物 理 学

上 册

（修改稿）

南京工学院印

1979.12

目　录

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.c

第一章 矢 量

在研究物理学的过程中，会遇到许多物理量，如质量、力、速度、加速度等等，不仅这些量的物理意义不同，而且，就数学运算的法则而言，也不尽相同，一般可分为标量、矢量等。本章主要讨论矢量的概念，矢量的加减法与矢量的矢积和标积等运算。

1-1 矢量 标量

在实践中会遇到这样的情况：使用同样大小的力，作用于同一物体上，所产生的效果往往不相同。如图 1—1 所示，若一大小为 500 牛顿的力 F 竖直作用于一物体，刚好能把该物体从地面上提起（图 1—1 a），而用大小仍为 500 牛顿的力去斜拉此物体，就不能把它提起，而只可能使其在地面上移动（图 1—1 b）。因此，要反映作用在物体上的力所产生的效果，不仅要指明力的大小，而且还必须同时指明它的方向。又如，使两个大小均为 250 牛顿的力 F' 作用于上述物体，在图 1—1 (c) 所示的情况下，这两个力的作用效果

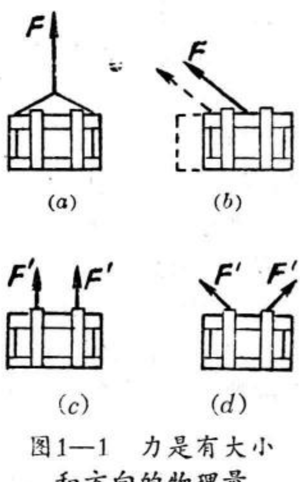


图1—1 力是有大小和方向的物理量

和图 1—1 (a) 所示的力 F 的作用效果相同，同样刚好能把物体提起，而在图 1—1 (d) 所示的情况下，这两个力斜拉时就不能提起此物体。这说明，在计算两个力的合力时，不能用简单的代数加法，那么，两个力相加时遵从什么规律呢？让我们先看一个实验。

如图 1—2 (a) 所示，AB 是一弹簧、A 端固定，B 端连接两根细线，分别通过定滑轮挂上 0.3 千克和 0.4 千克的砝码，两细线之间的夹角为 90°。当弹簧的 B 端静止在 O 点时，两根细线对 B 端的作用力 F_1 和 F_2 的大小分别为 2.94 牛顿和 3.94 牛顿。如采用图 1—2 (b) 所示的装置，在 B 端连接一根细线，通过定滑轮后，挂上砝码，则当所加砝码为 0.5 千克时，弹簧的 B 端恰好静止于 O 点，此时，细线对 B 端的作用力 F 的大小为 4.9 牛顿。实验表明，力 F 使弹簧伸长的效果与 F_1 和 F_2 两个力共同作用时的效果相同，我们把 F 叫做 F_1 和 F_2 两个力的合力。

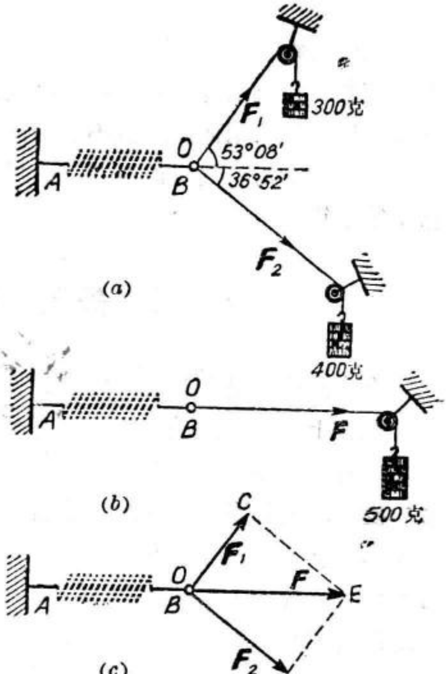


图1—2　两力的合成

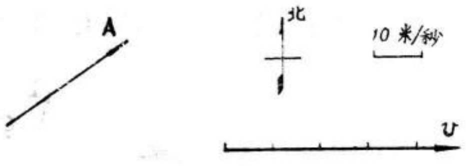
根据上述实验所表现的合力 F 与 F_1 和 F_2 之间的关系，

我们按一定的比例用线段 BC 和 BD 分别表示力 F_1 和 F_2 的大小，并以它们为邻边作平行四边形，如图 1—4 c 所示，用相同比例量出此平行四边形的对角线 BE，可知它恰好等于合力的大小，对角线与某一邻边的夹角给出了合力的方向。这就是大家熟知的力的合成的平行四边形法则。

