

新 數 學

中 學 適 用

半 羣 學 社 編 著

第 二 冊

上 卷



聯 合 書 院 出 版 社

期 四

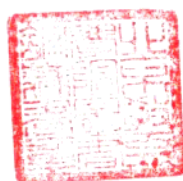
新 數 學

中 學 適 用

半 羣 學 社 編 著

第 二 冊

上 卷



聯 合 書 院 出 版 社

193143

全 部 版 權

屬

半 羣 學 社

總 編 輯

周紹棠 理學士(數學), 哲學博士(數學)

編 輯

潘海紅 理學士(數學)

鄭肇楨 文學士(數學)

潘煒棠 文學士(數學) 教育文憑

T. McC. Chamberlain 文學碩士(數學), 教育學士

何兆倫 理學士(數學), 英國 IMA 會士

潘鎮邦 文學士(數學)

徐思明 文學士(數學) 教育文憑

經 理 編 輯

彭 錫 恩 文學士

良友印刷有限公司印製
香港西灣河街九至十一號

序 言

在本港英文中學就讀的學生，1969年會考時，參加數學科考試者，將可在兩組不同的試題中任擇一組。其中一組，內容仍是傳統性的數學；但另一組試題，卻是全新的面目；這是英文中學會考的情形。不過我們有理由相信，在差不多相同的時期，中文中學參加會考的學生，也將應有同樣的選擇權利。

自從十八世紀以後，由於數學的迅速發展，使自然科學各部門無法避免使用它作為研究工具。及至本世紀的四十年代以來，可以說幾乎沒有一種學問不倚靠數學，所不同的只是倚靠程度的深淺而已。為了使數學能夠應用於廣大的範圍，一個必然趨勢就是要把它的基本概念抽象化，使每一個概念都可作多種不同的解釋。這一種處置數學問題的態度，可以說是近代數學的特徵。另一方面傳統的數學，尤其是中學方面，對於這一點幾乎完全忽畧了；結果令到一個中學生在五六年內辛勤艱苦所學到的一點數學，在他跨入社會後，差不多完全「用武無地」。這當然是莫大的憾事。現在世界各國教育當局有見及此，已紛紛積極改革中學數學課程。

半羣學社同人，為應新數學課程需要，去年開始着手編著一套新教本，英文版第一冊業已出版。現因中文中學亦有同樣需求，所以中文版亦隨之付印。

新編數學全書共分五冊，每冊分上下兩卷，供一學年之用，內容與英文版相同，章節也一致。

這套教本的編著，是同人等初次的嘗試，錯漏和不當的地方在所難免。希望高明先進不吝賜教，一切寶貴的意見，將作為增訂時改進之用；這不但使同人等有所遵循，也將使學生受益不淺。謝謝。

周紹棠

於香港中文大學聯合書院

一九六六年五月

第二冊 上卷

目 錄

第 一 章	實用算術	1
1.1	百分法	1
1.2	比值和比率	5
1.3	日用算術	11
1.4	約算法及有效數碼	15
	本章概要	21
	雜 題	21
第 二 章	邏 輯 I	25
2.1	語句	25
2.2	開句	26
2.3	複語句	27
2.4	複語句的幾個形式	28
2.5	真值表	32
2.6	恒真命題和矛盾命題	34
2.7	兩個邏輯關係	35
	本章概要	37
	雜 題	38
第 三 章	代數式和簡易方程	40
3.1	文字的運算	40
3.2	指數定律	51
3.3	含一個變數的多項式	55
3.4	恒等式和文字的應用	63
3.5	方程	69
	本章概要	76
	雜 題	76
第 四 章	關係和函數	79
4.1	關係	79
4.2	函數	84
4.3	函數的圖像	89
	本章概要	108



