

编号: F 75002

桩基负摩擦力的计算

地基教研室

同济大学科学技术情报组编印

一九七五年一月

TU4/19

桩基的负摩擦力计算

目 录

§ 1	前 言	1
§ 2	单桩的负摩擦力	2
§ 3	群桩的负摩擦力	8
§ 4	中性点	11
§ 5	桩的承载力	15
§ 6	工程实例	16
§ 7	结束语	27
附	录	30
参 考 文 献		33

§ 1 前 言

在通常桩基中，桩的承载力 P 是由桩身周围的正摩擦力 F （方向向上）和桩尖土的抗力 R 两部分组成，如图1所示。当桩基建造在发生地面沉降的地方（例如由于在地基中大量抽水；或者地基处在尚未压密状态，如新的冲填土等；或者在正常压密状态的地基上大面积加载，如冶金厂房堆放钢料，化工厂的原料库以及大面积填土等），此时，桩身周围土受到固结（压密）作用，就产生了负摩擦力 F_n （方向向下），这样，这部分摩擦力不但不是桩承载力的一部分，反而变成施加桩身的外加荷载。如果沿桩长桩身周围的摩擦力均变为负摩擦力的话，则桩承载力 P 取决于桩尖土的抗力，如图2所示。

关于桩的负摩擦力问题，在国外已进行多年的研究，在我国正在开展这方面的工作。现在，我们遵照毛主席“外国一切好的经验，好的技术，都要吸收过来，为我所用”的教导，介绍一些国外研究桩的

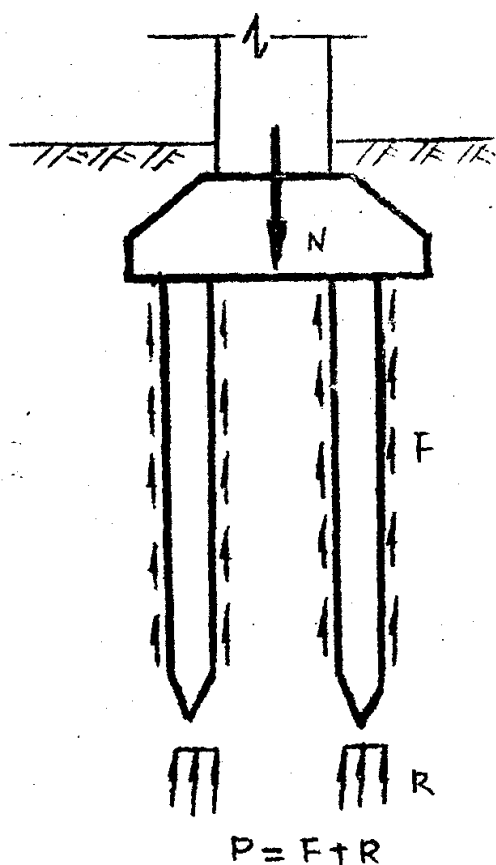


图1 通常桩基的承载力

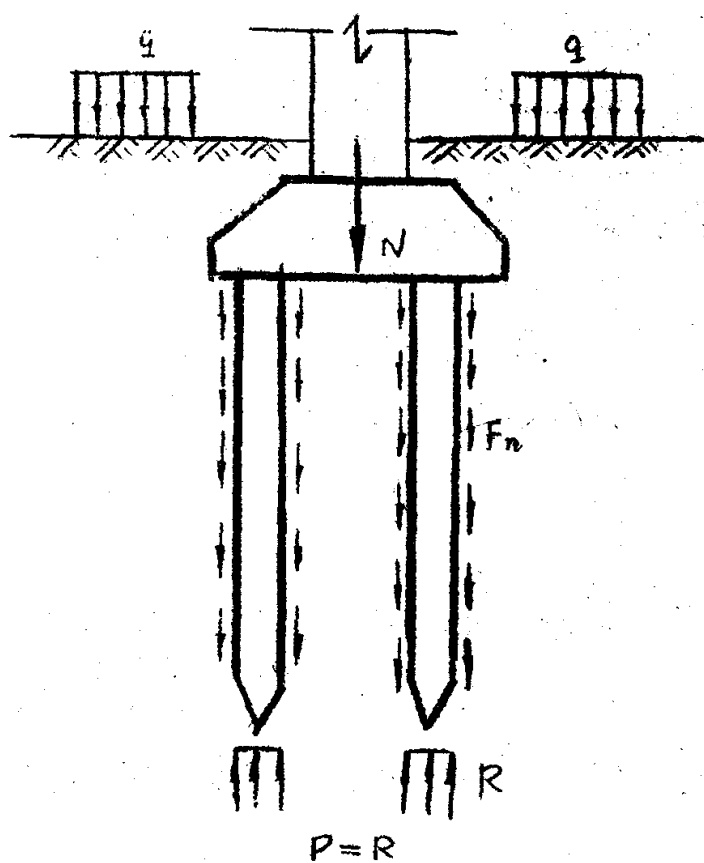


图2 承受负摩擦力桩基的承载力
(当沿桩长均承受负摩擦力时)