像力这样的物理量，不仅有大小，而且有方向，相加时遵守平行四边形法则，这类物理量叫做矢量。位移、速度、加速度等也都是矢量。

此外，还有一些物理量，只有数值大小，没有方向，相加时服从代数法则，这类物理量叫做标量。如质量、时间等都是标量。

矢量通常用带有箭号的字母 $\vec{A}$ 或黑体字母 $\boldsymbol{A}$ 来表示，在作图时，常用带箭头的线段来表示（图 1—3 a）。线段的长短按一定比例表示矢量的大小，箭头的指向表示矢量的方向。例如，一列高速火车以50米/秒的速度向东行驶，则其速度矢量 $\boldsymbol{v}$ 可用图1—3 (b) 中的有向线段表示。



(a) (b)

图1—3 矢量的图象表示

矢量的大小叫做矢量的模。矢量 $\boldsymbol{A}$ 的模常用符号 $|\boldsymbol{A}|$ 或 A 表示。

1-2 矢量合成的几何法

一 矢量的加法

由上述可知，矢量 $\boldsymbol{A}$ 和矢量 $\boldsymbol{B}$ 合成时，遵守以下平行四

边形法则：

两矢量$\boldsymbol{A}$与$\boldsymbol{B}$相加的合矢量是以这两矢量为邻边的平行四边形的对角线矢量$\boldsymbol{C}$（图 1—4），写成

$$\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{C} \qquad (1-1)$$

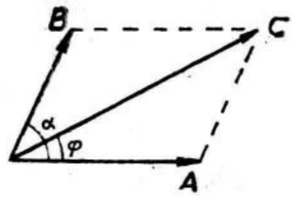


图1—4 两矢量合成的平行四边形法则

两矢量合成的平行四边形法则可简化为两矢量合成的三角形法则。如图 1—5 所示，自矢量$\boldsymbol{A}$的末端起画出矢量$\boldsymbol{B}$，则自矢量$\boldsymbol{A}$的始端到矢量$\boldsymbol{B}$的末端画出的矢量$\boldsymbol{C}$，就是$\boldsymbol{A}$和$\boldsymbol{B}$的合矢量。由于矢量$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$与合矢量$\boldsymbol{C}$构成一个三角形，故这种方法叫做矢量合成的三角形法则。

对于多矢量的相加，原则上可以逐次采用三角形法则进

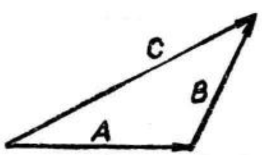


图1—5 矢量合成的三角形法则

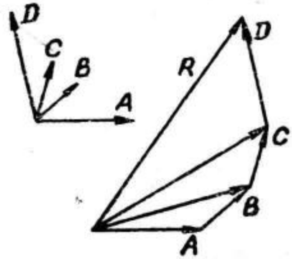


图1—6 多矢量的相加

行，先求出其中两个矢量的合矢量，然后，将该合矢量再与第三个矢量相加，求得三个矢量的合矢量……，依此类推，即得到多个矢量合成时的多边形法则。如图 1—6 所示，若要求出$\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$四个矢量的矢量和时，可从$\boldsymbol{A}$矢量出发，首尾相接地依次画出$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$各矢量，然后由第一个矢量$\boldsymbol{A}$的始端到最后一个矢量$\boldsymbol{D}$的末端，作一矢量$\boldsymbol{R}$，这个矢量$\boldsymbol{R}$