第一章 實用算術

你們都正在學習數學，而且必會獲得些數學智識。究竟學習數學有什麼用處呢？能否應用於解決日常生活所遭遇的問題呢？在本章裏我們將看到怎樣應用數學於日常生活。

1.1 百分法

我們可能見過下列名詞如“百分之幾”或“百分率”或符號“%”當一間百貨商店舉行大減價，它的窗櫺上可能貼上“減10%”（即九折）或“減20%”（即八折）。 “10%”是什麼意思呢？這表示“從每100中取10”；換言之，如百貨公司減價10%，原來值100元的一件貨品，減去10元，現在只賣90元。

當我們說及百分率，例如 $N\%$ ，這是指某一數量的 $N\%$ 。例如一班的 $\frac{1}{2}$ 是男生，我們可以說這班學生的50%是男生，百分率是以100為分母的分數。這分母數字本來可任意選定的，但為了容易和別的分數比較起見，我們都選用100為分母。例如A班有 $\frac{2}{5}$ 是女生，B班有 $\frac{7}{20}$ 是女生，我們須先將 $\frac{2}{5}$ 化為 $\frac{8}{20}$ 才易比較兩班女生所佔的成數，以那一班為高。但如改用百分法，則A班有40%是女生，B班有35%是女生，我們便能立即說出那一個分數較大。我們又可以用小數如0.4及0.35來代替40%和35%。但仍以百分法較方便。

例 1

下圖表示幾個簡單分數以及與它們相等的小數和百分數。

0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
0	0.25	0.50	0.75	1.00
0	25%	50%	75%	100%

例 2

$$\text{i) } 60\% = \frac{60}{100} = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$\text{ii) } \frac{3}{20} = \frac{3 \times 5}{20 \times 5} = \frac{15}{100} = 15\% = 0.15$$

$$\text{iii) } 0.12 = \frac{12}{100} = 12\% = \frac{3}{25}$$

例 3

某一職業足球隊抵香港，這隊球員的 15 人中有 3 個是美國人，問非美國籍球員佔百分之幾？

解：

$$\text{非美籍人數} = (15 - 3) = 12$$

$$\frac{12}{15} = \frac{80}{100} = 80\%$$

故非美籍球員佔 80%

例 4

姬娜從服裝店買了一條裙，比原價減了 15%。若原價是 34 元，問買價是多少？

解：

$$34 \text{ 元的 } 15\% = 34 \times \frac{15}{100} = \$5.10 \text{ 元}$$

$$\therefore \text{買價} = (34.00 - 5.10) = \$28.90 \text{ 元}$$

別法：

姬娜付出定價的 $(100 - 15)\%$ ，即 85%

$$\text{買價} = 34 \times \frac{85}{100} = \$28.9 \text{ 元}$$

例 5

中二班學生在課後活動中有 60% 玩足球，有 35% 玩藍球，有 15% 不玩這兩種球類。問同玩這兩種球類的學生所佔的百分數是多少？

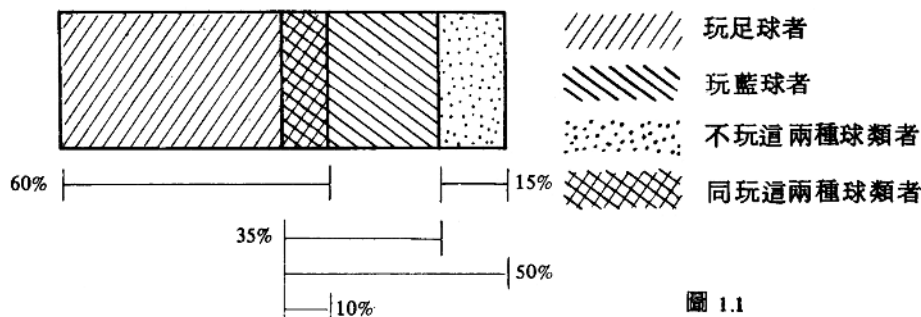


圖 1.1

由上圖我們易知同玩這兩種球類的學生佔 10%。當我們還未確知中二班學生的人數時，當然還未能知道同玩這兩種球類的學生的確數，我們只知道人數的百分數是 10%。假如中二學生人數是 40 人，則同玩兩種球的人數便是 $40 \times \frac{10}{100} = 4$ 人。

