

目 录

第五章 归一化低通滤波器

5.1 引 言	(1)
5.2 策动点阻抗的实部	(12)
5.3 低通滤波器设计	(15)
5.4 高通滤波器设计	(19)
5.5 LC带通滤波器的设计	(24)
5.6 窄带晶体滤波器的设计	(33)
5.7 带阻滤波器设计	(37)
5.8 归一化低通模型附表说明	(44)

第六章 多项式滤波器

6.1 引 言	(46)
6.2 低通设计实例	(49)
6.3 带通滤波器设计	(53)
6.4 耦合概念	(54)
6.5 耦合谐振器	(57)
6.6 二阶带通滤波器	(60)
6.7 按预畸 k 与 q 参数表进行设计	(65)
6.8 应用 k 与 q 值表的设计实例	(67)
6.9 低通元件值表	(74)
6.10 3 分贝下降 k 与 q 值表	(75)

第五章 附 表	(5.1~5.121)
---------------	---------------

第六章 附 表	(6.1~6.68)
---------------	--------------

第五章 归一化低通滤波器

5.1 引言

本章介绍的近代滤波器设计方法系供工程技术设计应用，而不供专家研究用。近代设计技术对于数据的精度要求很高。为了简化设计步骤，一种适当的解决办法是将要设计的那些滤波器（至少是几种最常用滤波器）的特性归一化，预先算出元件值，并将那些数据列成表格。对于某些简单情况，很多作者已经发表过关于滤波器有效参数的论述。本章的内容以Glowatzki、Saal和Ulbrich的工作成果为基础。用Zolotarev分式提供了阻带内具有等最小衰减Cauer-Chebyshev滤波器的大量数据。第六章提供了Chebyshev多项式型和其它全极点型滤波器低通模型的数据表。

列表原理

低通模型的性质可由下列有效参数确定：

1. 待实现的传输函数的阶次 n ，它将规定必要的电抗元件数目。
2. 阻带内高于某个截止频率的最小衰减 $A_{\min}$ 。
3. 通带内的最大波纹电平 $A_{\max}$ 。

Cauer-Chebyshev 滤波器最重要的参数是响应曲线的锐度。Glowatzki按照滤波器锐度 (Ω_s/Ω_c) 的函数列出了设计滤波器的常用参数表。Glowatzki提出的新式图表，不是以归一化频率，而是以更实用的模角 θ 作为表格的输入函数。滤波器参数可根据以下几点分类和列表：

1. 响应类型—Butterworth (B) 型，Chebyshev (C) 型和Cauer-Chebyshev (CC) 型；
2. 表示复杂度的阶次 n ；
3. 反射系数 ρ 或波纹因子 ($A_{\max}$)；
4. 模角 θ 。

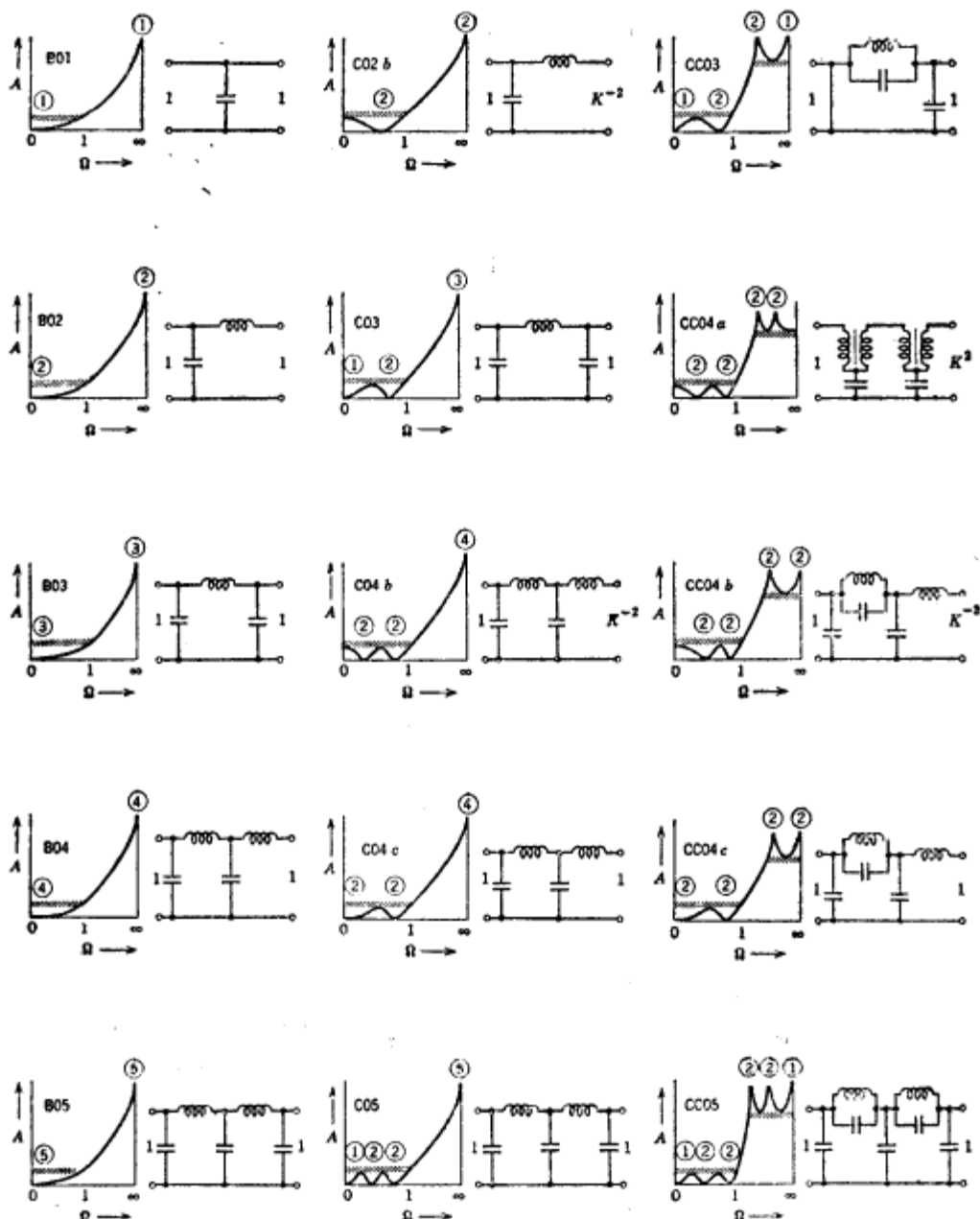
(B)型与(C)型响应比较简单。它们没有模角，因而表格简短。不含模角的(CC)型响应毫无意义，因为响应的可控锐度是模角的函数。例如目录编号为CC090567的滤波器表示一个Cauer-Chebyshev型滤波器，它的阶次 $n = 9$ ，反射系数 $\rho = 5\%$ ，模角为 67° 。其响应的锐度（参见式4.4.8）为

$$\Omega_s = \frac{1}{k'} = \frac{1}{\sin \theta} = 1.086360$$

最简图表

表 5.1 为对称与反对称多项式滤波器的最简单图表, 其中仅标出了响应的类型与阶次。奇阶(对称)滤波器不用变压器就能很容易地实现。在 CC04a 情况, 以及对于各种带有磁耦合电感的反对称滤波器来说, Glowatzki 表中列出的 Cauer 参数仍然有效, 该滤波器既未在 $\Omega = 0$ 处使衰减为零, 也没有在 $\Omega = \infty$ 处出现衰减的极点。为了不用磁耦

