

氡的轆致輻射及其應用

中國科學院原子能科學委員會編輯委員會
文 獻 編 輯 室 編 輯

內 容 簡 介

氚的轫致辐射是一种很有发展前途的低能放射源。氚的 β 辐射能量范围为 0—18 仟电子伏，半衰期为 12.26 年。其优点是可以用铈或钛薄层吸收氚的方法制成。而且价廉，毒性小。描述了这些放射源在荧光分析方面和厚度测量方面的应用。

本文译自英国原子能管理局报告 AERE-R3086, "Tritium Bremsstrahlung and Its Applications", 1963 年，由陈文熊译。

目 录

1. 引言	1
2. 氟靶的构造	1
3. 靶的光子产额和光谱分布	2
4. 吸收测量	6
5. 伦琴辐射光谱学	10
6. 探测器的选择	10
7. 合金的分析	11
8. Cu-Sn 合金	11
9. Cu-Zn 合金	12
10. 镀层厚度测量	13
11. 氟的韧致辐射源对健康的危害性	17
参考文献	17
附录 I	19
附录 II	19

1. 引 言

随着电磁辐射的放射源在伦琴射线荧光学^[1-4]及测量极薄物质的厚度范围方面应用的迅速发展,对发射低能量辐射的放射源的要求正在增加。氚的韧致辐射就是最有前途的一种放射源。氚发射最大能量为 18 仟电子伏的 β 辐射,并有 12.26 年的半衰期;它很有用,廉价而且毒性较小。同时它可以以氚靶的形式很方便地得到。^[5,6]

2. 氚靶的构造

氚靶是由钨或铜底板上的钛或锆薄层中吸收了氚所组成的。这两种靶是有用的;一种是由向 0.025 厘米厚的铜底板上蒸发上一层 1.5 毫克/厘米² 厚的钛或锆制成的“薄”靶,另一种是由向 0.050 厘米厚的钨底板上熔化上一层 0.0013 厘米的钛或锆箔制成的厚靶。将靶安放在 10 厘米左右压力的气体氚中以达浸透,并加热到 400°C;让靶冷却到室温,则发生了氚的吸收。虽然 H_2 在 Zr 中的饱和溶解度相当于 ZrH_2 ,但发现,大多数靶吸收氚的总量仅相当于略微大于 1:1 的原子比。由于 Ti 和 Zr 之间原子量的差别,可能使 Ti 靶上吸收的氚比同等重量的 Zr 靶上多一倍左右。因此,一个总重为 7 毫克的典型 Zr 靶将吸收 1 立方厘米左右的氚,这样的靶,在最大放射性比度为 6 居里/立方厘米时,相当于 2.6 居里的总放射性。

表 1 给出了在此研究中所采用的四种标准靶的细节。由于 (a) 自吸收随靶厚度的增加而增加,以及 (b) H^3 对 Zr 或 Ti 之比随厚度的增加而减小,所以目前还不可能生产单位面积上的放射性大于表 1 中第 3 和第 4 项所列举之值的源。薄靶

可以做成适合特殊需要的各种形状，例如环带形或长条形，但是限于仪器设备的可能性，目前还只能采用表中所给出的厚靶尺寸。

表 1 用作韧致辐射和伦琴射线源的氚靶

靶 的 类 型	吸收层	吸收层厚度	底板	吸收氚的总量	放射性
1. 薄靶 (直径2.54厘米)	锆	220微克/厘米 ²	铜	85% T ₂ /H ₂ 的 0.15立方厘米(理论板数)	330毫居里
2. 薄靶 (直径2.54厘米)	钛	220微克/厘米 ²	铜	85% T ₂ /H ₂ 的 0.16立方厘米(理论板数)	350毫居里
3. 厚靶 (直径1.1厘米)	锆	7.25毫克/厘米 ²	铜	96.5% T ₂ /H ₂ 的 0.94立方厘米(理论板数)	2.4居里
4. 厚靶 (直径1.1厘米)	钛	7.25毫克/厘米 ²	铜	96.5% T ₂ /H ₂ 的 1.85立方厘米(理论板数)	4.8居里