例 6

某人十年前的工資每月 80 元，現在已升了 150%，求現在每月工資。

解：

$$80 \text{ 元的 } 150\% = 80.00 \times \frac{150}{100} \text{ 元} = 120 \text{ 元}$$

$$\text{現在工資} = (80.00 + 120.00) \text{ 元} = 200 \text{ 元}$$

習題 1A

將下列百分數化為最簡分數：

- | | | | |
|----------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1) 30% | 2) 50% | 3) 20% | 4) 15% |
| 5) 40% | 6) 100% | 7) 46% | 8) 125% |
| 9) 14% | 10) 25% | 11) 2% | 12) $16\frac{1}{2}\%$ |
| 13) 35% | 14) 150% | 15) 85% | 16) $1\frac{1}{2}\%$ |
| 17) 105% | 18) $33\frac{1}{3}\%$ | 19) $78\frac{1}{2}\%$ | 20) $66\frac{2}{3}\%$ |

將下列分數化為百分數：

- | | | | |
|---------------------|--------------------|---------------------|--------------------|
| 21) $\frac{1}{2}$ | 22) $\frac{1}{5}$ | 23) $\frac{1}{4}$ | 24) $\frac{3}{4}$ |
| 25) $\frac{2}{5}$ | 26) $\frac{3}{25}$ | 27) $\frac{4}{5}$ | 28) $\frac{7}{7}$ |
| 29) $\frac{1}{8}$ | 30) $\frac{1}{12}$ | 31) $\frac{5}{2}$ | 32) $\frac{3}{50}$ |
| 33) $\frac{1}{100}$ | 34) $\frac{1}{6}$ | 35) $11\frac{1}{3}$ | |

求下列各值：

36) 100 元的 10%

37) 50 元的 12%

38) 900 元的 $2\frac{1}{2}\%$

39) 300 公尺的 40%

40) 24 小時的 5%

41) 陳先生是一個經紀，在每次交易中他可取得 0.8% 的佣金。上月他的交易總額是 8500 元；試求他獲得的佣金是多少。

42) 某大公司在減價期中，每種物品減去定價的 15%。一件定價 \$250 的貨品現在的賣價是多少？

43) 陳彩的工資在 5 年內增加了 85%，5 年前每月工資是 \$200，問現在工資每月多少元？

44) 某一中學的學費最近增了 5%，一個學生從前每月交學費 \$60，問現在要交多少？

45) 麗珍在一次期中測驗中得分如下：

	數 學	地 理	歷 史	英 文	中 文
最 高 積 分 額	80	50	100	60	70
考 得 積 分	75	48	80	48	54

她的成績中以那一科為最好？

46) 在上題中那一科成績最壞？

47) 在題 45 中，麗珍的地理和英文都得相同分數。這是否表示她兩科成績都同樣好呢？

48) 一班學生 45 人，上星期一告假的有 3 人。那天有百分之幾人上課呢？

49) 陳先生在兩年前買入一汽車，價銀 \$7500.00，今年他以 \$5000.00 賣出。求他損失的百分率。

50) 在你們班中求下列同學所佔的百分率：

- i) 玩足球的同學
- ii) 玩籃球的同學
- iii) 玩排球的同學

1.2 比值和比率

當我們比較兩個同類的數量時，常會想及它們的比值。例如一個矩形的運動場，長200呎，闊100呎，我們可說這運動場的長度2倍於闊度，或長與闊的比值是2比1。譬如比較兩段鐵枝，若說第一段比第二段長14公分，並不能清楚的表示兩段長度的互相關係，倒不如說出其一的長度是其二的3倍來得明顯。比值是用來比較兩個同類數量（用相同單位量度的）的大小關係的。x和y的比值可以寫成 $x:y$ 。當 $y \neq 0$ 時，這比值就等於 $\frac{x}{y}$ 。

有時我們也要表示兩個不同類的數量的關係，例如某件物品價值多少元，速度每小時若干里等，這就是比率。比率不一定由兩種不同單位的量來產生。例如納稅人按照稅率來納稅等，稅率是每百元級納多少元的一個百分數。