表 5.1 最简单的多项式滤波器



圖圈中的數字表示通帶零點和阻帶極點的位置

合实现这种滤波器，就必须进行变换。

与归一化负载电阻相等的 ($r_1 = r_2 = 1$) 奇阶滤波器不同，偶阶滤波器电路要求负载电阻不等，例如

$$r_2 = K^2 = \frac{1-\rho}{1+\rho}$$

在b情况下，最后一个极点将趋向无穷远。用这种方式可以避免采用电感之间的磁耦合。这类滤波器的代号后都注以字母b，例如CC0810b。为了实现奇阶滤波器那样输入与输出阻抗相等的滤波器特性，必须作进一步的变换。过渡区的锐度将稍微变大。在表5.1中给出了端负载仍然相等的偶阶滤波器(CC04c)。这类滤波器在零频率的衰减不是有限值，而是在 $\Omega = 0$ 处 $A = 0$ 。表5.1中圆圈内的数字代表函数极点和零点的位置与数目。

滤波器复杂度的列线图计算法

图5.1、5.2和5.3是Kawakami提出的列线图，这些图可用来确定为满足给定设计

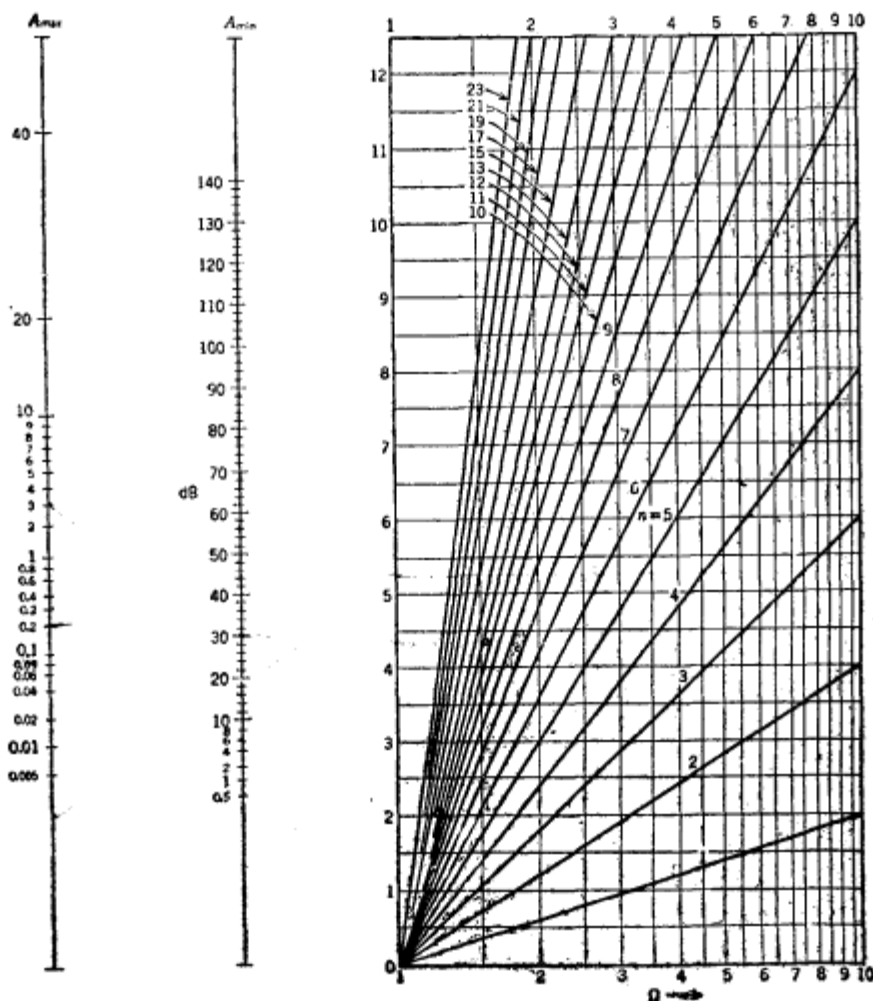


图5.1 Butterworth 滤波器列线图

条件需要选择什么样的传输函数，从而避免了直接引用椭圆函数参数。列线图的左侧是通带内的最大波纹值 ($A_{\max}$)。从 $A_{\max}$ 的允许值通过所要求的阻带衰减量 ($A_{\min}$) 画一条直线。

这条直线与第三条纵线相交后转向与 Ω -座标轴平行。从 Ω -座标轴上给定点竖起的垂线与上述平行于 Ω -座标轴的线的交点将确定一个 n 值，如果以此 n 值作为滤波函数的阶次，那么在该频率将保证能得到所需衰减量。如果象图 5.4 那样交点位于两条曲线之间，阶次应按上面那条曲线选取较大的整数。

归一化

运用归一化参数设计滤波网络的优越性是很明显的。最重要的优点是获得数据 (从 0.01—100) 简便。求得的归一化网络可以作为具有各种特定参数实际网络的设计基础。通常给出两个参数就够了：(1) 阻抗电平 R_r ，(2) 基准频率 ω_r 。