3. 靶的光子产额和光谱分布

图 1(a)和 1(b)示出了所讨论的四种放射源所发射的电磁辐射的光谱。这些结果是用一台单道脉冲振幅分析器和一支正比计数管¹⁾得到的；计数管的直径为 4.75 厘米，充注了 70:5 的氚-甲烷混合气体到 77 厘米的压强，并具有 2.2 厘米直径和 0.05 厘米厚的 Be 窗。放射源到计数管的距离为 8.0 厘米；厚放射源被对准到 0.22 厘米直径，而薄放射源则对准到 0.68 厘米直径。可以看出，由于探测器窗及放射源本身的吸收，锆靶给出一个低能截止的典型韧致辐射分布[7,8,9]，并且也给出了由 β 的最大能量决定的能量最大值。被激发的 Zr L 伦琴辐射 (2.0 仟电子伏) 完全被计数管窗吸收。钛靶除了韧致辐射之外还给出高比率的 TiK 伦琴射线 (4.5 仟电子伏)，并且两种薄靶都能从底板上发射一

¹⁾ 型号为 PX130。二十世纪电子公司

些 CuK 伦琴射线 (8.0 仟电子伏)。正如从 H^3/Zr 的光谱可以看出, 由于厚靶中额外的自吸收, 厚靶的最可几光子能量比薄靶 (5 仟电子伏左右) 的高, 为 7 仟电子伏。因为韧致辐射强度正比于原子序数, 所以铈靶的产额约为同样的钛靶的两倍 (见表 2)。对于同等重量的 Ti 和 Zr, 钛能够多吸收一倍的氚, 因为它的原子量较低。因此在 4.5 仟电子伏左右的能量范围内, 钛靶能给出相当高的辐射产额, 而铈靶的光子总产额较少, 但平均能量却较高。

表 2 列出了:

(1) 利用 Wyard 所给出的 P^{32} 之近似公式^[9] 计算的这些放射源韧致辐射的理论产额, 并考虑到氚的 β 光谱和 P^{32} 光谱^[10] 之间形状的不同作了修正。

(2) 利用上述相同的正比计数管在同样条件下, 以直接计数得到的韧致辐射和伦琴辐射的产额。

(3) 对于准直误差, 探测器窗和空气间隙的吸收, 放射源的自吸收, 以及探测器的效率等, 修正了的韧致辐射的理论产额。

(4) 在放射源表面上计算的光子强度。

为了对 “u” 和 “d” 栏自作吸收的修正, 假设氚均匀地分布在靶材料中^[6]。由于在 0—18 仟电子伏的能量范围内, 质量吸收系数迅速地随能量变化, 所以氚的理论韧致辐射光谱被划分为十个相等间隔 “i”, 每个 (能量) 宽度为 1.8 仟电子伏。每个间隔内韧致辐射整体的相对强度标为 10_i , 同时这种能量的平均质量吸收系数 (厘米²/克) 则标为 μ_i 。对于靶的总厚度为 m 克/厘米², 得到了下列在一个面上的发射强度的方程:

表 2

放射源	(1) 切致辐射的理论产额 以光子数/居里计算	(2) 实 验 产 额			(3) 探 测 器 上 记录的切致辐射	(4) 放射源表面上 记录的总切致 辐射光子的强度
		(1) 切致辐射	(2) 伦琴辐射	(3) 比值 切致:伦琴		
1. Zr/H ³ 薄	2.2×10^7 /秒	240计数/秒	10计数/秒	24:1	240计数/秒	1.6×10^6 /秒
2. Ti/H ³ 薄	1.3×10^7 /秒	160计数/秒	260计数/秒	0.6:1	150计数/秒	1×10^6 /秒
3. Zr/H ³ 厚	2.2×10^7 /秒	350计数/秒	---	-	310计数/秒	3.3×10^6 /秒
4. Ti/H ³ 厚	1.3×10^7 /秒	470计数/秒	1060计数/秒	0.45:1	360计数/秒	5.5×10^6 /秒

$$I = \sum I_i = \frac{1}{4} \sum \frac{I_{0i}}{A_i} \left\{ 1 - (1 - A_i) e^{-A_i} - A_i^2 B_i \right\} \quad (1)$$