例 1

A、B兩隊足球隊正比賽完畢。若用兩隊分數的差來比較成績則可說A隊比B隊多3分，若用兩隊分數的比值來比較成績則可說A隊分數是B隊的2倍。用比值來看可以更清楚地比較兩隊實力。

例 2

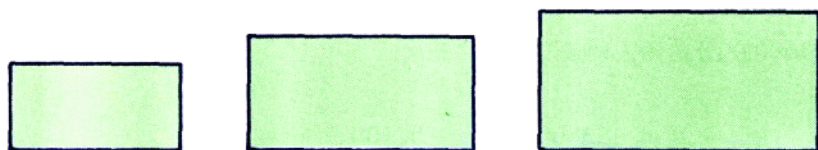


圖 1.2

在圖 1.2 裏的三個矩形有一點是相同的，這就是它們長度和闊度的比值，這等於2:1。

例 3

比值250:400可以最簡化為5:8。方法如下：

$$\frac{250}{400} = \frac{250 \div 50}{400 \div 50} = \frac{5}{8}$$

例 4

某中學有學生 1500 人，其中 800 人為女生，求男生和女生人數的比值。

解：

比值等於 $(1500 - 800) : 800$

即 $700 : 800$

或 $7 : 8$

例 5

一打字員在半小時內能打出 420 個字，求他每分鐘打出的字數。

解：

每小時的速率是 840 個字

即 60 分鐘內打出 840 個字

或每分鐘內打出 14 個字。

例 6

某一汽車行駛 1800 哩用去汽油 60 加侖，求每加侖行車的哩數。

解：

比率是： 1800 哩用去 60 加侖

或 30 哩用去 1 加侖。

例 7

將 \$3600.00 分給兩人使成 7 : 5 之比。

解：

第一人分得 $\$3600 \times \frac{7}{12} = \2100

第二人分得 $\$3600 \times \frac{5}{12} = \1500 。

習題 1B

- 1) 一足球場闊 80 碼，長 120 碼，求長度與闊度的比值。
- 2) 將下列各比率化為最簡：
 - i) 300 : 450
 - ii) 72 : 432
 - iii) 22 吋 : 1 呎
 - iv) 120 公分 : 4 公尺
 - v) 72 安士 : 3 磅
- 3) 兩正方形的面積各為 144 方公分和 225 方公分，試求下列比值：
 - i) 面積的比
 - ii) 邊長的比

一般情形，若四個數字 a, b, c, d ，成正比例則首兩數字的比值等於末兩數字的比值，寫為：

$$a : b = c : d.$$

兩變量的比值不變（等於常數），這兩數量稱為成正比例，例如圓周和半徑成正比例。

年薪 \$12000 的須付薪俸稅 \$1200，若薪俸稅和年薪成正比例，則年薪 \$38000 的須付薪俸稅若干元？

薪俸稅和年薪的比值是 $\frac{\$1200}{\$12000} = \frac{1}{10}$ 即每 10 元抽取 1 元。
 年薪 \$38000 的應納稅 $\$38000 \times \frac{1}{10} = \3800 .

別法：

設年薪 \$38000 的應納稅 $\$x$ ，則

$$\begin{aligned}\frac{x}{1200} &= \frac{38000}{12000}, \\ x &= \frac{38000}{12000} \times 1200 = 3800\end{aligned}$$

應納稅 \$3800.

雞蛋 5 隻值 1 元，問一打蛋值多少元？

比率是每蛋值 $\frac{1}{5}$ 即 2 毫，
 1 打蛋值 $\$0.20 \times 12 = \2.40 .

別法：

設 1 打蛋值 $\$x$ ，則

$$\begin{aligned}\frac{\$x}{\$1} &= \frac{12}{5}, \\ \therefore x &= \frac{12}{5} = 2.4,\end{aligned}$$

1 打蛋值 \$2.40.