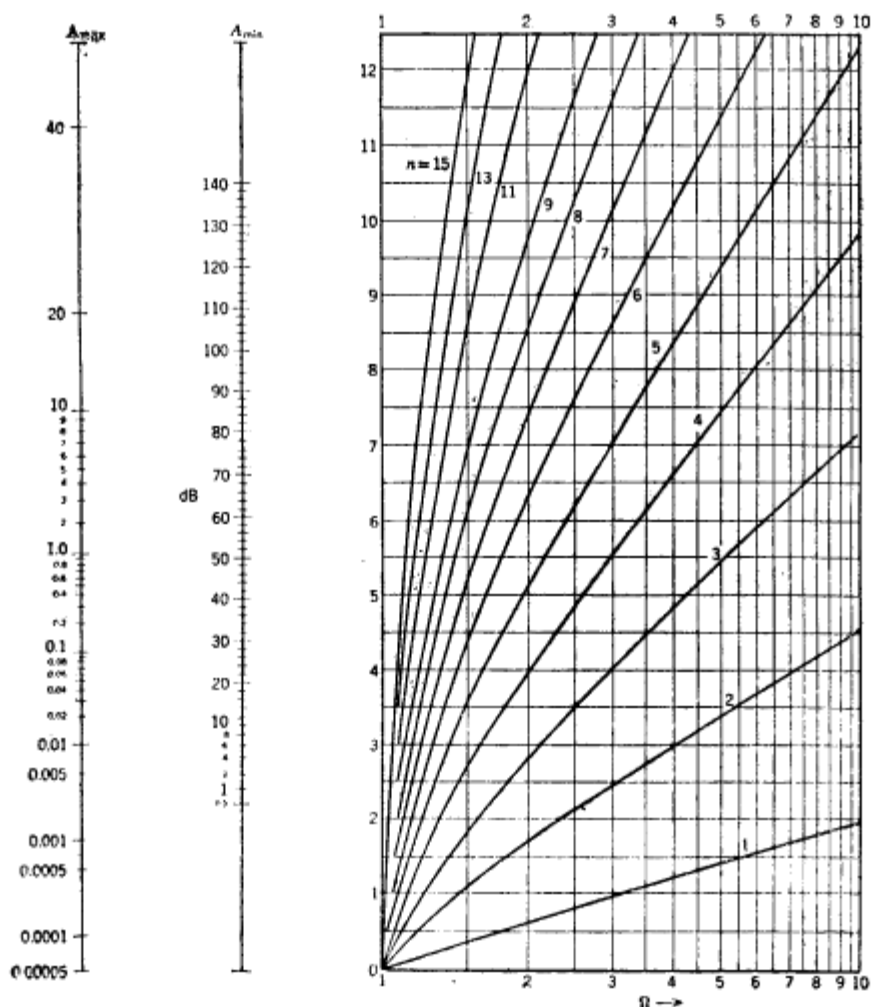


图5.2 Chebyshev 滤波器列线图

表中列出的归一化数值是无因次的，其定义如下：

1. 归一化频率

$$\Omega = \frac{f}{f_r}$$

2. 归一化电阻

$$r = \frac{R}{R_r}$$

3. 归一化电感

$$L' = \frac{\omega_r L}{R_r}$$

4. 归一化电容

$$C' = \omega_r C R_r$$

一切低通滤波器的归一化截止频率为 $\Omega_c = 1$ 。阻带边界由 Ω_s 或 f_s 给定。相应频率之间的数值关系可表示为

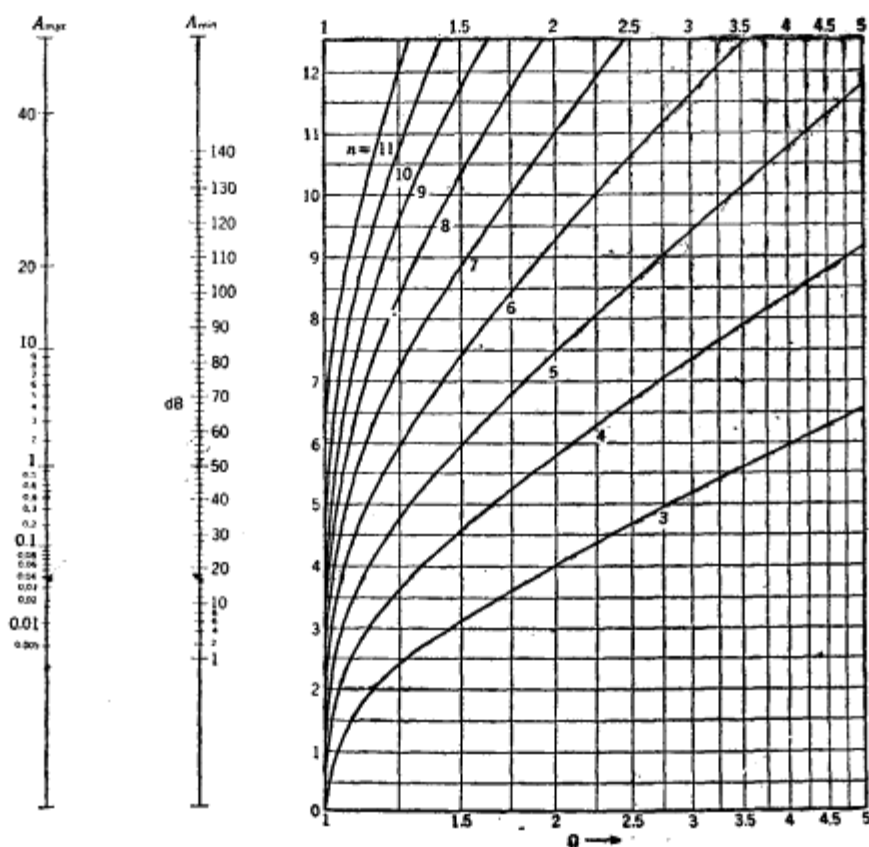


图5.3 (CC)型滤波器列线图
(通带与阻带为 Chebyshev 型)

$$\frac{\Omega_s}{\Omega_r} = \frac{f_s}{f_r}$$

规定归一化输入阻抗等于 1，这意味着基准电阻等于信号源内阻。

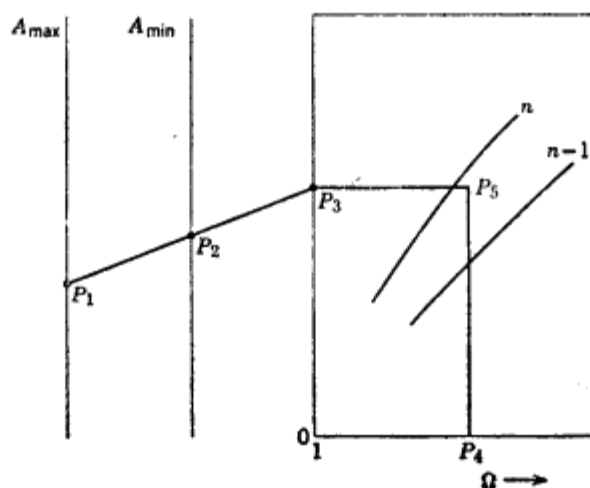


图5.4 列线图的使用方法

表5.2 反射系数、衰减、电压驻波比和回波衰减之间的关系

$\rho, \%$	a , 奈 贝	A_{max} , 分 贝	电压驻波比	A_e , 分 贝
1	0.00005	0.00043	1.020	39.9556
2	0.0002	0.0017	1.041	33.8754
3	0.0005	0.004	1.062	30.4010
4	0.0008	0.007	1.083	27.7952
5	0.0013	0.011	1.105	26.0580
8	0.0032	0.028	1.174	21.7150
10	0.005	0.044	1.222	19.9778
15	0.0113	0.098	1.353	16.5034
20	0.0207	0.18	1.500	13.8976
25	0.032	0.28	1.667	11.7261
50	0.14	1.25	3.000	4.7773