其中 $A_i = \mu_i m$ 及

$$B_i = \int_{A_i}^{\infty} \frac{1}{x} e^{-x} dx \quad (\text{可查表}^{[11]})$$

在薄放射源的情况下， A_i 是小量并可假定，所有放射性都处于放射源中段的无限薄层内。因而得出

$$I = \sum_i I_i = \frac{1}{2} \sum I_{0i} e^{-\frac{A_i}{2}} \quad (2)$$

空气间隙和探测器铍窗的吸收及探测器的效率等的修正量可以用下列方程得到：

$$I_{\text{修正}} = \sum_i I_i \left\{ \exp - (\mu_i' m' + \mu_i'' m'') \right\} \left\{ 1 - e^{-\mu_i''' m'''} \right\}$$

其中 I_i 是第 i 个能量间隔中放射源表面上的强度； μ_i' 是 m' 克/厘米² 厚度空气的质量吸收系数， μ_i'' 是厚 m'' 克/厘米² 的 Be 的质量吸收系数，及 μ_i''' 是平均厚度为 m''' 克/厘米² 氩-甲烷充填物的质量吸收系数。所有这个计算所必需的 μ 值可以得自图 2，即对于各种不同辐射能量的质量吸收系数随原子序数变化的曲线图^[12,13]。

图 1c 表示在厚的 H^3/Zr 放射源的情况下理论光谱 (A) 上所作的吸收效应修正。A 的强度标尺是 B 和 C 的 10^3 倍。B 是放射源表面上光子的光谱，C 是对吸收和探测器效率所校正了的分布。表出的实验点正交于一点 (8.1 仟电子伏) 和曲线 C 吻合，并且可看出，符合得很好。表示在表 2 的 b 和 c 栏中的韧致辐射总强度的结果，显示出实验和在 Wyard

近似韧致辐射理论基础上的计算之间相当好的符合，虽然这种符合可能是偶然的，因为在计算中和在确定伦琴辐射与韧致辐射之比值时，可能出现 50% 的不符合。

现在将要讨论放射源的某些应用。那里将指出一定的精确度，并采用 95% 的可靠范围。

4. 吸收测量

(1) 均匀材料

从图 2 的数据可以看出，在 0—10 仟电子伏的能量范围内，质量吸收系数很大，并随能量和原子序数两者而迅速变化。因此，材料薄片，特别是高原子序数材料，将迅速地减弱氚韧致辐射源的辐射。例如，考虑从 H^3/Ti 放射源发出的 4.5 仟电子伏辐射，通过一片 0.001 厘米厚的铁 ($\rho = 8$ 克/厘米³) 片。由图 2 可看出，在 4.5 仟电子伏时，铁的质量吸收系数 μ 约为 200 厘米²/克，及 $m = 0.008$ 克/厘米²。代入方程式 $\frac{I}{I_0} = e^{-\mu m}$ ，得到入射与传输强度之比为 0.20。

将上述方程微分，得出

$$\frac{\delta I}{I} = -\mu m \left(\frac{\delta m}{m} \right) = -1.6 \left(\frac{\delta m}{m} \right) \quad (4)$$

因此在这些条件下，铁的厚度变化 1% 将引起计数率的变化为 1.6%，这是很容易测出的。显然，这些放射源将适于测量材料极薄层的厚度，并且所得到的计数率（在减弱之前数量级为每秒 10^5 ）对快速和精密的测量及检验是足够的。