负摩擦力的情况，并作一些补充，本文着重结合上海几个已建成的具有大面积荷载的厂房，试作一些验算，提出几点不成熟的意见，以供讨论。

§ 2 单桩的负摩擦力

研究单桩表面的负摩擦力，实质上就是研究土沿桩身的极限抗剪强度，或者土与桩的粘着力问题。

首先指出，桩与土之间的摩擦力（包括正负摩擦力）的大小是与其相对位移的大小有关，如图3所示。摩擦力达到最大值时所需的位移量可能约为1~2cm（这个问题有待研究），故负摩擦力的最大值将在一定时间内才能得到充分发挥，不过，在设计时，宜考虑负摩擦力的最大值。

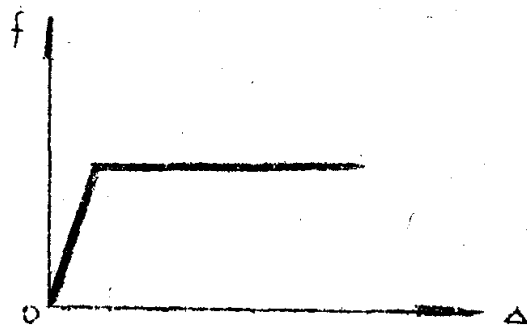


图3 相对位移与负摩擦力关系

确定负摩擦力的方法有按室内土工试验，有理论公式，也有经验公式。下面，就这几方面介绍几种有代表性的方法。

一、室内外的土工试验。

1. 对于粘性土

(1) 按室内无侧限抗压试验（也称单轴压缩试验）确定：

$$f_n = \frac{q_u}{2} \quad (1)$$

式中 f_n —— 单桩的单位侧面积上的负摩擦力；

q_u —— 无侧限抗压强度。

(2) 按野外锥体贯入试验确定：

$$f_n = \frac{q_c}{10} \quad (2)$$

式中 q_c —— 锥体贯入试验的强度。

2 对于砂土，按野外标准贯入试验确定：

$$f_n = \frac{N}{5} + 3 \quad (t/m^2) \quad (3)$$

式中 N —— 标准贯入试验锤击数。

看来，式(2)和式(3)的具体数据的应用是有一定局限性。

三 理论公式。墨西哥 Zeevaert 假定桩是刚性的（与土相比较而言），压力的传递可用下式表示：

$$\frac{d(p_{0z} - p_{vz})}{dz} = n' US \quad (4)$$

式中 z —— 从桩承台底面起算负摩擦力的影响深度
（确定的方法见 § 4）；

p_{0z} —— 在 z 处，未打桩前的土中的有效竖向压力；

p_{vz} —— 在 z 处，打桩后的土中的有效竖向压力；

n' —— 单位面积中的桩数；

U —— 单桩的周长；

S —— 沿桩身的极限抗剪强度。

根据上式，运用微积分，可得适用于各种土质条件下作用于桩身上的总负摩擦力 F_n 计算公式（公式的推导见附录）：

$$F_n = \frac{1}{n'} (p_{0z} - p_{vz}) \quad (5)$$

式中 p_{0z} 和 p_{vz} 的具体计算如下：

$$p_{0z} = p_0 + \gamma' z ;$$

$$p_{vz} = \frac{\gamma^*}{m} (1 - e^{-mz}) + p_0 e^{-mz} ;$$