20 枝鉛筆值 \$8.00 求 15 枝鉛筆值多少元？

設 15 枝鉛筆值 $\$x$ ，則

$$x : 8 = 15 : 20 \quad \text{或} \quad \frac{x}{8} = \frac{15}{20},$$

$$x = \frac{15}{20} \times 8 = 6,$$

15 枝鉛筆值 6 元。

別法：

15 每枝鉛筆值 $\frac{\$8}{20}$

$$15 \text{ 枝鉛筆值 } \frac{\$8}{20} \times 15 = \$6.$$

例 4

設市價以港幣 \$78 元可換英鎊 5 鎊，問用 234 港元可換英鎊若干？

解：

設可換得英鎊 x 鎊，則

$$x : 5 = 234 : 78$$

$$\text{即} \quad \frac{x}{5} = \frac{234}{78}$$

$$x = \frac{234}{78} \times 5 = 15$$

故可換得英鎊 15 鎊。

別法：

英鎊和港幣的比率是 $\frac{5}{78}$

$$\text{港幣 234 元可換英鎊 } \pounds \frac{5}{78} \times 234 = \pounds 15.$$

習題 1C

- 1) 9 立方呎的水重 562.5 磅，問 100 立方呎的水重多少磅？
- 2) 一汽車行 140 哩用去電油 5 加侖，問用 12 加侖電油可行幾哩？
- 3) 若 4 公升等於 7 品脫，問 15 公升等於幾品脫？
- 4) 官塘區一幅地面積 700 方呎，值 \$59500，在同一區域 1000 方呎的地值多少元？（假設地價和面積成正比例）
- 5) 以港幣 \$74 元可換星加坡幣 40 元，問以港幣 185 元可換星加坡幣多少元？
- 6) 一個地圖內的比例尺是以 5 公分表 1 公里，地圖內相隔 7 公分的兩地方實際距離是多少公里？

- 7) 以港幣9.20元可購得8法國法郎，問港幣115元可購得幾法郎？
- 8) 某一建築地盤的藍圖內一吋表40呎，圖內一塊長方形的地長 $1\frac{1}{4}$ 吋，闊 $\frac{3}{4}$ 吋，問這塊地的實際面積是多少？
- 9) 3元可購得肥皂5塊，問買一打肥皂要多少元？
- 10) 四樽橙汁重5磅，問幾樽橙汁重100磅？

1.22 反比例

當一汽車以等速行駛，所行的距離和時間成正比例，設在 t_1 小時內行 d_1 哩，在 t_2 小時內行 d_2 哩，則

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{d_1}{d_2} \quad \text{或} \quad t_1 : t_2 = d_1 : d_2.$$

這因為汽車既以等速行駛，而速率是距離和時間的比率，故

$$\frac{d_1}{t_1} = \frac{d_2}{t_2} = \text{汽車的速率}$$

而

$$\frac{d_1}{t_1} \cdot \frac{t_1}{d_2} = \frac{d_2}{t_2} \cdot \frac{t_1}{d_2},$$

即

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{t_1}{t_2}.$$

又設有一汽車以每小時 s 哩的速度，在 t 小時內行了200哩。• s 和 t 的關係如下表所示：

s	t
20	10
25	8
30	$6\frac{2}{3}$
35	$5\frac{5}{7}$
40	5
50	4

s 和 t 顯然不成正比例，但這兩組數字另有一關係存在。• 若將同一橫列的 s 和 t 相乘，我們便得相同的乘積200，這就是汽車所行駛的哩數。• 若取兩 s 值 s_1 和 s_2 ，們的對應 t 值是 t_1 及 t_2 ，則有