当钢材上覆盖一层油薄膜时，这在钢带辗压机上是常有的事^[15]，这时上面例证的检验钢带厚度之伦琴射线法比 β

测量计^[14]有特殊的优越性。对于每单位面积上油的重量变化， β 粒子的吸收几乎和对钢一样灵敏，因为 β 粒子的吸收主要决定于单位面积的重量，并且也随原子序数有少量的变化^[16]。另一方面，在4.5仟电子伏时，由于油的光子吸收系数只有钢的十分之一左右，所以伦琴射线法对于油薄膜厚度的变化是不灵敏的。例如，在0.001厘米厚的钢带上，其每一面上油膜的代表性厚度为0.001厘米，是一个常量，其变化范围只在 ± 0.0004 厘米之间。用 β 测量计，则油层厚度的变化将产生10%的误差，而用伦琴射线，则误差只有1%左右。

表1中的第3与4种放射源的辐射在碳、铝和铁中的吸收曲线已示于图3中。这些曲线是用一架闪烁计数器得到的，闪烁器的组成是一只光电倍增管¹⁾和一块0.13厘米厚 $\times$ 2.54厘米直径的NaI(Tl)晶体²⁾并具有0.04厘米厚的铍窗。由于高比率的4.5仟电子伏TiK伦琴辐射，起初 H^3/Ti 放射源的吸收曲线是比较陡的，但当它已被吸收时，对特定的元素的曲线的斜率就大致上相等了。从图3中可看出，在Fe中被吸收的 H^3/Ti 放射源的第一个半厚度为2.7毫克/厘米²，此值相当于4.5仟电子伏左右的光子平均能量。在20毫克/厘米²（0.001吋左右）铁的厚度上，Fe的两条吸收曲线有相似的斜率，6毫克/厘米²的半厚度相当于10仟电子伏的能量。C和Al之间斜率的差别进一步表明质量吸收对于原子序数的强烈依从性。因此，例如合金和塑料的厚度测量只限于成分不变的样品。另一方面，这种效应有时可用来确定含有一种高原子序数成分的物质组成。

1) 9524EMI型

2) 核企业有限公司出品

(2) 不均匀材料

如果样品中存在两种或多种元素，那么吸收所服从的方程形式为

$$I = I_0 e^{-\sum_i \mu_i m_i} \quad (5)$$

其中 μ_i 和 m_i 分别为第 i 种元素的质量吸收系数和单位面积的质量。例如，在碳氢化合物中有硫的情况中[17,18,19]，方程 4*变为

$$I = I_0 \exp \left\{ - (\mu_S W_S + \mu_C W_C + \mu_H W_H) \rho x \right\} \quad (6)$$

其中 W_S , W_H 和 W_C 相应为密度是 ρ 克/立方厘米及厚度是 x 厘米的样品中硫、氢和碳重量的浓度。

由于 $W_S + W_H + W_C = 1$ 及 r (碳氢之质量比) $= \frac{W_C}{W_H}$ ，所以方程 5**的指数可以写成

$$\left\{ -\frac{r\mu_C + \mu_H}{r+1} + W_S \left(\mu_S - \frac{r\mu_C + \mu_H}{r+1} \right) \right\} \rho x$$

因此，如果已知 μ_C , μ_H , μ_S 和 r ，则 W_S 可由吸收实验求得。

将方程式 6 对 W_S 求微分，得到

$$\frac{\delta I}{I} = \frac{\delta W_S}{W_S} \left\{ \left(\mu_S - \frac{r\mu_C + \mu_H}{r+1} \right) \rho x W_S \right\} \quad (7)$$