p_0 —— 作用于桩顶上（即桩承台底面上）的覆盖荷载；

$$m = n' U K_0 \tan \phi' ;$$

K_0 —— 静止土压力系数（对于软土，可取 $K_0 = 1$ ）；

$$\gamma^* = \gamma' - n' U C' \quad (\text{对于砂土, } \gamma^* = \gamma') ;$$

- γ' —— 土的浮容重；
 ϕ' —— 土的有效内摩擦角；
 c' —— 土的有效内聚力。

其它符号的意义同上。

可以理解，式(5)用于分层土时，可应用分层总和法原理计算桩的负摩擦力。以下提出一个近似方法（见图4）：

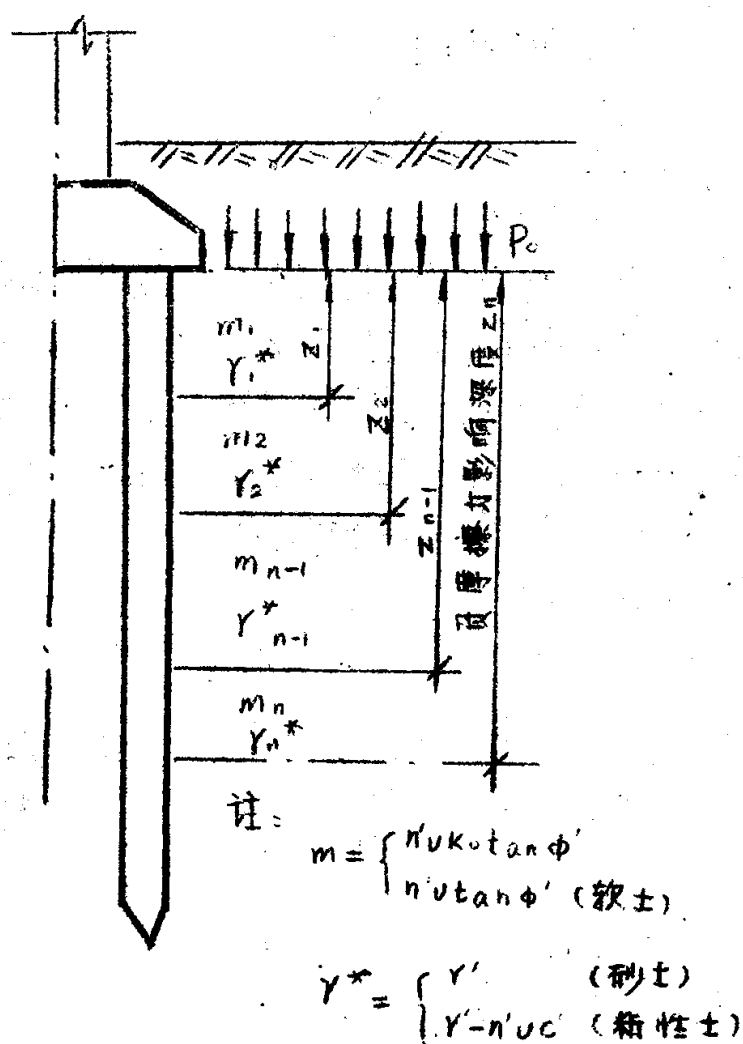


图4 分层土的桩负摩擦力计算

从式(6)，求得在承台底面下第一层土范围内桩的负摩擦力：

$$F_{n1} = \frac{1}{n'} \left(p_0 + \gamma' z_1 - \frac{\gamma_1^*}{m_1} (1 - e^{-m_1 z_1}) - p_0 e^{-m_1 z_1} \right)$$

在承台底面下第二层土范围内桩的负摩擦力：

$$\begin{aligned} F_{n(2)} &= \frac{1}{n'} \left(p_0 + \gamma' z_2 - \frac{\gamma_2^*}{m_2} (1 - e^{-m_2 z_2}) - p_0 e^{-m_2 z_2} \right) \\ &\quad - \frac{1}{n'} \left(p_0 + \gamma' z_1 - \frac{\gamma_2^*}{m_1} (1 - e^{-m_2 z_1}) - p_0 e^{-m_2 z_1} \right) \\ &= \frac{1}{n'} \left(\gamma' (z_2 - z_1) + \left(\frac{\gamma_2^*}{m_2} - p_0 \right) (e^{-m_2 z_2} - e^{-m_2 z_1}) \right) \end{aligned}$$

同理，在承台底面下第 n 层土范围内桩的负摩擦力：

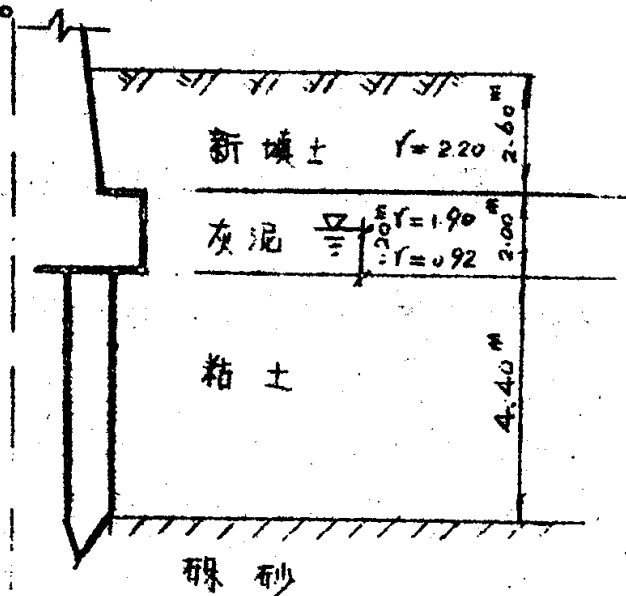
$$F_{n(n)} = \frac{1}{n'} \left(\gamma' (z_n - z_{n-1}) + \left(\frac{\gamma_n^*}{m_n} - p_0 \right) (e^{-m_n z_n} - e^{-m_n z_{n-1}}) \right)$$

