

电子计算机原理

上海交通大学

绪 论

§ 1 电子数字计算机的发展和用途

电子数字计算机是一种能够自动地高速度地进行大量计算工作的电子机器。它的发明和发展是二十世纪科学技术的卓越成就之一。它的出现，有力地推动着生产、科学技术与文化事业的发展。

人们在长期的生产实践中，创造了各式各样的计算工具来加快计算过程的进行。例如，我国在南宋时就已有算盘歌诀的记载，到了明朝算盘就很流行了。其他如计算尺、手摇或电动计算机等也已经发明很久。如果需要计算的数字不很大，也不复杂，这些简单的计算工具也就完全可以胜任了。

但是，由于工业生产范围的扩大和科学技术的发展，很多科学和技术部门愈来愈迫切地需要进行更大量、更复杂、更快速的精确计算，这些简单的计算工具就远远不能满足需要。随着电子器件、脉冲技术、自动控制等技术的发展，一九四五年，世界上出现了第一台电子数字计算机。这台计算机共用了18000多个电子管，消耗近100千瓦的电力，并占用长度在30米以上的房间。可是由于它采用了电子管，计算速度有了惊人的提高，这就给数字计算机的发展开辟了新途径。从出现这台计算机至今还不到三十年，然而，电子数字计算技术已有了飞跃的发展。现在，电子计算机的计算速度（单位时间内完成加法、减法、乘法或除法等运算的次數）已达到每秒几十万、几百万、几千万次，甚至几亿次。电子计算机的类型，也从第一代的电子管型发展到第二代的晶体管型，又发展到第三代的集成电路型。七十年代初期，又出现了大面积集成电路的大型电子计算机。它们之间的主要差别是所用的元件不同，并且越到后代计算速度越快，功能范围越广，自动化程度越高，体积越小，稳定性越好。目前，电子计算机已被广泛地应用于国民经济的各个领域。

在毛主席无产阶级革命路线指引下，我国电子数字计算机事业发展很快，在大跃进的一九五八年，我国第一台电子数字计算机投入运行；伟大的国庆十周年期间，国产“104”型大型电子数字计算机投入运行；一九六七年，我国又宣布第一台国产晶体管计算机投入运行；特别是一九七〇年我国第一颗人造地球

步标志着我国电子计算机事业达到了一个新的水平。到一九七四年，我国又研制成功DJS——130型多用途集成电路小型计算机从此我国小型计算机遍地开花，并有DJS——180系列等多种小型机研制成功。目前，我国自行设计的大型机已投入使用，微型处理机模型也于一九七七年问世。电子计算机技术的不断发展，将对我国的四个现代化作出应有贡献。

由于电子数字计算机具有高速度运算和记忆的功能，从而使过去很多无法解决的计算问题得到了解决。如精确预报天气的计算方法早就有了，但过去用手摇计算机或电动计算机来计算，“日预报”就需要化一、两个星期的时间，而用电子数字计算机计算，在几分钟内就可以算出精确的结果。

电子计算机不仅能解决各种数学问题，还能解决各种逻辑问题，如文字翻译、自动控制、统计分析等。比如，在工业上，人们可以用它来控制一台机床或控制一条生产流水线，甚至控制整个工厂的全部生产过程；在国防上，它可以用于导弹的自动瞄准、自动发射及随时纠正导弹的飞行方向等；至于它与原子能研究、人造卫星等尖端科学技术的关系，就更为密切了。

电子计算机虽然作用很大，用途很广，可以代替人们大量的烦琐劳动和思维活动，然而，决定的因素是人不是物。计算机毕竟是一种工具，它能按照人预先规定的内容而动作，但不可能完成除此以外的任何有意义的动作；它能代替人们大脑的非创造性的思维活动，但决不能代替人们大脑的创造性的思维活动；它不仅是由人设计制成，而且也是由人指挥和维护的。因此，在人与计算机的关系中，人处在主导地位，是决定性的。