就是 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$ 等四个矢量的合矢量。

合矢量的大小和方向，除了上述几何作图法外，还可由计算求得。

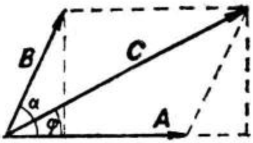


图1—7 两矢量合成的计算

设矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的夹角为 α，合矢量 $\boldsymbol{C}$ 与矢量 $\boldsymbol{A}$ 的夹角为 φ（图 1—7）。由图可知

$$|\boldsymbol{C}|^2=(B\sin\alpha)^2+(A+B\cos\alpha)^2$$

$$=A^2+B^2+2AB\cos\alpha$$

$$\operatorname{tg}\varphi=\frac{B\sin\alpha}{A+B\cos\alpha}$$

故

$$|\boldsymbol{C}|=\sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\alpha} \tag{1—2a}$$

$$\varphi=\operatorname{arc\,tg}\frac{B\sin\alpha}{A+B\cos\alpha} \tag{1—2b}$$

合矢量 $\boldsymbol{C}$ 的大小及方向可由式(1—2a)和式(1—2b)确定。

例 一飞机由某地起飞，向东飞行 50 千米后，又向东偏北 60° 的方向飞行 40 千米，求此时飞机的位置。

解 飞机在飞行中位置的移动，可以用自始端指向末端的有向线段表示，通常叫做位移，位移也是一个矢量。飞机向东飞行 50 千米，可用矢量 $\boldsymbol{A}$ 表示，又向东偏北 60° 的方向飞行 40 千米，可用矢量 $\boldsymbol{B}$ 表示，而飞机终了的位置则可用矢量 $\boldsymbol{C}$ 的终端表示（图 1—8）。由图可知，矢量 $\boldsymbol{C}$ 就是 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的矢量和，而两矢量 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 的夹角为 $\alpha=60°$。利用式（1-2a）及（1-2b）即可分别求得矢量 $\boldsymbol{C}$ 的大小

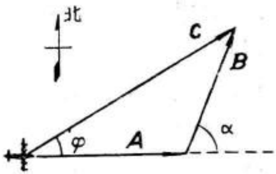


图1—8

和方向为

$$
\begin{aligned}
|\boldsymbol{C}| &= \sqrt{A^2+B^2+2AB\cos\alpha}\\
&=\sqrt{50^2+40^2+2\times50\times40\times\cos60^\circ}\\
&=78.1\ \text{千米}
\end{aligned}
$$

$$
\varphi=\text{arc tg}\frac{B\sin\alpha}{A+B\cos\alpha}=\text{arc tg}\frac{40\times\sin60^\circ}{50+40\cos60^\circ}
$$

$$
=\text{arc tg}\frac{40\times0.866}{50+40\times0.5}=\text{arc tg}\,0.495=26^\circ20'
$$

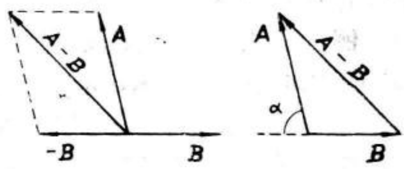
即飞机距起飞点 78.1 千米，方向为东偏北 $26^\circ20'$。

二 矢量的减法

两个矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 之差也是一个矢量，可用 $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$ 表示。因为

$$
\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}+(-\boldsymbol{B}) \tag{1—3}
$$

其中 $-\boldsymbol{B}$ 表示与矢量 $\boldsymbol{B}$ 的大小相等而指向相反的另一矢量。所以，矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 之差就可以看成矢量 $\boldsymbol{A}$ 与矢量 $-\boldsymbol{B}$ 之和。如同两矢量相加一样，两矢量相减也可以采用平行四边形法则(图1—9a)。从图1—9(b)中也可以看出，如两矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 从同一点画起，则自 $\boldsymbol{B}$ 末端向 $\boldsymbol{A}$ 末端作一矢量，就是矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 $\boldsymbol{B}$ 之差 $\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$。



(a) (b)

图 1—9 两矢量相减

求矢量差的大小和方向，仍可用式(1—2a)及(1—2b)进行计算，但必须注意这时角 α 是 $\boldsymbol{A}$ 与 $-\boldsymbol{B}$ 之间的夹角，不是矢量 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 之间的夹角。