$$s_1 t_1 = s_2 t_2, \quad \text{或} \quad \frac{s_1}{s_2} = \frac{t_2}{t_1},$$

$$s_1 : s_2 = t_2 : t_1.$$

這種關係，稱為速度與時間成反比例。當兩數量 x 和 y 成反比例而變化，則 x 增加時 y 便減少， x 減少時 y 便增加，而 xy 常保持不變。

例 1

將若干本練習簿分給 21 個孩子，每人有八本。若將同數目的練習簿分給 14 個孩子，問每人可有幾本？

解

$$\text{練習簿總數是 } 8 \times 21 = 168.$$

$$\text{分給 14 人，每人得 } 168 \div 14 = 12 \text{ 本}$$

另法：

設每人可得簿 x 本，而人數和每人所得的本數成反比例，故得：

$$21 : 14 = x : 8$$

即

$$\frac{21}{14} = \frac{x}{8}$$

$$\text{故每人分得 12 本。} \quad x = \frac{21}{14} \times 8 = 12.$$

習題 1D

- 1) 設由尖沙咀駕車到新界某處，以每小時 35 英哩的平均速度駕駛需時 2 小時，若要在 $1\frac{1}{2}$ 時內到達，則每小時的平均速度應為幾哩？
- 2) 糖果一盒分給 30 個小孩每人 6 顆，若將這盒分給 18 個人，則每人可得若干？
- 3) 陳先生到書店，所帶的錢恰夠購買 36 本每本 5 元的書籍，若這些書價每本由 5 元改為 6 元，則他可買幾本？
- 4) 一人駕單車以每小時 12 哩的速度行了 30 分鐘。若同一路程而要在 20 分鐘內行完，問速度須改為每小時幾哩？
- 5) 一定質量的氣體的體積和壓力成反比例。在三個大氣壓力下，某定量的氣體體積是 30 立方公分。若壓力改為 2 個大氣壓力，則體積是多少？
- 6) 若題五內的氣體體積是 90 立方公分，求這時氣體的壓力。

1.3 日用算術

當我們到大店舖購物，常會見到減價的招紙，尤其容易注意到減得最大百分率的貨品。有時店主人會訴說貨物來價升漲，照定價出賣也賺不到利潤。出售冰箱、電視機、洗衣機或收音機的店子常用分期付款的方式來吸引顧客，顧客們只要先付少量的首期貨銀，其餘款項就可以按時分期交付。電和自來水是每家人每日必須消

耗的。你知道電費和水電是怎樣計算的嗎？

折扣、利潤和損失，分期付款、水費、電費等都是在現社會中日常遇到的。在本節裏我們將看到怎樣應用算術來解決這些問題。我們這裏所提及的貨幣是本地貨幣，以圓為單位。我們亦會考慮些日常遇到的速度問題。

某百貨公司在一次大減價期內，將童裝部貨物減價 30%，（即七折），一件標價 \$17.50 的衣服賣價是多少？

解：

$$\text{賣價是 } \$17.50 \times \frac{70}{100} = \$12.25.$$

例 12

某貨品的來價是 \$370，賣出時虧本 3%，求賣價。

解：

$$\$370 \text{ 的 } 3\% \text{ 是 } \$11.10$$

$$\text{賣價是 } \$ (370 - 11.10) = \$358.90.$$

另法：

$$\$370 \times \left(1 - \frac{3}{100}\right) = \$370 \times \frac{97}{100} = \$358.90.$$

例 13

一個鋼琴的現鈔售價是 \$3000。若分期付款則須依照下列規定：

- i) 首期付現鈔售價的 $\frac{1}{3}$ ，
- ii) 其餘貨價加 $6\frac{1}{2}\%$ ，
- iii) 加 \$20 印花費，
- iv) 貨價的 $\frac{2}{3}$ 連同 $6\frac{1}{2}\%$ 利息及印花費的總數平均分爲十二次付款，每月一次。

試求首期及每月付款的數目。分期付款辦法比一次過付款多用了多少元？

解：

$$\text{a) 首期要付 } \$3000 \times \frac{1}{3} = \$1000.$$

$$\text{b) 餘款的 } 6\frac{1}{2}\% \text{ 是 } \$130$$

$$\begin{aligned} \text{每月付款 } & \$ (2000 + 130 + 20) \div 12 \\ & = \$2150 \div 12 \\ & = \$179\frac{1}{6}. \end{aligned}$$