因此，计算分层土的桩负摩擦力的近似公式为：

$$F_n = F_{n(1)} + \frac{1}{n'} \sum_{i=2}^n \left(\gamma' (z_i - z_{i-1}) + \left(\frac{\gamma_i^*}{m_i} - p_0 \right) (e^{-m_i z_i} - e^{-m_i z_{i-1}}) \right) \quad (5-A)$$

具体的计算见 § 6 的实例 2。

算例 1 如下图所示的桩基，由三根直径 $D=0.9\text{m}$ 的桩组成，排列形式采用行列式和梅花形，桩距为 $4D$ 和 $3D$ 两种，桩身周围粘土的指标： $\gamma'=0.92\text{t/m}^3$ ， $C'=1.5\text{t/m}^2$ ， $\phi'=22^\circ$ ， $q_u=4.0\text{t/m}^2$ 。经研究确定，在新填土作用下，沿桩身长度均受到负摩擦力的作用，试求单桩的总负摩擦力。



(解) 1. 当桩距为 $4D$ (行列式) 时:

$$p_{0z} = p_0 + \gamma' z = (2.2 \times 2.60 + 1.9 \times 0.8 + 0.92 \times 1.2) + 0.92 \times 4.4 \\ = 8.32 + 4.05 = 12.37 \text{ t/m}^2;$$

$$p_{vz} = \frac{\gamma^*}{m} (1 - e^{-mz}) + p_0 e^{-mz}$$

$$\therefore n' = \frac{1}{(4D)^2} = \frac{1}{(3.6)^2} = 0.077 \text{ 根/m}^2;$$

$$m = n' U \tan \phi' = 0.077 \times \pi \times 0.90 \times 0.405 \\ = 0.0877 \text{ 根/m};$$

$$\gamma^* = \gamma' - n' U C' = 0.077 \times \pi \times 0.90 \times 1.5 \\ = 0.59 \text{ t/m}^2;$$

$$e^{-mz} = e^{-0.0877 \times 4.4} = 0.680;$$

$$\therefore p_{vz} = \frac{0.59}{0.0877} (1 - 0.68) + 8.32 \times 0.68 \\ = 7.85 \text{ t/m}^2$$

$$F_n = \frac{1}{n'} (p_{0z} - p_{vz}) = \frac{1}{0.077} (12.37 - 7.85) \\ = 59 \text{ t/根}。$$

2. 当桩距为 $3D$ (行列式) 时:

同上理, 求得 $F_n = 51 \text{ t/根}。$

3. 当桩距为 $3D$ (梅花形) 时:

$$\text{同上理, 但 } n' = \frac{1}{(3D)^2 \sin 60^\circ} = 0.158 \text{ 根/m}^2,$$

$$F_n = 49 \text{ t/根}。$$

从算例 1 的计算结果可知, 在同样土质和桩顶上的覆盖荷载条件下, 桩距和桩的排列形式不同对桩的总负摩擦力 F_n 是有影响的。

三 经验公式。挪威 Johannesson 和 Bjerrum 作了一根长 53m 空心钢管的负摩擦力试验。该桩穿过深厚海相沉积的粘土打入岩

层，受到 10m 新填土的作用，下沉约 1.2m。根据试验结果，提出一个计算负摩擦力的公式：

$$f_n = \sigma_h' \tan \phi' = \sigma_v' K \tan \phi' \quad (6)$$

式中 σ_h' —— 土中有效水平压力；

σ_v' —— 土中有效竖向压力（按孔隙水压力仪测得）；

$K \tan \phi'$ —— 假定沿桩长为一个定值，对于粘土，

$K \tan \phi' \approx 0.2$ ；以后，根据另一个试验，

得出粉土质粘土的 $K \tan \phi' = 0.25$ 。

日本远藤等对四种类型钢桩在砂质粘土和粉土相间的深厚冲积土层中进行试验，得出 $K \tan \phi'$ 的数值：桩尖闭口的端承桩为 0.35，摩擦桩为 0.30，开口的端承桩为 0.20。

由此可见， $K \tan \phi'$ 的变化范围处于 0.20~0.35 之间，那么，式(6)可写成：

$$f_n = (0.20 \sim 0.35) \sigma_v' \quad (7)$$

如果，缺乏孔隙水压力观测资料，式(7)可进一步简化：

$$\begin{aligned} f_n &= (0.20 \sim 0.35) \gamma' z \\ &\approx 0.3 \gamma' z \end{aligned} \quad (8)$$