可以看出，计数率变化对硫含量变化的灵敏度主要决定

* 应为方程 5 ——译者注

** 应为方程 6 ——译者注

于 μ_s 的大小(与 μ_H 和 μ_C 相比较)。在 H^3/Zr 辐射源发射的辐射透过装在 0.4 毫米铍壁中的 5 毫米厚的烃样品后,得到, $\mu_s = 76$ 厘米²/克, $\mu_C = 4.2$ 厘米²/克和 $\mu_H = 0.9$ 厘米²/克。显然, 方程 6 中包含的因子 μ_C , μ_H 和 μ_s 即使在 W_s 的值小的时候也可能是大的。事实上, 在 15 分钟的计数时间内测得 3% 的硫含量为 $(3.00 \pm 0.06\%)$ 。这种方法在精确度方面可以和普通测定硫含量的伦琴射线法相比较, 并且仪器比较便宜。正在研究推广到冶炼厂中的连续记录作业过程。

这种选择吸收原则的另一个可能应用是测量高感光度摄影软片的密度, 象用于辐射剂量率记录器中的软片一样。按拉德计算剂量的标准计数率的校正曲线示于图 4 中。为了进行这种校正, 将厚的 H^3/Ti 辐射源安置在离带有 0.8 厘米直径准直孔的黄铜平板 5 厘米处。带有薄晶体和 Be 窗的闪烁计数器(参阅前面)直接安装在平板下面, 而试验胶片则直接放在顶部。在这种几何形状下在没有放胶片时测得的计数率为 1.9×10^4 计数/秒, 而当有剂量为 1.0 拉德的胶片时, 计数率则为 9.0×10^8 计数/秒。从图 4 曲线斜率可以得到, 用上面的计数进行统计可以确定在 100 秒的计数时间内, 在 1 到 100 拉德范围内的剂量率, 有 $\pm 4\%$ 的误差。减小辐射源到探测器的距离并增加测量的面积时, 计数率可以增加至 10^6 /秒左右, 精确度也相应地增加。

图 4 中还表明, 对于这类胶片(PM2), 光学密度随剂量率变化。可以看出, 对高于 30 拉德的剂量率, 光学方法的灵敏度迅速地下降。显然伦琴射线法用在胶片(能快速记录微小剂量)具有高度曝光时是足够灵敏的

正在用 5.9 千电子伏伦琴辐射的 $Fe^{55}K$ 层电子俘获源连

续地测定油中鈣皂的数量及洗涤塔冲洗用水的氯化铵含量^[20]。这些和类似这些分析在原则上能导致更广泛地应用氚放射源。

5. 伦琴辐射光谱学

自厚的 H^3/Zr 源的辐射将激发原子序数至少为 30 (Zn) 元素的 K 伦琴辐射以及从银 ($Z = 47$) 到铅 ($Z = 82$) 各元素的 L 伦琴辐射。这在图 5 中已说明。图 5 表明了利用百道脉冲振幅分析器以及图 6 所表示的探测器-放射源装置, 由各种不同的靶得到的光谱。辐射源被固定在正比计数管窗的中心处, 并将样品安置在铝板上。4.5 仟电子伏的氚源的 TiK 层辐射对于激发原子序数低于锡的元素的 L 伦琴辐射是最适合的。大多数普通的元素都是容易以这种方式被激发的, 所以用氚的韧致辐射源来分析和测量薄镀层厚度的可能性是非常大的。下面将描述一些具体实例。

6. 探测器的选择

用于获得图 5 中曲线的正比计数管有一个 24 毫米直径 0.5 毫米厚的铍窗, 并充以 70:7 的氦-甲烷混合气体到 77 厘米的压强。在 3 到 15 仟电子伏能量范围内, 闪烁计数器的分辨率约为 50 到 100%, 而正比计数管的分辨率则为 10 到 15%。因此, 如果需要在这个范围内用微分脉冲振幅分析区别两个光子之间的能量, 则必须使用正比计数管。然而, 在大部分下面所讨论的氚韧致辐射的应用中, 只需记录单能光子。只要被测光子的能量大于 4 仟电子伏左右, 并能够从光电倍增管中所产生的噪声区分出这些光子来, 用闪烁计数器就能做到这一点。这种探测器具有较高的内在效率, 较大