§ 2 电子数字计算机的基本工作原理

电子数字计算机对于任何复杂的数学问题和许多逻辑问题，都能自动地进行运算，那么它究竟是怎样自动地工作的呢？它主要由哪些部件构成？掌握计算机工作的全局，对于今后各章的深入学习是很重要的。因此下边分别对这两个问题进行介绍。

一、电子数字计算机的主要部件

在说明这个问题时，我们先从人是怎样用算盘来算题的谈起。

例如：某钢厂工人，不断总结经验，不断提高钢产量，在一月内，前16天炼钢72640吨，后14天炼钢77510吨，问平均每天炼钢多少吨？

其数学计算式应是：

$$(72640+77510)\div(16+14)=? \text{ (吨)}$$

演算开始，先用算盘按加法口诀做 $72640+77510$ 的运算。得中间结果为150150吨，将此结果记在纸上（或放在算盘的右边）；再用加法口诀做 $16+14=30$ 天，亦同样记在纸上；然后再用除法口诀做 $150150\div30=5005$ 吨。结果表明平均每天炼钢5005吨。

在上面计算过程中，参加算题的有纸、笔、算盘以及使用这些工具的人。电子数字计算机要能自动地进行工作，也必须具备与其相似的几个基本装置：

第一，要能进行数字运算，必须要有相当于算盘的运算器。

第二，要能保存和记录原始数据、运算步骤以及运算的中间结果，就要有足够容量的存储器（记忆装置）。这相当于纸和笔。

第三，要能使运算器自动地进行运算，并使各部分均能协调地有节奏地进行工作，就需要一个控制器。这相当于上例中人的本身。

单有上述三个装置还不够。因为机器是听从人的命令，按照人事先给出的数据及运算步骤来运算的；同时，机器算得的结果又需要表达给人知道。所以还需要有输入和输出设备。它们在人和计算机之间起桥梁作用。形象地说，好象一个翻译员，把人的意图“翻译”成机器能懂得的语言，同时又将机器的语言“翻译”成人能接受的语言。控制台打字机也是这样一种可供人机通信的设备。

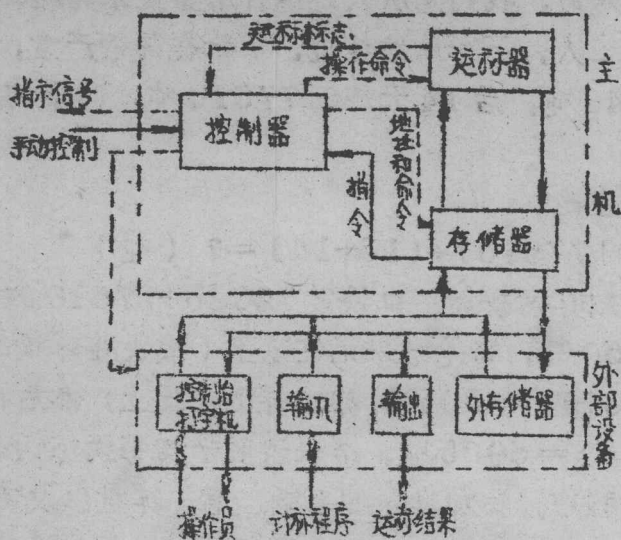


图 0—1

上述运算器、存储器（指内存存储器）、控制器及输入输出设备就是电子计算机的主要部件。另外，一般电子计算机还包括外存储器等部件。各部件相互之间的联系如图 0—1 所示。其中实线箭头表示代码传送途径，虚线箭头表示控制信号的途径。

通常，控制器、运算器和内存存储器被称为主机部分，而输入输出设备及外存储器等被称为计算机的外部设备。

电子数字计算机的主要部件又都是由许许多多的电子元件组成的，粗一看，好象非常错综复杂。如果将它们分解开来看，亦不过是由一些基本电路组合而成。电子数字计算机的基本电路主要有三类：

- (1) 逻辑电路，又称为门电路。常见的有与门、或门、非门、与非门及与或非门等；
- (2) 存储电路。最常用的是触发器；
- (3) 辅助电路。它包括延迟线、脉冲发生器、整形器、放大器等。