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.c

1-3 矢量合成的解析法

一 矢量在直角坐标轴上的分矢量

由上节讨论可知，两个或两个以上的矢量可以相加为一个合矢量。反过来，一个矢量也可以分解为几个分矢量。就一个矢量分解为两个分矢量的情况而言，相当于是已知一平行四边形对角线求平行四边形两邻边的问题，因此把一个矢量分解为两个分矢量可以有许多种分法（图 1—10）。

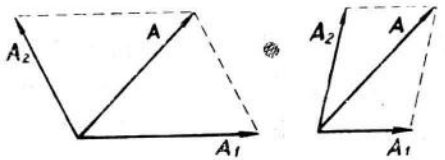
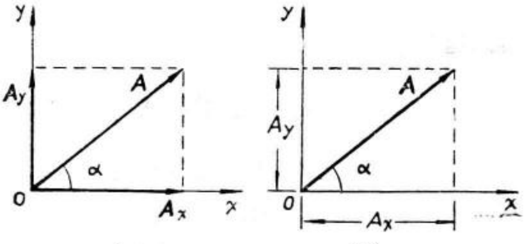


图1—10 矢量分解

在实际问题中，把一矢量在选定的直角坐标系上进行分解有着广泛的应用。

设在平面直角坐标系 xoy 上，矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 x 轴的夹角为 α，其始端位于原点 O(图 1—11 a)。从图可见，矢量 $\boldsymbol{A}$ 在 x 轴上的分矢量 $\boldsymbol{A}_x$，在 y 轴上的分矢量 $\boldsymbol{A}_y$ 是一定的，即

$$\boldsymbol{A}=\boldsymbol{A}_x+\boldsymbol{A}_y$$



(a) (b)

图1—11 矢量的正交分量

若沿 x 轴的正向取一长度为 1 的单位矢量 $\boldsymbol{i}$，沿 y 轴的正向取一长度为 1 的单位矢量 $\boldsymbol{j}$。由于 $\boldsymbol{A}_x$ 和单位矢量 $\boldsymbol{i}$ 在同一坐标轴上，

所以 $\boldsymbol{A}_x$ 与 $\boldsymbol{i}$ 之间必有一定的数量关系，由图 1—11(b)可见，

$$\boldsymbol{A}_x = A_x\boldsymbol{i}$$

其中 $$A_x = A\cos\alpha$$

类似可得 $$\boldsymbol{A}_y = A_y\boldsymbol{j}$$

$$A_y = A\sin\alpha$$

即 $$\boldsymbol{A} = A_x\boldsymbol{i} + A_y\boldsymbol{j}$$

$$\left.\begin{aligned} A_x &= A\cos\alpha \\ A_y &= A\sin\alpha \end{aligned}\right\} \tag{1—4}$$

A_x 和 A_y 分别叫做矢量 $\boldsymbol{A}$ 在 x 轴上和在 y 轴上的分量。由式(1—4)可见，分量 A_x、A_y 的值可正、可负，取决于矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 x 轴的夹角 α。显然，矢量 $\boldsymbol{A}$ 的模与分量 A_x、A_y 之间的关系为

$$|\boldsymbol{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

矢量 $\boldsymbol{A}$ 与 x 轴的夹角 α 和分量 A_x、A_y 之间的关系为

$$\alpha = \mathrm{arctg}\frac{A_y}{A_x}$$

由式(1—4)可见，当 $\boldsymbol{A}$ 与 x 轴的夹角 $\alpha=0$ 时，$A_x=A$，$A_y=0$；当 $\alpha=\pi$ 时，$A_x=-A$，$A_y=0$。在讨论直线运动时要用到这个结论。

二 矢量合成的解析法

运用矢量在坐标轴上的分量表示法，可以使矢量加减的运算简化。设平面直角坐标内有矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$，它们与 x 轴的夹角分别为 α 和 β(图 1—12)。根据式(1—4)，矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 在两坐标轴上的分量可分别表示为

$$\begin{cases} A_x = A\cos\alpha \\ A_y = A\sin\alpha \end{cases} \quad 及 \quad \begin{cases} B_x = B\cos\beta \\ B_y = B\sin\beta \end{cases}$$