的可靠性，较长的寿命和较简单的电子组合仪器等优点，这就抵消了该探测器的光电倍增管放大的温度依赖性^[21]和“坪”区短的缺点。

在利用带有 2.54 厘米直径的窗的闪烁计数器来确定锡板的厚度时，发现，一种特定样品的计数率是两倍的，因此将必需的计数时间减半就可以达到既定的精确度。建议进一步实验时采用 5 厘米直径的窗的闪烁计数器，这样还会进一步提高计数率。

7. 合金的分析

理论上可以用放射源激发混合气体或合金中的个别组分的特性辐射，并用脉冲振幅分析有选择地从每一个组分去记录光子数。事实上，由于探测器的分辨能力有限，并且被激发的辐射强度很低以及各种不同成分的次级辐射和选择吸收，是会发生混乱不清的。但是，在许多情况下作为粗略的分析是可以的。

8. Cu-Sn 合金

荧光分析的一个简单实例是分析原子序数相差很大的元素的二元合金。在图 7 a 中将用单道脉冲振幅分析器分析厚的 H^3/Zr 辐射源激发 1:1 Cu-Sn 合金得到的光谱与纯 Cu 和 Sn 的光谱作了比较，同时看到，CuK 辐射激发的程度远高于 Sn L 辐射。分析了一组合金，并把计数率与百分比成分的关系曲线制成图（见图 8）。由于在 Sn L 的峰值区域中记录的计数随锡的百分比没有很多变化，所以没有必要消去 Sn L 的辐射，并且可以很简单地完成铜的百分比分析。从铜的百分率与总计数率的关系曲线之斜率（图 8）可以得到，

例如，在 100 秒的计数时间内，能将 50% 的铜含量确定到 $(50.00 \pm 0.33)\%$ 。如果采用厚的 H^3/Ti 辐射源，由于它的高比率的 TiK 伦琴辐射，故能激发可观的 $Sn L$ 辐射，并且后者的强度大致上相当于 $Cu K$ 伦琴辐射（图 7 b）。因此， $Sn L$ 的峰值和 $Cu K$ 的峰值之计数率都对成分的变化很灵敏。消除锡的伦琴辐射后，得到的校正曲线与图 8 中展示的铜的校正曲线很相似。用这种放射源会发生入射的 Ti 伦琴辐射的相下散射，但是这种效应不致于引起反常的干涉。

用这种方法最难分析的二元合金是周期表中接近的元素的二元合金。这时，用正比计数管不能分辨特性辐射，并且如果两种辐射同等激发，则必需依靠消除一种元素的大部分贡献。两种方法同时用于分析一组 $Cu-Zn$ 合金。

9. $Cu-Zn$ 合金

用上述消除法就能消除由于 $Cu K$ 伦琴辐射而引起的大部分脉冲，因而对 $Cu-Zn$ 合金记录的计数率就能确定锌存在的百分比。这样的消除提出了保持足够稳定地得到再生效果的电子设备的放大和偏压水平的问题。发现可能在 2 分钟的计数时间内以 1% 左右的精确度分析 $Cu-Zn$ 合金，这时必须假设，(a) 定标器的偏电压保持稳定在 ± 0.04 伏，(b) 正比计数管的高压供给在电压为 2000 时稳定在 0.1 伏以上。但是，要得到这些数据，还必须有精密的设备。另一方面，对此设备并不需要任何改装，只要一块滤光片就能得到同样的精确度。发现，一块直接装在探测器窗顶部的 0.0013 厘米厚的镍箔，除了 1.5% 以外吸收了全部的 Zn 伦琴辐射并且透射 60% 的 Cu 伦琴射线。这是由于通过系数约为 7.5 的这两种伦琴射线的吸收系数之变化，在 $Cu K$ 和 $Zn K$ 两