这些基本电路由半导体集成电路、厚膜电路、晶体管及电阻电容等元件组成。利用这些基本电路又可以构成一些更复杂的电路，如加法器、计数器、译码器、寄存器等，以实现多种功能。这些复杂电路及基本电路的组合就构成了运算器、控制器及存储器等主要部件。

电子数字计算机还必须具有供给整个机器能量的电源设备以及各种附加设备,如通风冷却设备、各种调试设备等等。

二、电子数字计算机的解题过程

现在我们结合图0—1电子数字计算机的简单框图来说明它是如何进行解题的。

整个电子数字计算机是在控制器的控制下自动地进行工作的,那么控制器是根据什么来控制的呢?是根据一连串的“指令”。为了帮助读者了解指令的概念,下面以计算 ax^2+bx+c (式中 a 、 b 、 c 及 x 均为已知数)为例加以说明。

因运算器只能完成简单的加、减、乘、除及其他的一些基本操作,所以在机器运算前需将比较复杂的算题化成一步一步简单的加、减、乘、除等基本操作,排出计算步骤。 ax^2+bx+c 算式可排成如下简单计算步骤:第一步做乘法,将 a 与 x 相乘得 ax ;第二步做加法,将 ax 与 b 相加得 $ax+b$;第三步再做乘法,将 x 与 $ax+b$ 相乘得 ax^2+bx ;第四步再做加法,将 c 与 ax^2+bx 相加,得 ax^2+bx+c ;运算结束,命令外部设备将数据打印出来。这样给机器制订的每一步应作什么工作的“命令”通常就称之为指令。

而这种为了解算某一问题的一连串指令,叫做该问题的计算程序,简称为程序。在解某一计算题时,控制器就是根据该算题的程序中一条条指令控制整个机器进行解题的。

通常一条指令就表示一种运算操作,例如加法指令表示两数相加,乘法指令表示两数相乘。而一条指令一般包括两方面内容:首先,它应该有表示进行什么操作的代码,称“操作码”;其次,它应有“地址码”,表示参加操作的数码在存储器的哪一单元内,或者表示运算结果要送到何处去。例如上述第三步中,指令应指出 x 这个数在存储器的哪一单元内,它与 $ax+b$ 应进行何种运算操作。

指令是用代码表示的,表示指令的代码称为“指令码”。指令码的基本形式是:

操作码	地址码
-----	-----

下面我们仍以计算 ax^2+bx+c 为例来具体地说明计算机的解题过程。

第一步：设计好计算程序，并将它和参加运算的数据（a、b、c、x）由输入设备依次送入存储器。

程序中的指令，通常是依其执行的先后次序顺序地排列的，如程序的第1条指令存放在第K号存储单元（或称第K号地址）中，则第1+1条指令就存放在第K+1号存储单元（或称第K+1号地址）中。这里，我们将计算程序依次放在0~6号地址中，将数据放在7~10地址中，则计算程序如表0—1所示。

表0—1

指令或数据的地址	操作码	地址码	指令内容	说 明
0	取数	7	$(7) \rightarrow B$	将7号地址内的常数a取出送至运算器的寄存器B中
1	乘法	10	$(10) \cdot (B) \rightarrow B$	将10号地址内的x取出与原来已在B中的a相乘，结果ax保留在B中
2	加法	8	$(8) + (B) \rightarrow B$	将8号地址内的b取出与原来已在B中的ax相加，结果ax+b保留在B中
3	乘法	10	$10 \cdot (B) \rightarrow B$	将10号地址内的x取出与原来已在B中的ax+b相乘，结果 $(ax+b)x$ 保留在B中
4	加法	9	$(9) + (B) \rightarrow B$	将9号地址内的c取出与原来已在B中的 $(ax+b)x$ 相加，结果 $(ax+b)x+c$ 保留在B中
5	输出打印			将B中的计算结果经输出设备打印出去

6	停机			
7	a			
8	b			
9	c			
10	x			

第二步：控制器将上述程序中的第0~4条指令依次取出，命令运算器按每一条指令所规定的内容动作。

这些动作一般包括两个方面：

- (1) 控制器根据地址码的规定将应参加运算的数取出送至运算器中。
- (2) 运算器根据操作码的规定将取来的数和原来已保留在寄存器B中的数进行规定的运算，其运算结果保留在运算器的寄存器B中。比如对第2条指令来说，即首先由控制器将数b送至运算器中，然后由运算器将b与已在B中的ax相加，其结果 $ax+b$ 保留在寄存器B中。