当考虑桩顶上的覆盖荷载 P_0 时，式(8)可写成

$$f_n = 0.3 (P_0 + \gamma' z) \quad (8-A)$$

算例 2 基本资料与算例 1 同，但缺乏孔隙水压力观测资料，取 $\gamma' = 1 \text{ t/m}^3$ ，试求单桩的总负摩擦力。

（解）桩顶上的覆盖荷载 $P_0 = 8.32 \text{ t/m}^2$ ，按式 (8-A) 计算：

桩顶处的 $f_n = 0.3 \times 8.32 = 2.5 \text{ t/m}^2$ ，

桩尖处的 $f_n = 0.3 (8.32 + 4.4) = 3.8 \text{ t/m}^2$ ，

沿桩身的平均负摩擦力：

$$f_p = \frac{1}{2} (2.5 + 3.8) = 3.2 \text{ t/m}^2$$

注：砂质粘土和粉土质粘土均类似我国亚粘土。

则 单桩的总负摩擦力：

$$F_n = U l f_p = \pi \times 0.90 \times 4.4 \times 3.2 = 40 \text{ t/根}$$

如果按室内无侧限抗压试验确定负摩擦力，从式(1)得：

$$f_p = \frac{q_u}{2} = \frac{4.0}{2} = 2.0 \text{ t/m}^2,$$

则 单桩的总负摩擦力：

$$F_n = U l f_p = \pi \times 0.90 \times 4.4 \times 2.0 = 25 \text{ t/根}。$$

算例 1 的资料系根据文献〔3〕的工程实例进行整理和改编，这是端承桩。从算例 1 和算例 2 的计算结果初步表明：用三种方法计算单桩的总负摩擦力 F_n 是不同的。至于三者的差异程度，因缺乏资料，还未能确定。对于摩擦桩，按理论公式求得的负摩擦力与按经验公式求得的比较接近，见 §.6 的表 2。

§ 3 群桩的负摩擦力

以上叙述的只是单桩的负摩擦力问题（理论公式除外），作为桩基，通常不是单根桩，而是两根或两根以上的群桩。有关群桩的试验资料，目前极为缺乏，然而可以判断：由于桩基中的中间桩之间的土受到约束，与边桩相比，其相对位移要小得多，故边桩承受的负摩擦力要比中间桩大。这种情况与单根桩的受力是不同的，群桩中平均每根桩的负摩擦力比单根桩的小，即由 n 根桩组成的桩基所承受的总负摩擦力小于 n 根单根桩的负摩擦力之积（ $\sum_{i=1}^n F_{ni} < n F_n$ ）。但是，影响桩基负摩擦力的因素很多，和通常的桩基一样，尚难以一个公式能概括，或定量表示。今以下列两种常遇情况进行讨论。

一、当桩基周围土的固结变形相等时，例如地基中大量抽水，或建筑场地的土处在尚未压密状态，或室内外大面积填土相等的情况，此时，可按下列两种方法进行估算。

1. 美国 Terzaghi 和 peck 认为，由于群桩周围粘土发生固

结，产生了一个向下的负摩擦力 Q_n ，它的大小不能大于受到固结的粘土层的厚度（负摩擦力的影响深度） h 、群桩的周边长度 U 和粘土的平均抗剪强度 S 三者之积：

$$Q_n < U h S \quad (9)$$

真正的负摩擦力介于零和 $U h S$ 之间。这样，如果增大桩距，则负摩擦力也增加，故宜控制桩距为 $2.5D$ (D 为桩的直径)。

2 在日本，根据一些因负摩擦力而产生不同沉降的建筑物调查结果，如图 5 所示，可大致了解桩基的桩数与沉降的关系，即桩数多的基础沉降比桩数少的小。日本远藤提出计算群桩负摩擦力的方法：首先将作用于单桩上的负摩擦力和单桩的自重换算成圆筒形的土重（取桩的换算容重等于桩周围固结土层的平均容重），即：

