad \left(\frac{a}{b}\right)^{-5} = \left(\frac{b}{a}\right)^5$$

## (七)对数

1. 概念 一切演算都可倒过来计算或称逆算。例如加法倒过来是减法，乘法倒过来就是除法。同样，分数指数(开方)也可以看成是把整指数(乘方)倒过来；所谓对数也可以说是乘方的另一种逆算方法。如  $b^n = N$ ，则

$$n = \log_b N$$

上式叫做  $n$  等于以  $b$  为底时  $N$  的对数。 $b$  叫做对数的底， $N$  叫做真数。

对数不是一个代数量，但它可用来精确地计算复杂的代数量，特别是计算分数指数等。

2. 对数定理 正数乘积的对数，等于各数的对数和。即

$$\log_b (N_1 \cdot N_2) = \log_b N_1 + \log_b N_2 \quad (18)$$

两正数的商的对数，等于被除数的对数减去除数的对数。

即

$$\log_b \frac{N_1}{N_2} = \log_b N_1 - \log_b N_2 \quad (19)$$

正数的幂的对数，等于幂的指数乘以该正数的对数。即

$$\log_b N^n = n \log_b N \quad (20)$$

以上三种性质，一般容易犯的錯誤是：

$$\log_b N_1 \cdot \log_b N_2 = \log_b N_1 + \log_b N_2$$

$$\frac{\log_b N_1}{\log_b N_2} = \log_b N_1 - \log_b N_2$$

$$(\log_b N)^n = n \log_b N$$

因此,在实际计算中必须加以注意.

3. 常用对数 以 10 为底的对数叫做十进对数, 可写为  $\lg N$ , 由于记数法是十进制, 因此在工程计算上用得很广. 十进对数又叫常用对数.

(1) 在 1 以后有若干个零的整数的十进对数是正整数. 此正整数等于原数 1 以后零的个数. 其式表示如下:

$$\left. \begin{array}{ll} 10^1 = 10, & \lg 10 = 1 \\ 10^2 = 100, & \lg 100 = 2 \\ 10^3 = 1000, & \lg 1000 = 3 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ 10^n = \underbrace{10000\dots0}_{n \text{ 个零}}, & \lg \underbrace{10000\dots0}_{n \text{ 个零}} = n \end{array} \right\} \quad (21)$$

(2) 在 1 以前有若干个零的纯小数的十进对数是负整数, 其绝对值等于原数中零的个数. 其式表示如下:

$$\left. \begin{array}{ll} 10^{-1} = 0.1, & \lg 0.1 = -1 \\ 10^{-2} = 0.01, & \lg 0.01 = -2 \\ 10^{-3} = 0.001, & \lg 0.001 = -3 \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ 10^{-n} = \underbrace{0.000\dots01}_{n \text{ 个零}}, & \lg \underbrace{0.000\dots01}_{n \text{ 个零}} = -n \end{array} \right\} \quad (22)$$

(3) 一个大于 1 的数, 其十进对数的首数是正整数, 等于该数整数部分所含数字的个数减 1. 其式表示如下:

$$\lg N = \underbrace{n-1}_{\text{首数}} + \underbrace{\text{正的纯小数}}_{\text{尾数}} \quad (23)$$

式中  $n$  为  $N$  数值的个数.

例 求  $\lg 3468.7$  的首数.

【解】 根据公式(23)

$$\lg N = n - 1 + \text{正的純小数}$$

所以

$$\begin{aligned}\lg 3468.7 &= 4 - 1 + \text{正的純小数} \\ &= 3 + \text{正的純小数}\end{aligned}$$

(4) 一个純小数的十进对数的首数是一个負整数, 其絕對值等于第一个有效数字前面連整数零也包括在内的所有零的个数, 而尾数是正数. 其式表示如下:

$$\lg N = \underbrace{-n}_{\text{首数}} + \underbrace{\text{正的純小数}}_{\text{尾数}} \quad (24)$$

式中  $N = 0.000 \cdots 0$  个的  $a$  值;

$n$ ——第一个有效数字和其前面所有零个数的总和.

例 求  $\lg 0.0235$  的首数.

【解】 根据公式(24)

$$\lg N = -n + \text{正的純小数}$$

所以

$$\lg 0.0235 = -2 + \text{正的純小数}$$

### (八) 一元二次方程式

凡含有一个未知数的方程式, 各項次数最高是二次的, 叫做一元二次方程式. 它的标准式为

$$ax^2 + bx + c = 0$$

标准式的二次方程根的演算如下:

将标准式的常数項移至等式的右边得

$$ax^2 + bx = -c$$

根据公式(1.2)的規則, 等式两边各除以  $a$  得

$$\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} = -\frac{c}{a}$$



根据公式(11)的规则,将上式两边加上 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2$ 得

$$\begin{aligned}x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 &= \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a} \\ &= \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\end{aligned}$$

根据乘方的原理,上式的左边为

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$$

代入上式得

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

将上式两边开方得

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

将 $\frac{b}{2a}$ 移至右边得

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (25)$$

“ $\pm$ ”符号表示开平方后可得正负两值,在一般机械零件计算中舍弃负值.

例  $x^2 - 18x + 81 = 0$ , 求  $x$  值.

【解】 根据公式(25)

$$\begin{aligned}a &= 1, \quad b = -18, \quad c = 81 \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{18 \pm \sqrt{(-18)^2 - 4 \times 81}}{2} \\ &= \frac{18 \pm \sqrt{324 - 324}}{2} = \frac{18}{2} = 9\end{aligned}$$