第三步：控制器取出第五条指令，命令输出设备将运算结果输出并打印出来；然后又根据第六条指令，命令全机停止工作。解题结束。

指令码的地址部分可以是单地址，也可以是二地址、三地址等。因此计算机按地址分类就有单地址计算机、二地址计算机及三地址计算机等几种。这里介绍的是单地址计算机的解题过程。多地址计算机解题时的具体过程与此有些差别，但基本原理是一样的。

上述的解题过程更加清楚地说明了电子数字计算机各主要部件的功能及相互之间的关系：控制器是指挥员，它指挥着其他各部分的工作；运算器担任着全部的具体计算；存储器是仓库，存放数和指令；输入器将一系列的数和指令从外部输送至存储器；输出器把计算结果通过一定方式（打印、照相等）显示出来。控制器可以随时从存储器里取出指令，对其他部件发号施令，也可以随时将数送到运算器。电子计算机各个部件之间在控制器的控制下实现了有机的联系。

以上简单介绍了电子数字计算机的工作原理，详细内容将在以后各章一一阐述。

第一章 电子数字计算机中的数制和码制

§ 1.1 进位计数制

同一物理量用不同的单位计量则得到不同的结果，例如2750公尺，公尺可表示为9020呎、275公里、5.5里、1.7哩、1.49浬等等。类似的，同一个数也可以用不同的计数制度来表示它的大小，虽然表示的形式不同，但表达的量可以是相等的。

电子计算机采用二进位计数制。这种计数制和常用的十进制有所区别，本章中要对它进行较详细的讨论。

用一串数字或一串符号表示某个信息时，这串数字和符号就是这信息的编码。电报码是我们经常见到的一种编码。数字是数的编码，当我们写1456时，实际上是写一千四百五十六这数的编码，要表达一个数，至少要指出它的量（也就是数的大小）和正负。表达这两个内容有不同的方法，叫做码制。为了特殊目的，例如为了校正错误、减少错误和便于运算，在电子计算机中常采用特殊的码制。码制的种类很多。本章将择其重要的几种加以说明。

计算机中采用的计算方法是和数制、码制密切联系着的。在讲计算方法以前先要弄清楚各种编码。

1.1.1 十进位计数制

要分析二进位计数制最好先分析我们熟悉的十进位计数制，经过比较，就能明确它们的区别所在。什么是十进位计数制？概括说来就是：

(一)用十个符号表示数。文字上通用的符号是阿拉伯字母0、1、2、3、4、5、6、7、8、9。这些符号叫做数字。

(二)每个单独的数字表示零到九中的一个量，但是在一串数字中间，每一个数字表示的量不仅决定于数字本身，还决定于它所在的位置。如4046中左起第一个4表示四千，第二个4表示四十。或者说从右起第一位是个位，第二位是十位，第三位是百位，第四位是千位。这“个、十、百、千、万……”在数字上叫做权。在一串数字中，每一单独数字表示的量是这个数和权的乘积。

(三)十进位数制的基数是十。当计数时，每一位计到十就向上进一位，也就是逢十进一，或者说，上一位的权是下一位的权的十倍。

四如果用 a 表示任何一个十进位数字，那么一个 n 位的整数 N 可以写成下列形式

$$N = a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + a_{n-2} \cdot 10^{n-2} + \dots + a_1 \cdot 10^1 + a_0 \cdot 10^0$$

对于 n 位的纯小数，它的表示式是

$$N = a_{-1} \cdot 10^{-1} + a_{-2} \cdot 10^{-2} + \dots + a_{-n+1} \cdot 10^{-(n-1)} + a_{-n} \cdot 10^{-n}$$

所以对于既包括整数又包括小数的十进制数，它的通用表示式是

$$N = a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + a_{n-2} \cdot 10^{n-2} + \dots + a_0 \cdot 10^0 + a_{-1} \cdot 10^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot 10^{-m}$$