$$\pi D l f_p + \frac{\pi D^2}{4} l \gamma_p = \pi r^2 l \gamma_p$$

由此得：

$$r = \sqrt{\frac{D f_p}{\gamma_p} + \frac{D^2}{4}} \quad (10)$$

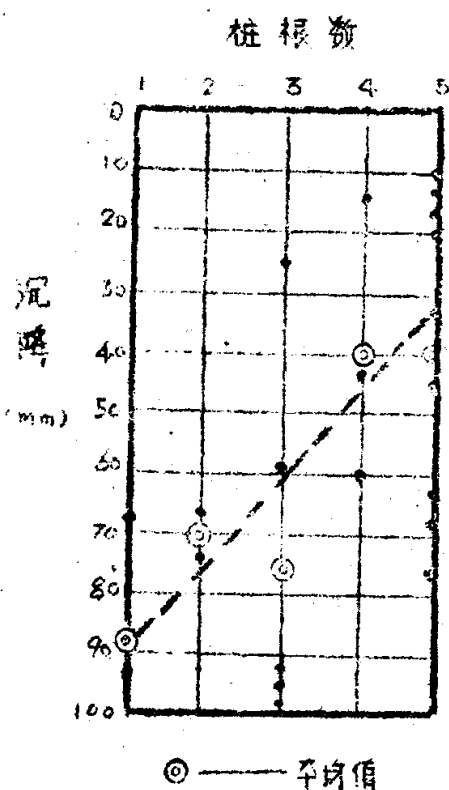


图 5 桩数和沉降关系

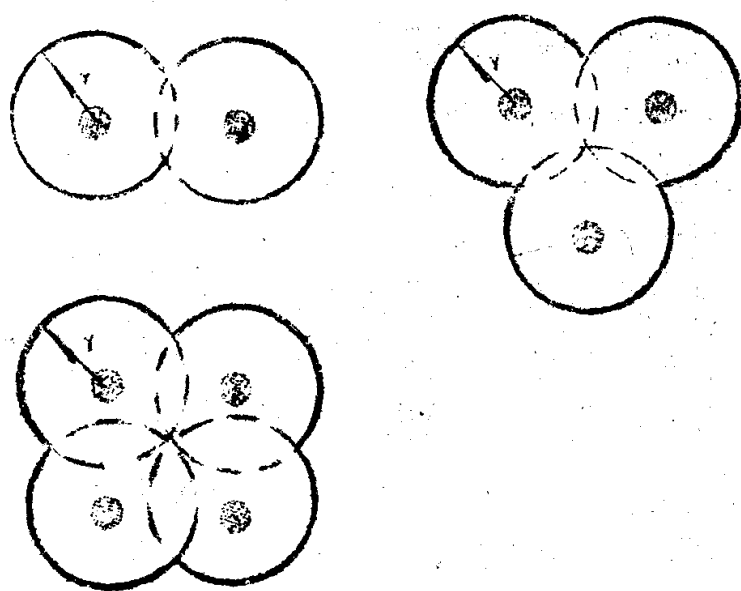


图 6 群桩负摩擦力的计算方法

式中 r —— 换算圆筒形土体的半径；

D —— 单桩的直径；

l —— 单桩承受负摩擦力的长度；

f_p —— 单桩在 l 范围内的平均负摩擦力（注意：砂土的不宜计算在内）；

γ_p —— 单桩周围固结土层（即 l 范围内）的平均容重。

其次，以各桩的中心为圆心， r 为半径作圆，如图 6 所示，外包络实线内土体的重量就是群桩的总负摩擦力。在多数情况下，采用这种计算方法求得的 n 根群桩的总负摩擦力约等于 n 根单桩负摩擦力之积（ nF_n ）的 60~85%，即折减系数 $\eta=0.60\sim0.85$ 。从图 6 可知，群桩的负摩擦力与桩数、桩距和排列形式有关，并且与图 5 的量测结果相仿。但是，对于砂土，由于打桩的影响，砂的抗剪强度增加，相应桩的负摩擦力也增大，而群桩的影响却使总的负摩擦力减少，这样，两者互相抵销，故对砂土，不宜考虑群桩的影响，否则，应用这种方法计算，可能偏于危险。

为了概略地比较一下上述两种计算方法的差异情况，今举一个例子加以说明。

基本资料：三根直径 $D=0.90\text{m}$ 组成的桩基，排列形式采用行列式和梅花形，桩距为 $3D$ ，设桩基周围固结土层的厚度 $h=4.4\text{m}$ ，

$\gamma_p=1\text{t}/\text{m}^3$ ，取平均负摩擦力 $f_p=\frac{q_u}{2}=2\text{t}/\text{m}^2$ （基本资料与算例 1 大致相同）。用上述两种方法计得桩基总负摩擦力 Q_n 的结果见下表。

计算方法	行列式时的 $Q_n(\text{t})$	梅花形时的 $Q_n(\text{t})$
第一种方法	$Q_n=UhS=Uhf_p=14.4\times4.4\times2.0=127\text{t}$	$Q_n=UhS=Uhf_p=11.0\times4.4\times2.0=97\text{t}$
第二种方法	$Q_n=\eta 3\pi Dh f_p=0.96\times3\pi\times0.90\times4.4\times2.0=72\text{t}$	$Q_n=\eta 3\pi Dh f_p=0.93\times3\pi\times0.90\times4.4\times2.0=70\text{t}$

$$r=\sqrt{\frac{Df_p}{\gamma_p}+\frac{D^2}{4}}=\sqrt{\frac{0.90\times2.0}{1}+\frac{0.90^2}{4}}=1.40\text{m}; \eta=\frac{\text{外包络实线内的面积}}{3\pi r^2}$$

从表可以粗略地看出，无论采用行列式还是梅花形的桩基排列，按第一种方法求得的桩基总负摩擦力 Q_n 均比第二种方法的大，这个理由在式(10)中已经说明了。看来，以第二种方法（或称作图法）估算 Q_n 较为合适些。至于它与理论公式求得 Q_n 的一些比较结果见 § 6 和 § 7 的讨论。

三 当桩基周围土的固结变形不相等时，例如厂房内大面积加载，或室内外大面积填土不等的情况，此时，桩基中各桩的负摩擦力可根据桩周围土的固结变形大小而定。而固结变形的大小是与加载范围和距离远近有关，它与桩基周围土的固结变形相等情况相比，约小 25 ~ 50 %；桩基总负摩擦力也相应地减少了。目前，在计算这类桩基的负摩擦力时，可仍按 § 2 和 § 3 的方法计算，具体的计算见 § 6。