数值表

为了便利读者，归一化低通模型表按照第 5.8 节所列 ρ 值排列。

数值表包含三组数据：(a) 工作参数，(b) 复平面上的极—零点位置，(c) 元件值。

低通滤波器的衰减可由下列参数完全确定：

通带内衰减波形的最大峰值， A_{max}

阻带内最小衰减， A_{min}

归一化阻带边界,

$$\Omega_s = \frac{\omega_s}{\omega_r} = \frac{f_s}{f_r}$$

例如三阶 ($n = 3$) 传输函数的 $A_{\max}$ 、 $A_{\min}$ 和 Ω_s 之间的确定关系为

$$\left(a_{\min} + \frac{1}{2} \ln \frac{8}{a_{\max}} \right) \ln \frac{8}{\Omega_s - 1} \approx 5n = 15 \quad (5.1.1)$$

其中 a 取奈贝数, 而 A 取分贝数。这个公式是近似的, 只对于小 $A_{\max}$ 、大 $A_{\min}$ 和小 Ω_s 才适用; 显然, 已知两个参数就可以估计出第三个参数值。

通常, 滤波网络是更复杂系统的一部分, 在其前后还有某些其它网络或子系统。滤波器设计者往往不仅对于衰减特性和相位特性感兴趣, 而且对于通带内的输入阻抗性质或反射系数 ρ 的数值感兴趣。

电抗网络衰减波纹有效峰值与反射系数之间的关系为

$$a_{\max} = -\ln \sqrt{1 - \rho^2} \quad (5.1.2)$$

电子设备中给定与反射系数相应的衰减波纹峰值 a 通常很小。因此应用通带衰减性质来检验网络的正确性不易奏效。检验电路与结构设计正确性的最灵敏准则是通带输入阻抗。基于这种考虑, 因而常用通带内可允许的最大反射系数作为滤波器的特征和判别量。况且, 对于实际应用, ρ 仅取若干整数值已经够了。所以在后面的表格中, 反射系数是个基本参数。

表 5.2 给出了反射系数某些实用值的衰减量值及相应的电压驻波比值。当滤波器的阶次 n 已经确定且反射系数取规定的十一个值之一时, 归一化边界阻带频率依然是可变的。

对实际设计工作来说, 希望锐度表变化较细, 特别是在接近于 1 时。当应用式

$$\Omega_s = \frac{1}{\sin \theta} \quad \theta < 90^\circ \quad (5.1.3)$$

时, 就可以达到这样的细度, 其中的 θ 逐渐增加。随着 θ 的增大, 数值密度就越加显著。

式 (5.1.1) 表明在组成滤波器目录输入数据的工作参数之间存在着严格的数值关系。

设计者可用 Ω_s 或 $A_{\min}$ 值来求一个特定滤波器的一行数据。

极-零点数据

三极点滤波器的复传输函数可按式研讨

$$H(s) = B \frac{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}{s^2 + b_0} = \frac{1}{w(s)} \quad (5.1.4)$$

式中, $s = \sigma + j\omega$ 为复频率, a_v 和 b_0 为实常数。B 是个不很重要的常数, 其值很容易由 $\Omega = 0$ 处的边界条件确定。

上式的因子化形式为

$$H(s) = B \frac{(s + \sigma_0)(s + \sigma_1 - j\Omega_1)(s + \sigma_1 + j\Omega_1)}{(s - j\Omega_2)(s + j\Omega_2)}$$

$$= \frac{1}{W(s)} \quad (5.1.5)$$

其中 σ_0 和 σ_1 为零点的实部, Ω_1 为共轭零点的虚部, Ω_2 为虚极点 (与衰减的实极点一样) 的虚部。在复平面 (s -平面) 中, 这个频率的几何表示包含了极-零点座标 (极-零点数据)。极点和零点数据一旦已知, 传输函数就完全确定了。有了这些数据, 那么滤波器的稳态特性, 诸如衰减、相位, 和群延迟, 以及动态特性, 如阶跃响应的基本面貌就全都确定了。因此, 表中列出了传输函数或转移函数的参数 σ_0 、 σ_1 、 Ω_1 和 Ω_2 。

在极-零点图中只给出了传输函数的有限个有效零点。在 $j\omega$ 轴相反一侧增加相应于给定零点的极点 (零点的镜象) 就呈现出一个全通极-零点图。由于衰减不可能对于 $j\omega$ -轴对称, 因而与低通滤波器相比全通产生双倍的相移或群延迟量。

元件数值

大多数滤波器都设计成等端阻抗的。另一方面, 在某些系统中也经常开路工作。以往的表格中, 大部分只包含等端阻抗情况的数据, 而本书的表格已推广到开路情况。

在三零点结构中存在一种比较简单的情况, 有可能运用一些简单的基本关系式, 这些关系式是从分析极-零点位置与下列系数之间的联系推导出来的:

对于 $K^2 = 1$,

$$C'_1 = -\frac{1}{\sigma_1} = C'_3 \quad C'_2 = \frac{\sigma_0 - 2\sigma_1}{4\sigma_0\sigma_1} \quad (5.1.6)$$

对于 $K^2 = \infty$,

$$C'_{1,3} = -\frac{\Omega_2^2 \mp \sigma_0^2}{2\sigma_0\Omega_2^2} \quad C'_2 = \frac{1}{\Omega_2^2 L'_2}$$

$$L'_2 = \frac{8\sigma_1}{\sigma_1 + \Omega_1^2 + 2\sigma_0\sigma_1 + \sigma_0^2} \quad (5.1.7)$$

可以看出, 在滤波网络中, 极-零点参数是相互联系的。对于 $n = 3$ 这一特例

$$\Omega_2^2 = \frac{\sigma(\sigma_1^2 + \Omega_1^2)}{\sigma_0 - 2\sigma_1} \quad (5.1.8)$$

这个关系式可以供核对用。

在 $K^2 = \infty$ (开路工作) 的情况, 当通带衰减很小时, 从式 (5.1.7) 可以看出某些元件为负值。临界情况下滤波器中有一个电抗为零。在目录中, 元件值依下列顺序排列:

$$C'_1 = C'_3, C'_2, L'_2 \quad \text{对于 } K^2 = 1$$

$$C'_1, C'_2, L'_2, C'_3 \quad \text{对于 } K^2 = \infty$$

能直接从表中查出。对偶电路的归一化元件值可以按每个表底部的符号查出。

在 $n = 3$ 的表中, 对于 1% 的反射系数来说, 当 θ 近似于 19° 时, 开始出现负值。对于 2% 的反射系数来说, 相应的 θ 为 26° 。在滤波器目录顶部的电路中, 电容 C_1 是极限元件。在表底部的对偶电路中, 电感 L_1 是极限元件。

这导致一个自然的结论, 具有负元件值的滤波器不利用互耦就不能实现。为了避免在滤波器中使用变压器, 需要修改某些设计要求, 或者修改某些实现步骤。首先, 如果极点的移动顺序可变, 那么就可能出现没有互感的滤波器。如果不行, 那么必须增加通带中的允许反射量。注意到下面的一点很有意义: 当反射系数和 θ 取一定值时, 某些元件会从线路中完全消失。图 5.5 表示极点移动顺序的影响。如果第一个极点在 Ω_4 , 而第二个在 Ω_2 , 那么输入电容将在较大的 θ 才开始出现负值。极点顺序相反的情况以虚线表示, 这两种情况之间, 尤其是对于低反射系数, 有很大的差异。