由图 1—12 可以看出，合矢量 $\boldsymbol{C}$ 在两坐标轴上的分量 C_x 和 C_y 与矢量 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 的分量之间的关系为

$$\begin{cases} C_x = A_x + B_x \\ C_y = A_y + B_y \end{cases} \qquad (1—5)$$

式(1-5)亦可用矢量加法导出。

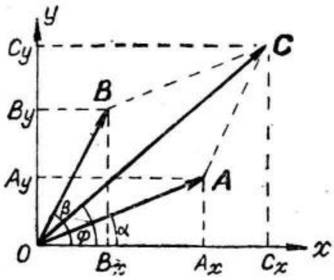


图1—12 两矢量合成的解析法

因为 $\quad \boldsymbol{A} = A_x\boldsymbol{i} + A_y\boldsymbol{j}$

$\qquad\quad \boldsymbol{B} = B_x\boldsymbol{i} + B_y\boldsymbol{j}$

所以 $\quad \boldsymbol{C} = \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = (A_x + B_x)\boldsymbol{i} + (A_y + B_y)\boldsymbol{j}$

而 $\quad \boldsymbol{C} = C_x\boldsymbol{i} + C_y\boldsymbol{j}$

故 $\quad \begin{cases} C_x = A_x + B_x \\ C_y = A_y + B_y \end{cases}$

矢量$\boldsymbol{C}$的大小及方向由下列两式确定

$$\left.\begin{aligned} |\boldsymbol{C}| &= \sqrt{C_x^2 + C_y^2} \\ \varphi &= \mathrm{arctg}\frac{C_y}{C_x} \end{aligned}\right\} \qquad (1—6)$$

例 设一小船在静水中以每秒 1.5 米的速度向东偏北 30° 的方向划行，若不划行而任风吹动，则船将以每秒 0.5 米的速度向南偏西 30° 的方向飘移，试求小船同时参与这两种运动时速度的大小和方向。

解 小船所参与的两种不同速度的运动可在平面直角坐标系中以 $\boldsymbol{v}_1$ 和 $\boldsymbol{v}_2$ 表示. 小船实际运动的速度 $\boldsymbol{v}$ 应是 $\boldsymbol{v}_1$ 和 $\boldsymbol{v}_2$ 的矢量和(图1—13)，即

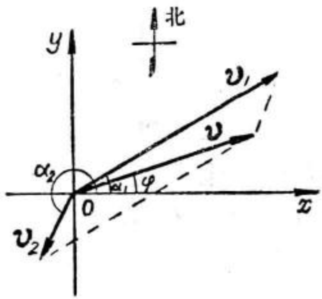


图1—13 两速度的合成

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_1+\boldsymbol{v}_2$$

根据式(1—5)有

$$v_x=v_{1x}+v_{2x}$$

$$v_y=v_{1y}+v_{2y}$$

因为 $v_1=1.5$ 米/秒，$\alpha_1=30°$， 故

$$v_{1x}=1.5\times\cos 30°=1.5\times\sqrt{3}/2\approx 1.3 \text{ 米/秒}$$

$$v_{1y}=1.5\times\sin 30°=1.5\times 1/2=0.75 \text{ 米/秒}$$

又因为 $v_2=0.5$ 米/秒，$\alpha_2=240°$， 故

$$v_{2x}=0.5\times\cos 240°=0.5\times(-1/2)=-0.25 \text{ 米/秒}$$

$$v_{2y}=0.5\times\sin 240°=0.5\times(-\sqrt{3}/2)$$

$$\approx -0.43 \text{ 米/秒}$$

于是

$$v_x=v_{1x}+v_{2x}=1.3+(-0.25)=1.05 \text{ 米/秒}$$

$$v_y=v_{1y}+v_{2y}=0.75+(-0.43)=0.32 \text{ 米/秒}$$

根据式(1—6)可以分别求得合速度 $\boldsymbol{v}$ 的大小及方向为

$$|\boldsymbol{v}|=\sqrt{v_x^2+v_y^2}$$

$$=\sqrt{(1.05)^2+(0.32)^2}\approx 1.1 \text{ 米/秒}$$

$$\varphi=\text{arctg}\frac{0.32}{1.05}\approx 17°$$

1-4 矢量的标积和矢积

从上面可看到，矢量的加法(减法)与代数加、减有着根本的区别。同样，矢量间的“乘”法也不是一般的代数意义的乘法。下面讨论两种常见的矢量的乘积。一种是标积(或称点积、点乘)，一种是矢积(或称叉积、叉乘)。以后我们将会看到，功(力和位移间的乘积)满足标积的定义，力矩(力和矢径间的乘积)满足矢积的定义。