§ 4 中 性 点

为了确定负摩擦力在桩身上的影响长度，用以计算桩的极限承载力、桩基沉降以及验算桩身材料强度，必须知道中性点的位置。所谓中性点就是作用在桩身表面的正摩擦力和负摩擦力的分界处。如 § 2 所述，既然桩与土之间的摩擦力大小是与其相对位移大小有关，那么可以理解在中性点处的相对位移必为零，摩擦力也必为零。因此，如果找到桩的竖直位移与桩周天然地基内的竖直位移相等之处，就可以确定中性点的位置了。目前要准确地确定中性点的位置是比较困难的，可采用一些近似方法。

一 逐次趋近法。根据中性点的定义，可按下列步骤确定其位置：

1. 采用分层总和法计算桩周天然地基的沉降量 S_d ，并作出天然地基内竖直位移曲线，如图 7 中的虚线所示（注意：天然地基内的竖直位移的零点，可近似地取压缩层的下限，它可能刚在桩尖标高处，或在桩尖标高以上某一高度处，如果在桩尖标高以下，就可能要加长桩的长度了）。

2. 假定一个中性点（第一次近似值），例如在离地面的 $0.6L$ 处，求得桩在该段长度内相应土层的负摩擦力 f_n 和该段长度以下相应土层的正摩擦力 f ，以及确定桩尖土的抗力。

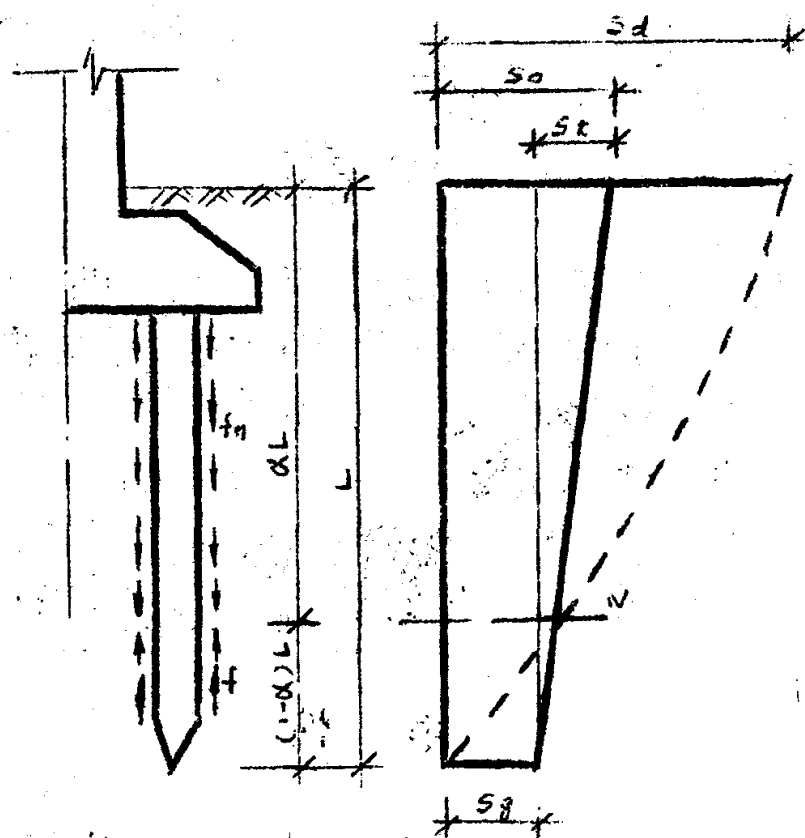


图 7 确定中性点位置的方法

3. 采用杆件受压公式和分层总和法分别计算桩身的弹性压缩量 s_t 与桩基的沉降量 s_g ，并作出桩的竖直位移曲线，如图 7 中的实线所示。如果桩身的弹性压缩量 s_t 很小，可忽略不计。

4. 天然地基内的竖直位移曲线和桩的竖直位移曲线的交点 N ，即为第二次中性点的近似值。如果第一、二次中性点的近似值相差较大时，则再选择第三次中性点的近似值，重复 2、3 步骤，直至假定的近似值与作出的 N 点基本吻合或满足实际要求，则可认为该点即为实际的中性点的位置。

这个方法系基于桩基沉降与地面沉降的稳定历时和沉降速率相等的条件求得的。实际上，中性点的位置随时间而变化，故这个方法只能是近似的方法。

三、经验方法：日本远藤等根据四种类型钢管桩（表 1）在砂质粘土与粉土相间的冲积层中的试验结果（如图 8 所示），提出一些确定中性点位置的经验数据，认为不论桩尖的支承情况如何，由桩顶至