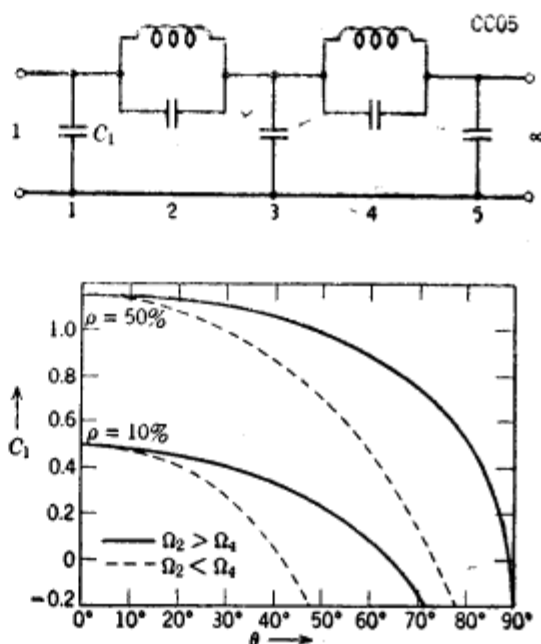


图5.5 极点移动顺序的影响

通带阻抗

图 5.6 表示输入阻抗的一种典型频率特性。当频率为零时, 滤波器呈现标称阻抗 (归一化数值 $R = 1$)。当频率增加时电抗分量将出现负值, 而且曲线将触及最大允许反射系数的圆周, 频率进一步增加, 输入阻抗将回到标称值, 最后在 $\Omega = 1$ 处第二次达到极大值 (滤波器目录编号 CC032030)。所有极大值均处在由给定滤波器所确定的圆周上。

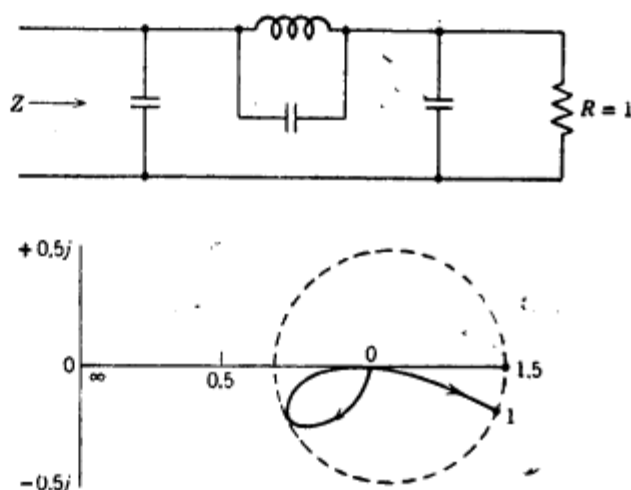


图5.6 输入阻抗的典型频率特性

图 5.7 表示一个较复杂的滤波器 (CC052030)。它的阻抗显示出同样的特征, 但具有更多的通带波纹。在通带中衰减有三次达最大值。图

5.8是个复杂度更高的七阶滤波器，它有类似的结构和相等的端阻抗。在线路图下面画出了它的衰减特性。图 5.9 是相应的输入导纳特征。计算值与测量值不同。根据纯电抗网络理论，如果计算值呈现等波纹衰减直到截止频率，并且阻抗的变化直到等反射系数的圆周上，那么由于不是纯电抗的元件夹杂着损耗，就使得测量数据出现偏差。在滤波器得到广泛应用的低频范围内，大部分损耗来自线圈，因为电容损耗大约要比线圈小十倍。所以，通带衰减响应，特别是在截止频率附近，与所期望的结果相比有很大失真，以至最后一个波纹面貌皆非，完全看不出了。对于阻抗曲线，也存在着类似的影响。与截止频率相应的点现在跑出圆外，所以阻抗就不同了。在图 5.9 中，截止频率的导纳值正好落在圆上。实线表示导纳的实测结果。因此，两条曲线之间的距离表示导纳的实部和虚部与计