一 矢量的标积

设两矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 之间的夹角为 α，矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的标积用符号 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$ 表示，定义为

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=AB\cos\alpha \qquad (1\text{—}7)$$

即矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的标积是矢量 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 的大小及它们夹角 α 的余弦的乘积，为一标量。由图 1—14 可见，$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}$ 也相当于 $\boldsymbol{A}$ 的大小与 $\boldsymbol{B}$ 沿 $\boldsymbol{A}$ 方向的分量的乘积(或相当于 $\boldsymbol{B}$ 的大小与 $\boldsymbol{A}$ 沿 $\boldsymbol{B}$ 方向的分量的乘积)。当 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 同向时($\alpha=0^\circ$)，$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=AB$；当 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 反向时($\alpha=180^\circ$)，$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=-AB$；当 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$ 互相垂直时($\alpha=90^\circ$)，$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=0$。

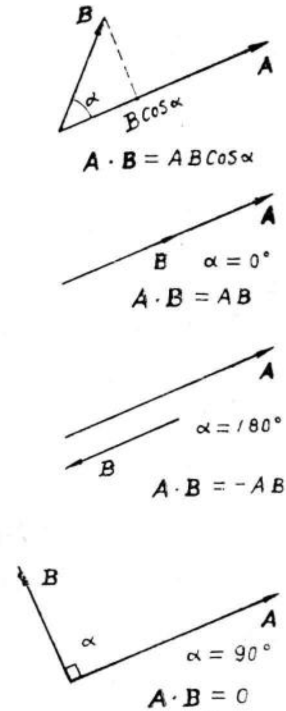


图1—14 两矢量的夹角与它们的标积的关系

从标积的定义，可以得到如下结论：

1. $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=AB\cos\alpha=BA\cos\alpha=\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A}$

即标积遵守交换律。

2. 标积具有分配律的性质，即

$$(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C}+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C}$$

设 $\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}=\boldsymbol{D}$，且取 $\boldsymbol{C}$ 的方向为 x 轴的正向，则

$$\boldsymbol{D}\cdot\boldsymbol{C}=DC\cos\alpha$$

而 $D\cos\alpha=D_x$ 为 $\boldsymbol{D}$ 在 x 轴上（$\boldsymbol{C}$ 方向上）的分量。由矢量的加法可知，$D_x=A_x+B_x$，所以

$$DC\cos\alpha=CD_x=C(A_x+B_x)$$
$$=CA_x+CB_x=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C}+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C}$$

这就证明了 $(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B})\cdot\boldsymbol{C}=\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{C}+\boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{C}$。

利用标积的上述性质，我们可以用矢量的分量来表示标积。

在平面直角坐标系中，将矢量 $\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$ 写成

$$\boldsymbol{A}=A_x\boldsymbol{i}+A_y\boldsymbol{j}$$
$$\boldsymbol{B}=B_x\boldsymbol{i}+B_y\boldsymbol{j}$$

则有 $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=(A_x\boldsymbol{i}+A_y\boldsymbol{j})\cdot(B_x\boldsymbol{i}+B_y\boldsymbol{j})$

$$=A_xB_x\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{i}+A_yB_x\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{i}+A_xB_y\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{i}+A_yB_y\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{j}$$

由于单位矢量 $\boldsymbol{i}$、$\boldsymbol{j}$ 互相垂直，故有$\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{j}=0$，且 $\boldsymbol{i}\cdot\boldsymbol{i}=\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{j}=1$，所以

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{B}=A_xB_x+A_yB_y \qquad (1-8)$$

当 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{A}$ 时，得

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{A}=A_x^2+A_y^2=A^2 \qquad (1-8')$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com