种伦琴辐射之间的能量上出现镍的吸收带边界的缘故。因此过滤法确定了铜的百分比。发现通过吸收 锌辐射所激发的 Ni K 伦琴辐射可以忽略。

上面所述的过滤法可以用于从 Ti 到 Br 的全部邻近元素的试验物，它的范围能包括第一跃迁族的所有元素以及 K 层辐射能被氟的韧致辐射激发的元素的大部分，显然，对于相差多于一个原子序数的元素，类似的过滤法是可用的，并能有效地增加分析时正比计数管和闪烁计数器的分辨率。

图 9 表示了使用了镍滤光片按各种黄铜之含铜比率作的计数率校正曲线。从这条曲线的斜率，例如，分析出 90/10 的 Cu-Zn 合金，在 200 秒的计数时间内，它的含铜量为 $(90.0 \pm 0.9)\%$ 。

10. 鍍层厚度測量

测定覆盖在一种材料上的另一种不同成分材料薄层的厚度可以采用只激发顶层的特性辐射，此辐射的强度随厚度一直变化到饱和值，也可以通过激发底层材料的特性辐射和测量表面层对它的阻尼来完成。下面将举出应用每一种技术的实例，用激发测量涂在聚酯底板上的钛厚度，以及用吸收测量镀锡钢板的厚度^[22]。

(1) 鍍层厚度測量的理論探討

假使底板上沒有激发荧光辐射，则 x 厘米厚的层中被激发的伦琴辐射的强度变化的方度为

$$I = \frac{K_1 K_2 I_0 N_a \omega_K}{(\mu_1 + \mu_2) A} \left[1 - \exp \left\{ - (\bar{\mu}_1 + \mu_2) \rho x \operatorname{cosec} \theta \right\} \right] \quad (8)$$

或简写为

$$I = A(1 - e^{-bx}) \quad (9)$$

其中： K_1 为只依赖于几何形状的常数； K_2 是正比计数管窗，正比计数管的充填气体以及放射源，靶和探测器窗之间的空气间隙等的荧光辐射的吸收量（对于给定了的放射源探测器及几何形状， K_2 只随荧光辐射的能量而变）； I_0 是放射源表面的辐射强度，由于辐射源的光谱是连续的，故可以精确地写成 $I_0 = \int_{E_K}^{E_{\max}} I(E) dE$ 。其中 E_K 是吸收带边界的能量（比较方程式 1 和 2，那里采用了近似值 $I_0 = \sum_i I_i(E)$ ； N 为阿佛加德罗常数； σ 是由入射光谱 I_0 引起的靶元素 K 层电离的光电截面^[23]； ω_K 是原子量为 A 之靶元素^[24] 的荧光产额； $\bar{\mu}_1$ 是密度为 ρ 的样品中激发光谱的平均质量吸收系数， μ_2 是荧光伦琴射线的质量吸收系数。 $\bar{\theta}$ 是对于激发和被激发辐射的入射和次级发射之平均掠射角的大小。这是一个几何形状的函数，由于在这个研究中采用的是宽束的几何形状，这个函数是很难计算的。在附录 I 中给出与下面的实验结果一致的 $\bar{\theta}$ 的确定值。

可以看出，对于 $bx = (\bar{\mu}_1 + \mu_2) \rho x \operatorname{cosec} \bar{\theta} \geq 3$ 这样的厚度，激发已经达到饱和值，对于给定的材料，饱和激发的厚度由 $\bar{\mu}_1$ 与 μ_2 之和决定。对于给定的材料， μ_2 是固定的，而 $\bar{\mu}_1$ 是可变的，从吸收带边界的上部大约为 $7\mu_2$ 的最大值变到高能带的极低值。因此可以利用高能量的激发放射源将作用范围扩大，但是由于激发截面正比于 $\bar{\mu}_1$ ，故特性伦琴辐射的强度有适当的减弱。

当底板中荧光辐射的激发达到饱和时，计数率随镀层厚度变化的方程为：