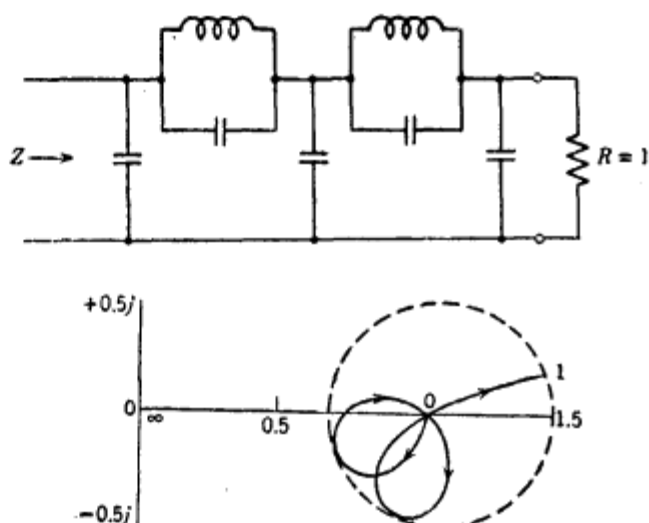


图5.7 通带阻抗特性

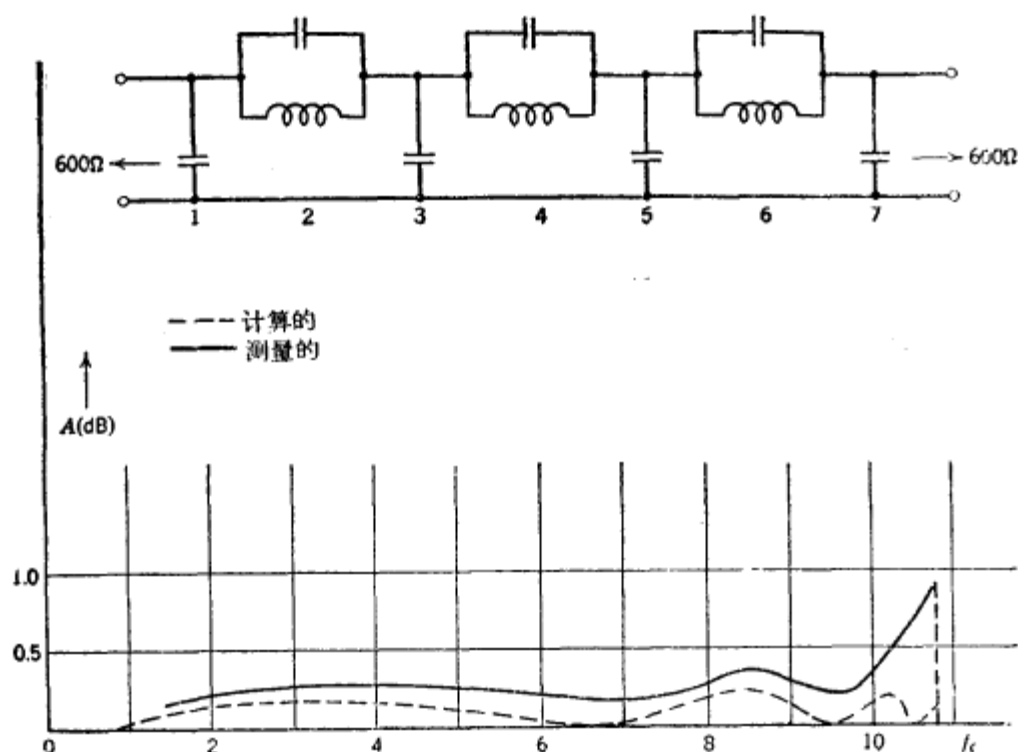


图5.8 七阶低通电路及其通带衰减

算值的偏差。为了完善这一讨论，图5.10给出了Butterworth和Chebyshev滤波器的阻抗特性。这两个滤波器皆属于最简单的 $n = 3$ 的类型。然而，其输入阻抗响应却迥然不同。

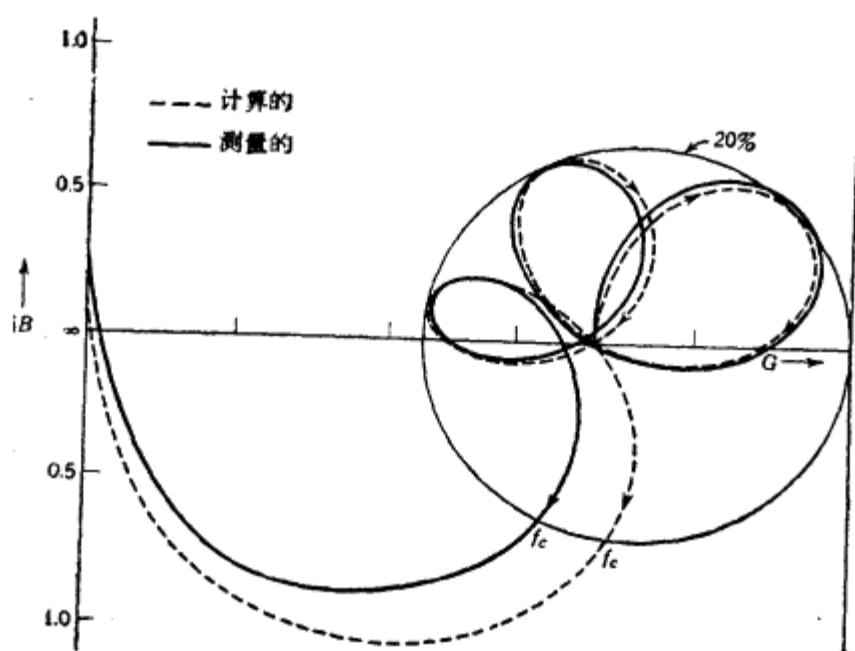


图5.9 通带内外的导纳特性

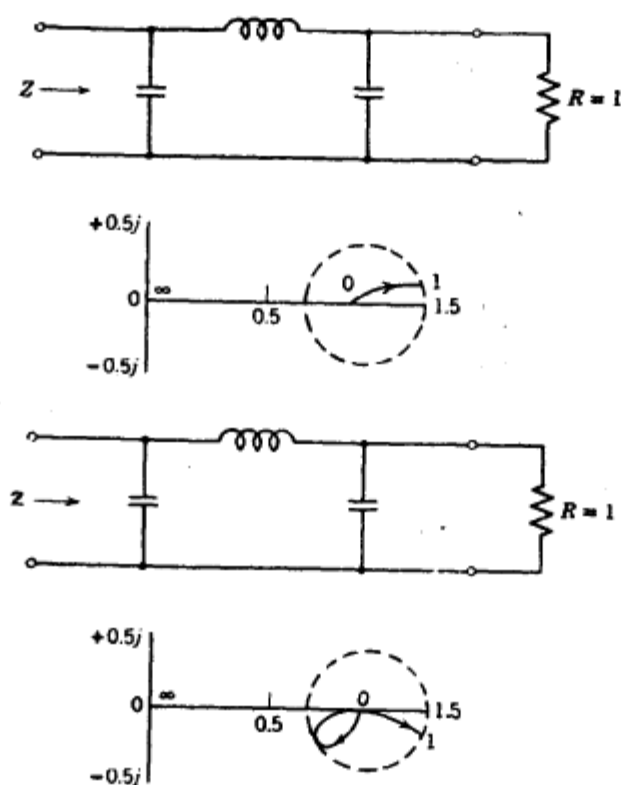


图5.10 Butterworth与Chebyshev滤波器的阻抗特性

5.2 策动点阻抗的实部

前面已经讲过,大多数电路问题皆可利用归一化低通模型解决。这些问题就是:策动点阻抗实部特性,各种普通滤波器、晶体滤波器的衰减特性和低通滤波器的瞬态响应等。当设计目录能用得上时,必要的设计工作就仅仅是变换和解归一化了。计算工作用计算尺或台式计算机就能完成。在某些情况,尤其是在脉冲技术、雷达和遥测的应用中,滤波器时域特性的知识甚至比稳态特性的更重要。

预给策动点阻抗的二端网络设计

预先计算好的滤波器目录提供了传输函数(即所谓通带和阻带衰减)一览表。对于纯电抗网络来说,在衰减和反射系数之间有个简单关系。对于只在一边有端负载的同样网络来说,在策动点阻抗(输入函数)和转移系数之间也有个简单关系。考查图5.11可以写出下列关系:

$$G(\omega) = R_e Y_1(j\Omega) \quad (5.2.1)$$

和 $R(\omega) = R_e Z(j\Omega)$

通过网络的功率可用电压与电流的有效值表示为

$$P_1 = |V_1|^2 G(\Omega) \quad (5.2.2)$$

和 $P_1 = |I_1|^2 R(\Omega)$

假设网络无损耗,则输入与输出功率相等

$$P_1 = P_2$$

因此上述两种情况的输出功率为

$$P_2 = |V_2|^2 \cdot 1$$

$$P_2 = |I_2|^2 \cdot 1$$

相应的转移系数如下:

$$|H_v(j\Omega)|^2 = \left| \frac{V_1}{V_2} \right|^2 = R(\Omega) \quad (5.2.3)$$

$$|H_i(j\Omega)|^2 = \left| \frac{I_1}{I_2} \right|^2 = G(\Omega)$$

带有输入电压功率源或电流功率源的网络的传输函数,在一种情况下可以用电压的平方表示,在另一种情况下可以用电流的平方表示,或者用策动点阻抗函数的实部表示。由于这种性质的结果,就有可能在网络的并接臂插入一个有限电抗($R_s = 0$),而并不影响其输入函数(策动点阻抗)的实部。必须注意源内阻的类型和电路的类型。当源内阻抗为零或所谓电压源时,必须以串接支路(T型)与源联结。当源内阻为无限大