或者缩写成

$$N = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 10^i$$

1.1.2 二进制数制

以 2 为基数的数制叫做二进制数制。它只用两个符号表示数，即 0 和 1。在一串数字中，上一位的权是下一位的权的 2 倍。所以对于整数，从右往左各位的权是 1、2、4、8、16、32……。把十进制各表示式中的 10 都换以 2，就得到二进制表示式。假设一个二进制数有 n 位整数和 m 位小数，则它的表示式是：

$$N = a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_0 \cdot 2^0 + a_{-1} \cdot 2^{-1} + \dots + a_{-m+1} \cdot 2^{-(m-1)} + a_{-m} \cdot 2^{-m}$$

或者写成

$$N = \sum_{i=-m}^{n-1} a_i 2^i$$

例如 10101101.1011 这个数所表示的量是

$$\begin{aligned} & 1 \times 2^7 + 0 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 \\ & 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} \\ & = 128 + 32 + 8 + 4 + 1 + 0.5 + 0.125 + 0.0625 \\ & = 173.6875 \end{aligned}$$

1.1.3 电子计算机采用二进制的原因

对习惯于十进制的人们来说，二进制并不是一种方便的数制。电子计算机采用这种数制主要理由是：1) 计算机要用电信号表示数字，数字符号愈少，信号就愈简单愈清楚，所以出错的可能性就愈少。在

自然界中任何一个物理状态都有它的对立面，从原则上讲可以用任何两个对立的物理状态表示0和1。例如：用低电位表示0，高电位表示1；无脉冲表示0，有脉冲表示1；磁心的某方向磁化表示0；反方向磁化表示1，纸带上无孔表示0；有孔表示1；指示灯不亮表示0，指示灯亮表示1，等等。因为这两种状态是对立的，所以区别明显，识别容易。一般说来，这种区别是“质”的区别而不是“量”的区别，比如用灯亮表示1并不决定于亮的程度。如果通用十种不同指示灯亮度表示十个数字，可以理解这是很难实现的。2) 二进制的算术运算特别简单，例如一位二进制数A和B的相加和相乘只有四种可能的组合，即：

$$\begin{array}{ll} \text{加:} & 0+0=0 \quad 0+1=1 \\ & 1+0=1 \quad 1+1=0 \text{ (有进位)}; \\ \text{乘:} & 0\times 0=0 \quad 0\times 1=0 \\ & 1\times 0=0 \quad 1\times 1=1 \end{array}$$

而一位十进制数的相加和相乘，却各有一百种可能的组合，计算机要实现这逻辑势必要用非常庞大的线路。

由此可见，用二个符号表示数的制度（包括下面要讲的二—十进制）对电子计算机是种很方便的数制。回顾计算技术的发展历史，采用二进制是一项重大的技术改进，可以说没有二进制就没有现代的电子计算机。

1.1.4 二——八缩写

为了便于阅读，当书写一个较长的十进制数时，时常每四位或每三位联成一组，中间用空白或“，”号隔开，例如：

$$\begin{array}{l} 8164 \quad 3250 \quad 2000 \\ 8164, 3250, 2000 \end{array}$$

四位十进制能表示一万个数，所以右起第二组实际上是“万”位，第三组是“亿位”。这样一划分，这个数的大小不但能一眼看出而且还可以顺口念出。例如上面的数是8164亿3250万2千。

英美的计数制中有千而没有万（万用10千表示），所以他们把三位数联成一组，按千、兆、千兆的方式进位。

二进制数经常是很长的。即使是小型计算机，字长也很少小于16位。所以数的书写和口读都不方便。也可以采用十进制中的方法把三位和四位数字联成一组，每组中有8个或16个数。书写和口读时，用这组的十进制数代替原来的二进制数。例如

1, 011, 101, 010, 111, 100, 110, 也
可写成或读成 1 3 5 2 7 4 6。
这叫做二——八缩写，有些书籍中叫做二——八进制。