中性点的深度与桩长之比 α' 在 0.73~0.78 范围内变化。在日本，还有一些试验数据表明 $\alpha' = 0.62 \sim 0.90$ ，因此，可以取其平均值 $\alpha' \approx 0.75$ （注意： α' 与图 7 中的 α 不同）。

钢管试桩

表 1

类型	封口竖直端承	封口斜端承 (8°)	开口竖直端承	封口竖直摩擦
尺寸 (mm)	直径 609.6 厚度 9.5	直径 609.6 厚度 9.5	直径 609.6 厚度 9.5	直径 609.6 厚度 9.5
长度 (m)	43	43	43	31
符号	CE ₄₃	CB ₄₃	OE ₄₃	CF ₃₁

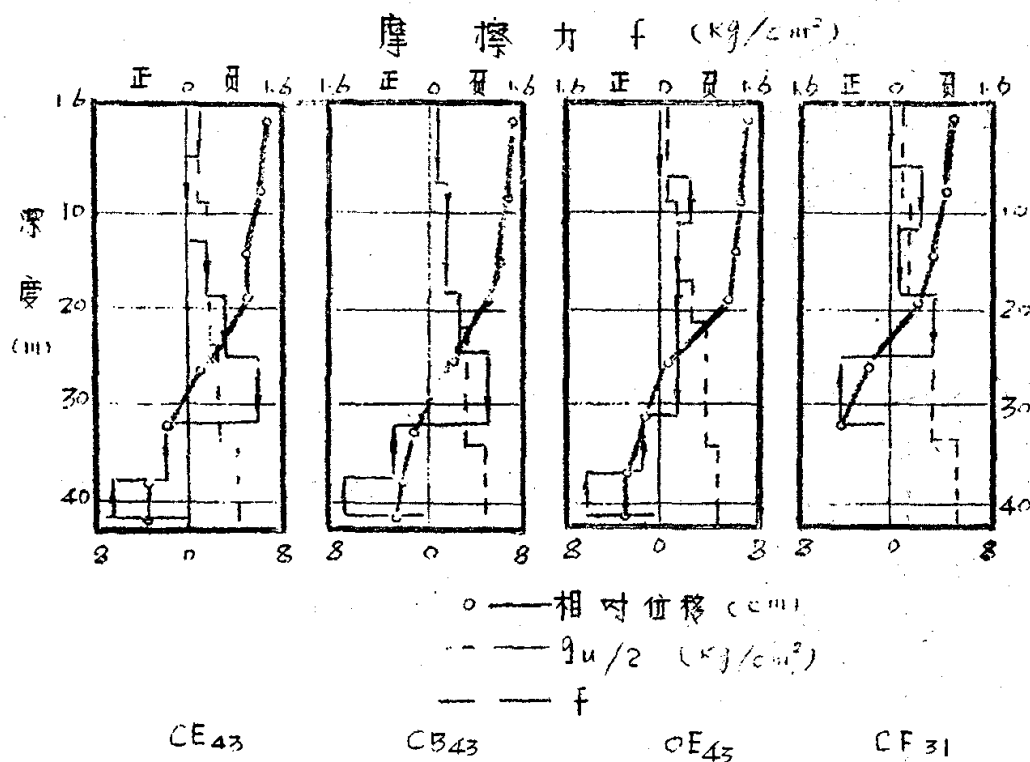


图 8A 摩擦力和相对位移沿深度的分布
(打桩后 672 日)

如果桩尖落在岩层中，可考虑桩的全长均承受负摩擦力的影响，宜取 $\alpha' \approx 1.0$ 。

有关中性点位置的测定数据还是不多的，有待积累数据加以修正。

§ 5 桩 的 承 载 力

确定单桩承载力的方法与通常桩基一样，即按土的抗力和桩身材料强度两个方面确定，必要时，尚须作静载试验。因为把桩的负摩擦力作为外加荷载考虑，故可适当降低桩的安全系数。

一、按土的抗力确定：

$$[P] = \frac{1}{K} (U \sum l_i f_i + \sigma A) \quad (11)$$

式中 $[P]$ —— 单桩的容许承载力；

K —— 桩的安全系数，取 $K \geq 1.5$ ；

U —— 桩的周长；

l_i —— 在中性点以下的各土层的厚度；

f_i —— 在中性点以下的桩周围相应土层的正摩擦力；

σ —— 桩尖土的极限强度；

A —— 桩身的横断面积。

二、按桩身材料强度确定：

$$[P] = \frac{1}{K} R A' \quad (12)$$

式中 R —— 桩身材料的受压极限强度；

A' —— 桩身的横断面的净面积。

一般来说，按桩身材料强度确定桩的承载力是足够安全，故在设计中只按土的抗力确定桩的承载力。

如果采用试桩确定桩的承载力时，须把桩身中性点以上部分用套管等方法隔开，方可进行试验。