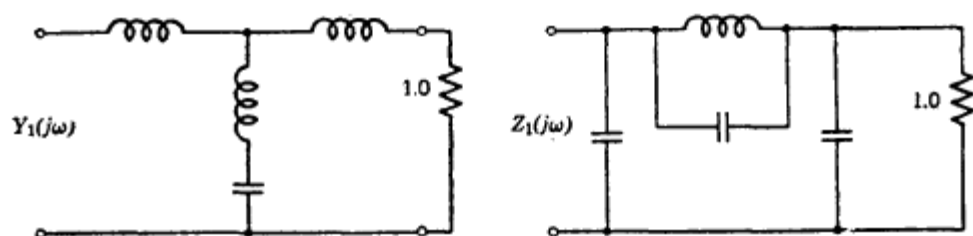


图5.11 对偶网络

(即所谓电流源)时,网络中面向源的第一个电抗必须是并接支路(π 型)。

策动点阻抗实部的参数

对于用表列滤波器数据来获得必要的设计特性,在二端网络之间建立一些关系式是方便的。可引用一种低通滤波器的衰减容限图(参看图5.12)。阻抗容限图(图5.13)的形状与传输函数相似。图5.12与图5.13画出了响应的细节。传输函数的平方按通常形式写成

$$|H(j\Omega)|^2 = e^{2n} = 10^{2A/20} \quad (5.2.4)$$

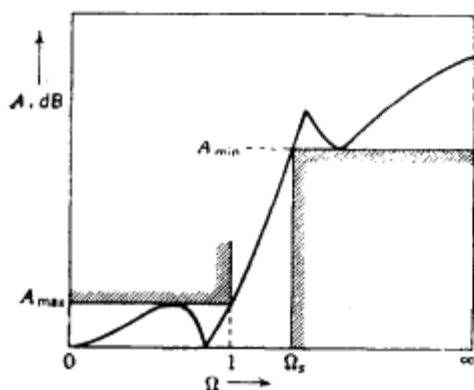


图5.12 低通滤波器容限图

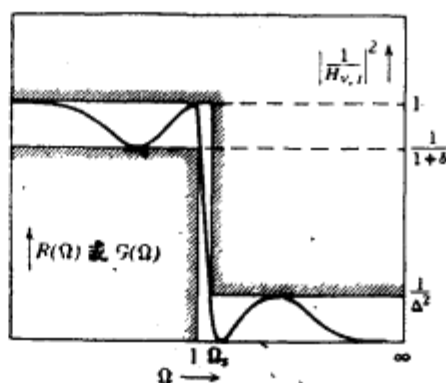


图5.13 阻抗容限图

滤波器通带内的波纹参数 $A_{\max}$ 与由下式

$$\delta = \sqrt{e^{2a} - 1} \quad (5.2.5)$$

或对于小的 $a_{\max}$ 值(取奈贝数)由式

$$\delta \approx 2a \quad (5.2.6)$$

给出的阻抗实部波纹参数相似。在阻带内,参数偏差为 $\Delta = e^{a_{\min}}$ 。于是滤波器参数,例如 $A_{\max}$ (因而 ρ)和 $A_{\min}$ 可以转化为策动点阻抗实部波纹 δ 和 Δ 。利用滤波器目录可以很容易地设计出策动点阻抗实部具有预给特性的二端网络。理论上按照类似方法,可以用代数方程表示一个完整的输入函数,但是当元件值已知时,从连续地对分式展开直接求得阻抗(或导纳)要简单得多。

二端网络的元件

要设计一个开路传输系数与电流传输系数相等即

$$H_o = \frac{V_o}{V_2} = H_i = -\frac{I_o}{I_2} \quad (5.2.7)$$

的可逆网络，能够从滤波器目录中查到归一化元件值。图5.14即表示上述情况。当输入端与输出端可逆时，就能使用5.8节的数据表（参考下面的计算例题）。

利用频率变换技术，低通模型策动点阻抗实部的特性可以转化为高通、带通和带阻型特性。这种变换的实际意义在于可用其它简单电抗或电抗组合代替低通线路的电抗元件。

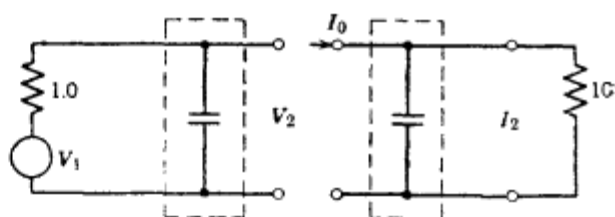


图5.14 可逆网络

计算例题

设计一个网络，其策动点阻抗实部在频率从0~8千周的频带内实际上为常数（忽略对预给标称值的偏差），如图5.15所示。解：

1. 用四端滤波器的符号表示二端网络参数，对于小的 ρ 值来说：

$$\delta \approx \sqrt{e^{2\alpha} - 1} = \sqrt{\frac{\rho}{1 - \rho^2}} \approx \rho$$

如果 $\rho = 2\%$ ，那么对于标称值的偏差为0.1%。

2. 查目录，对于 $\Omega_s = 20/8 = 2.5$ 和 $\rho = 2\%$ ，最接近的表列数据为 $\Omega_s = 2.5593$ ， $A_{min} = 13.72$ 的CC030223型滤波器。图5.16 a 为归一化电路。对于这个例题，

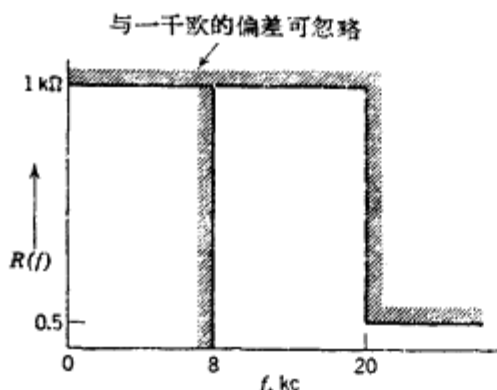


图5.15 预给实部界限

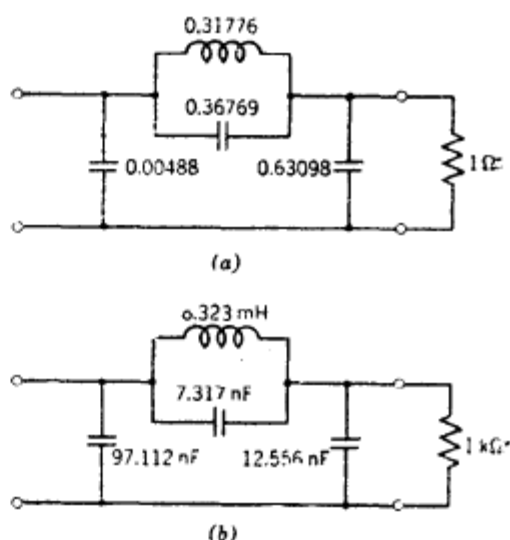


图5.16 归一化和非归一化二端网络

$\omega_r = 50.240$, 而基准阻抗 $R_r = 1$ 千欧。因此 $L_r = R_r/\omega_r = 19.9$ 毫亨, $C_r = (\omega_r R_r)^{-1} = 19.9$ 微微法, $L_v = L'_v L_r$ 和 $C_v = C'_v C_r$ 。图5.16b 电路给出了设计好的网络元件值。