1.1.5 二——十六缩写

如把四个二进制数联成一组。每组可表示16个数。其中0到9可用十进制的字母，9以上还需要6个符号来表示10——16这六个数。现在通用二种表示法，一种用字母A B C D E F，一种用 $\overline{0}$ $\overline{1}$ $\overline{2}$ $\overline{3}$ $\overline{4}$ $\overline{5}$ ，见表1.1.1。如0101, 1001, 1011, 1100, 1000可写成59B C 8或59 $\overline{1}$ 28。

表1.1.1 二——十六缩写中大于九的数的表示法

二进制数	1010	1011	1100	1101	1110	1111
十进制数	10	11	12	13	14	15
符号	A $\overline{0}$	B $\overline{1}$	C $\overline{2}$	D $\overline{3}$	E $\overline{4}$	F $\overline{5}$

§ 1.2 二进制数和十进制数的转换

事物总是一分为二的。二进制用在计算机中，虽然体现出优越性，但在其它科技范围内我们接触的数都是十进制数，要想用计算机去处理这些数就存在着怎样把它转换成二进制数的问题。同样，计算机得出的二进制结果也要转换成十进制数才能被人接受。这两项工作通常是靠计算机自己进行的。下面介绍二——十转换和十——二转换的原理，实际上任何基数的两种数制都可以用相似的方法进行转换。

1.2.1 十——二转换

(一)十进制整数的二进制转换——采用连续除以2而记录其余数的方法。设N是要转换的十进制整数，当它已经转换成n位二进制数时，可写出下列等式

$$N = a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + a_{n-2} \cdot 2^{n-2} + \dots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0.$$

把等号两边都除以2，得到商和余数，商和余数都是整数，

$$\frac{N}{2} = \underbrace{(a_{n-1}2^{n-2} + a_{n-2}2^{n-3} + \dots + a_12^0)}_{Q_1} + \text{余数}(a_0)$$

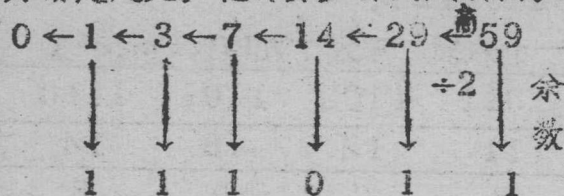
上式中括弧内是商 Q_1 ，余数正是我们要求的二进制的最低位 a_0 。然后再把商 Q_1 除以2，得到

$$\frac{Q_1}{2} = \underbrace{(a_{n-1}2^{n-3} + \dots + a_22^0)}_{Q_2} + \text{余数}(a_1)$$

这次的余数是二进制数的次低位 a_1 。按这步骤一直进行到 $Q_n = 0$ 为止。

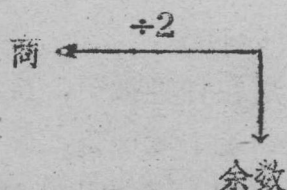
例 1.2.1 把十进制的59转换成二进制数

解 为清楚起见，把计算步骤列成线图。



111011 即十进制的59。

为便于记忆，把计算步骤简化成下列图形。



(二)十进制小数的二进制转换——采用连续乘以2而记录其乘积中整数的方法。设 N 是个十进制小数，它相应的二进制数共有 m 位，则

$$N = a_{-1}2^{-1} + a_{-2}2^{-2} + \dots + a_{-m}2^{-m}$$

把等号两边都乘以2，得到整数部分 a_{-1} 和小数部分 F_1 ，即

$$\begin{aligned} 2N &= a_{-1} + (a_{-2}2^{-1} + \dots + a_{-m}2^{-m+1}) \\ &= a_{-1} + F_1 \end{aligned}$$

整数部分正是所要求的二进制的最高位。然后再把 F_1 乘以2，得到

$$\begin{aligned} 2F_1 &= a_{-2} + (a_{-3}2^{-1} + \dots + a_{-m}2^{-m+2}) \\ &= a_{-2} + F_2 \end{aligned}$$

整数 a_{m-1} ，就是二进制数的次高位，这步骤一直进行下去到 $F_m=0$ 为止。

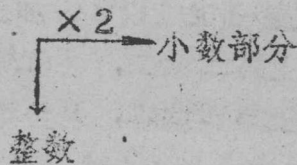
例 1.2.2 把十进制小数 0.625 转换成二进制小数。

解

$$\begin{array}{ccccccc} & & \text{小数部分} & & & & \\ 0.625 & \xrightarrow{\times 2} & 0.25 & \xrightarrow{\times 2} & 0.5 & \xrightarrow{\times 2} & 0 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \\ 1 & & 0 & & 1 & & \end{array}$$

101 即十进制的 0.625。

计算步骤可简化成下列图形



1.2.2 二——十转换

(一) 二进制整数的十进制转换——设 N 是个六位的二进制整数，其表示式是

$$N = a_5 \cdot 2^5 + a_4 \cdot 2^4 + a_3 \cdot 2^3 + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0.$$

如果把上式改写成

$$N = ((a_5 \cdot 2 + a_4) \cdot 2 + a_3) \cdot 2 + a_2) \cdot 2 + a_1) \cdot 2 + a_0.$$

就可以按上述步骤转换成十进制，即

1. 从最高位开始，把最高位乘以 2，加上次高位，令其结果为 M_1 。

2. 把 M_1 乘以 2，加上第三位。结果为 M_2 。

3. 把 M_2 乘以 2，加上第四位。结果为 M_3 。照此方法一直进行到加 a_0 最低位为止。

4. 最后得到的十进制数就是所要求的十进制转换。

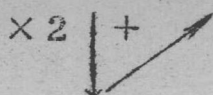
例 1.2.3 把 10111 转换成十进制数。

解

$$\begin{array}{ccccccc} & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & = 23 \\ \times 2 & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \\ & 2 & 4 & 10 & 22 & & \end{array}$$

10111 即十进制的 23。

为便于记忆，计算步骤可简化成下图：



(二) 二进制小数的十进制转换——设 N 是一个四位的二进制小数，它的表示式是

$$N = a_{-1} \cdot 2^{-1} + a_{-2} \cdot 2^{-2} + a_{-3} \cdot 2^{-3} + a_{-4} \cdot 2^{-4}$$

把上式改写成

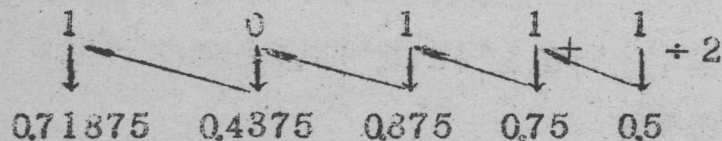
$$N = 2^{-1} \{ a_{-1} + 2^{-1} [a_{-2} + 2^{-1} (a_{-3} + a_{-4} \cdot 2^{-1})] \}$$

就可以看出，用连续除以 2 的方法就能得到它的十进制转换。其步骤是：

1. 从最低位开始，把最低位除以 2，加上次低位，令其结果为 R_1 。
2. 把 R_1 除以 2，加上第三位，其结果为 R_2 。
3. 把 R_2 除以 2，加上第四位，其结果为 R_3 。照此方法一直进行到最高位（小数点后第一位）被 2 除为止。
4. 最后得到的十进制小数就是要求的结果。

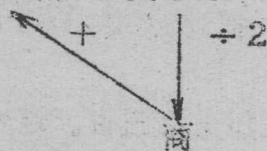
例 1.2.4 把 10111 转换成十进制小数。

解



10111 即十进制的 0.71875。

为便于记忆，计算步骤可简化成下图：



练习题

1.2.1 把下列十进制数转换成二进制数：

17 35 63 75 84 114 147 160 258

0.575 0.6375 0.75 0.8

(注：要求准确到小数点后五位)

1.2.2 把下列二进制数转换成十进制数：

11100111 10101010 .0101 .1001 .0011

1.2.3 转换方法小结

不论是二——十转换还是十——二转换，其整数部分和小数部分都采用不同的转换方法。所以一个数如包括整数和小数两部分，必须分开进行转换。不要误认为一个整数和一个小数如果形式一样，转换后其形式也一样。例如10111是十进制的23，但.10111却不是十进制的0.23；19是二进制的10011，但Q.19却不是二进制的.10011。