5.3 低通滤波器设计

有时希望得到比表中所列更加精确的关于衰减、相位和群延迟特性的知识。由于目录包含了本征值, 就有可能按照初等方法确定这些更精确的特性。集总元件网络的传输函数总可以表示为有理函数。零点由分子确定, 而极点由分母确定。以三阶情况作为例子, 其表示式如式 5.1.4 和 5.1.5, 其中 σ_0 、 σ_1 、 Ω_1 和 Ω_2 的数值可利用图5.17中的 s -平面确定。符号($\times$)代表极点, 符号($\circ$)代表零点。当 $S_0 = -\sigma_0$ 或 $S_1 = -\sigma_1 \pm j\Omega_1$ 时, 传输函数等于零, 当 $S_2 = \pm j\Omega_2$ 时, 转移函数为无限大。

这些固定的复数值反映了转移函数的特征。极-零点数据的知识, 能帮助我们求出网络的所有稳态及动态特性。衰减、相位和群延迟特性能直接根据式 5.1.5 中的 $H(S)$ 作图。在稳态情况, 复频率变元为纯虚数意味着持续的正弦振荡。衰减的量值可以用基准频率 $j\Omega$ 到极点和零点之间的距离表示。图 5.17 中画出了这些距离。将与式 5.1.4 和 5.1.5 相应的极点和零点的距离相乘, 就可以算出 $H(S)$ 的总量值。

在通讯技术中, 通常以衰减表示传输函数, 那么

$$\begin{aligned} H(j\Omega) &= e^{a(\Omega)} e^{j\beta(\Omega)} & a \text{ 按奈贝计算} \\ H(j\Omega) &= 10^{A(\Omega)/20} e^{j\beta(\Omega)} & A \text{ 按分贝计算} \end{aligned} \quad (5.3.1)$$

由此, 衰减为

$$\begin{aligned} A(\Omega) &= \log B + \log |j\Omega - j\Omega_2| + \log |j\Omega + j\Omega_2| \\ &\quad - \log |j\Omega + \sigma_0| - \log |j\Omega + \sigma_1 - j\Omega_1| \\ &\quad - \log |j\Omega + \sigma_1 + j\Omega_1| \end{aligned} \quad (5.3.2)$$

这些式子说明, 除了常数 $\log B$ 之外, 衰减可由相因子(复数)的对数之和完全确定。

相位的确定甚至比衰减还简单。相位表示式可由附带不同符号(零点为正号, 极点为负号的)相应直线与基准线(参看图5.17)之间的夹角给出。

$$b(\Omega) = \arg[-H(j\Omega)]$$

或

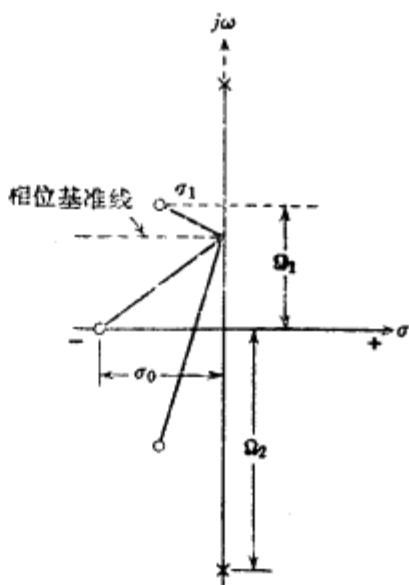


图5.17 低通滤波器的极-零点图 ($n=3$)

$$b(\Omega) = K - \tan^{-1} \frac{\Omega_0}{\sigma_0} + \tan^{-1} \frac{\Omega - \Omega_1}{\sigma_1}$$

其中当 $|\Omega| < \Omega_2$ 时, $K = 0$, 当 $|\Omega| > \Omega_2$ 时, $K = \pm \pi$ 。相位决定于一个常数与一组反正切之和。

群延迟 $t_g(\Omega)$ 可以由熟悉的相-频特性的导数表示式给出:

$$t_g(\Omega) = \frac{db}{d\Omega} = \frac{\sigma_0}{\sigma_0^2 + \Omega^2} + \frac{\sigma_1}{\sigma_1^2 + (\Omega - \Omega_1)^2} + \frac{\sigma_1}{\sigma_1^2 + (\Omega + \Omega_1)^2} \quad (5.3.3)$$

这个公式表明总的群延迟特性为与谐振响应曲线相似的部分曲线之和。纯虚数情况 (例如 Ω_2) 相当于群延迟的无限大尖峰, 因而计算时不包括在内。

最后可以指出, 利用极-零点几何知识和设计步骤的初等解法, 能计算出等效电路由线性集总元件组成的任意复杂低通模型的稳态特性。

计算例题 1

设计一个满足图5.18所示容限要求的低通滤波器。图5.19表示标称工作条件。

按照表5.2反射系数 $\rho = 3\%$ 相应于 $A_{\max} = 0.004$ 分贝。要求在 $\Omega_s = 2.7$ 处 $A_{\min} = 18$ 分贝。目录中 $\Omega_s = 2.67$ 且 $A_{\min} = 18.31$ 的那一行 (CC030322) 提供了所需滤波器的一组必要设计数据。

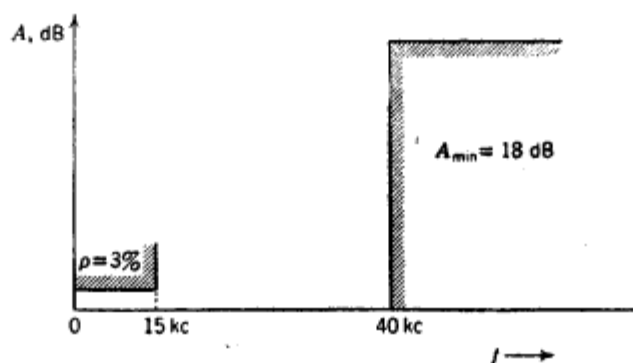


图5.18 滤波器衰减要求

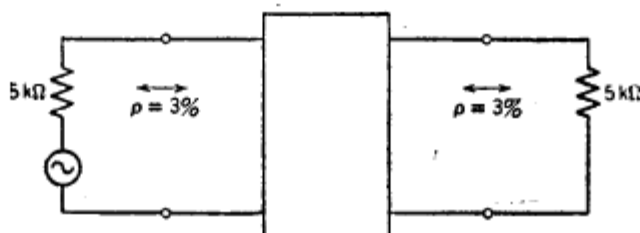


图5.19 标准工作条件