从初等数学中我们知道：任何有限位的小数都能用分数表示，例如 $1/3$ 就是这样。两种数制的转换也存在类似情况。一个二进制小数，能够完全准确地转换成十进制小数，但是一个十进制小数，却时常不能完全准确地转换成二进制小数。例如十进制的Q.1如转换成二进制则成为

$0.1 = .000\ 110\ 011\ 001\ 100\ 110\ 011\ 001\ 100\ \dots$
这转换一直进行下去以至无穷。

不能用有限位的二进制小数去表示任意有限位的十进制小数，是二进制的一个缺点。对于一般科学计算，这缺点是可以容忍的。因为科学计算多少都具有近似计算的性质，任意一角的三角函数，个别角度除外，即使精确到小数点后十位也还是近似值。只要位数愈多，误差就愈小。例如在十进制的Q.1转换成二进制这一例中，如取32位有效数字，则最大误差不会超过 $1/2^{32} \approx 10^{-10}$ ，这样的误差在绝大多数的科学计算中都是允许的。可是对于会计一类的计算，这缺点就常造成困难。会计计算是以元做单位，所以角和分要用Q.1元和0.01元表示，一般要求在分值上必须完全准确。如采用二进制计算，就不得不用分做单位，把一元看做100分，实际上就是把一切数都看成整数。这种方法虽然可行，但不方便。所以，为这种用途设计的计算机多采用二进制编码的十进制数进行计算。

通过以上的例题和习题，可以体会到两个进制之间的转换是十分繁琐的工作。虽然计算机自己能进行转换，但如果原始数据很多而对数据的计算却很简单，像一般会计计算那样，那么计算机的工作时间势必大部分要被转换占用。从提高这类机器的效率出发，也以采用二进制编码的十进制运算为宜。

§ 1.3 码制

1.3.1 二进制中正负数的表示法

我们都熟悉十进制正负数的表示法，即在数的前面加上正号或负号，正号通常都被省略。这种表示法叫做符号——数量表示法，符号表示正负，数字表示数的大小，也就是数的量。二进制也可以用同样方法，如+101，-1001等等。这种表示法在笔算和书写时是可行的。可是计算机只能识别0和1两个符号，所以如用在计算机上，符号也必须用0和1编码。一般规定用0表示正数，1表示负数。因为符号和数字在外观上没有区别，如未在一组编码中不明确规定符号的位置，符号和数就会混淆。在绝大多数计算机中，都把符号位放在左起第一位。例如字长是16位，则-11这个二进制数是

1000 0000 0000 0011

不论是在寄存器中还是加法器中，只要它是数（不是指令），计算机就按这格式来解释它。

用符号——数量法表示数，在某些计算中并不方便，例如两个正数相减，如果被减数的绝对值小于减数的绝对值，在笔算时总要先记两者颠倒过来再做减法，把求得的差加上一个负号。举例来说：

$55 - 64 = ?$ 笔算时的做法是 $-(64 - 55) = -11$ 。如果用计算机进行同样性质的计算，就必须先比较两个数的绝对值的大小，然后决定是颠倒过来相减还是直接相减，最后在结果前面加上正确的正负号。这种方法虽然可行，但耗费时间又使线路复杂化。因此自然地提出这样的问题：能不能在编码制度上设法而使算法更简单一些？2补码和1补码就是为达目的提出来的。

1.3.2 模

讲补码以前，先介绍模的概念。一个计量器的容量或一个计量单位，叫做模或模数，记做 M 或 mod 。一个 n 位的二进制计数器，它的模是 2^n 。设 $n = 8$ ，则 $M = 2^8 = 256$ 。这计数器能计的最大数是 $256 - 1 = 255$ ，即11111111，它最多能计256个数，从0到255。这时如再计入1，计数器就变成00000000，而在最高位溢出了一个1，溢出的量相当于模 2^8 。因为有溢出，所以计数器中的数就不是正确结果。又如一个普通时钟以12小时为模，如果记12