

KEY TO
FUNDAMENTALS OF
PHYSICS

基本物理學習題解答

David Halliday
Robert Resnick 原著

王秉賢 鮑孟蓀
吳浩 陳顯榮 合譯

第四冊

好時年出版社印行

HF-900 7/13/50
(1-4)

- ☐ 出版：好時年出版社 • 北角清華街八〇二號十二樓
- ☐ 發行：香港文利出版社 • 香港海康街二〇號四樓
- ☐ 印刷：大華印刷廠 • 九龍偉晴街七十號地下

版權所有 • 翻印必究

Published & Printed in Hong Kong 定價：H. K. \$73.35

譯 者 序

哈立德與雷斯尼克合著之“物理學”(physics)一書以往為各大專院校所普遍採用之教材，唯鑒於內容過重，往往教學時間不敷，復經修訂，精簡裁併，更名為“基本物理學”(Fundamentals of Physics)。以觀念的樹立為主體，輔以習題配合重點，易於融會貫通，是改編後最大特色。

譯者根據本身求學的經驗，最迫切需要者，就是能手持一冊健全的譯本與詳盡的習題解答以供翻閱，無論對學習的信心與觀念的建立都能有效地加強，乃着手整理翻譯，將原書分成譯本與解答計單行本八冊、合訂本四冊。全書分四部分，由對本科具有深度素養的專人分別負責，於含糊籠統處，力求鞭辟入其精髓，期使讀者收事半功倍之效。且譯文解答可前後對照，附以詳細圖示及列式，一眼即能觸類旁通，迅速樹立正確統一的觀念，訓練正確的思考過程；這也正是原書所一直要表現的精神。

然譯者才疏學淺，雖是謹慎從事，個人學識經驗有不逮處，難免疏漏，尚祈各界賢達不吝賜教是幸。

譯者 謹識

*哈立德(David Halliday)與雷斯尼克(Robert Resnick)合著物理學，紐約懷利公司(Wiley)1966年出版。

基本物理學習題解答

第 四 冊

目 次

第三十四章	電磁振盪.....	1
第三十五章	電磁波.....	13
第三十六章	幾何光學.....	35
第三十七章	干 涉.....	61
第三十八章	繞射、光柵和光譜	75
第三十九章	光與量子物理學.....	99
第 四 十 章	波動和粒子.....	121

第三十四章 電磁振盪

Electromagnetic Oscillations

34-1 有一 10 毫亨的電感器及 5.0 和 2.0 微法的二電容器，將這些元件以各種方法結合可得什麼振盪頻率？

解 已知 $C_1 = 5$ 微法拉， $C_2 = 2$ 微法拉， $L = 10$ 毫亨利。

此三種元件可有四種接法：

(i) 如圖 $C = C_1 = 5$ 微法拉，

$$\begin{aligned}\text{由公式 } f &= \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(10 \times 10^{-3}) \times (5 \times 10^{-6})}} \\ &= 710 \text{ 週/秒}.\end{aligned}$$

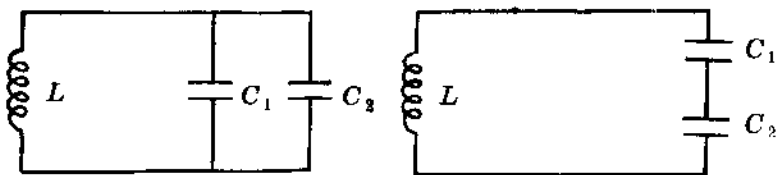


(ii) $C = C_2 = 2$ 微法拉，

$$\begin{aligned}\text{則 } f &= \frac{1}{2\pi\sqrt{(10 \times 10^{-3})(2 \times 10^{-6})}} \\ &= 1100 \text{ 週/秒}.\end{aligned}$$

(iii) $C = C_1 + C_2 = 5 + 2 = 7$ 微法拉，

$$\begin{aligned}\text{則 } f &= \frac{1}{2\pi\sqrt{(10 \times 10^{-3})(7 \times 10^{-6})}} \\ &= 600 \text{ 週/秒}.\end{aligned}$$



$$(iv) \quad C = \frac{1}{1/C_1 + 1/C_2} = \frac{1}{1/5 + 1/2} = \frac{10}{7} \text{ 微微法拉,}$$

$$\text{則} \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{(10 \times 10^{-6})(10/7 \times 10^{-6})}} \\ = 1300 \text{ 週/秒.}$$

34-2 有一 1.0 毫亨的電感器，你如何使它以 1.0×10^6 週/秒振盪？

解 已知 $L = 1$ 毫亨利， $f = 1 \times 10^6$ 週/秒。

$$\text{由公式} \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

$$\text{即} \quad LC = \frac{1}{4\pi^2 f^2},$$

$$\text{所以} \quad C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L} = \frac{1}{4\pi^2 (10^6)^2 (10^{-3})} \\ = 25 \text{ 微微法拉.}$$

34-3 一可變電容器的變化範圍為 $10 \sim 365$ 微微法拉，一線圈結合以調諧一調幅收音機的輸入。(a)此電容器可調諧的最大與最小頻率的比為何？(b)如果此電容調諧的範圍從 0.54×10^6 到 1.60×10^6 週/秒，則(a)中的比將太大。現在將一(墊枕)電容與可變電容器並聯以校正其範圍。欲在所需的範圍內調整，則所加的電容器與電感器應多大？

解 (a) $C_{\min} = 10$ 微微法拉， $C_{\max} = 365$ 微微法拉，

$$\text{由公式} \quad f_{\min} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{\max}}}, \quad f_{\max} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_{\min}}},$$

$$\text{則} \quad \frac{f_{\max}}{f_{\min}} = \sqrt{\frac{C_{\max}}{C_{\min}}} = \sqrt{\frac{365}{10}} \\ = 6:1.$$

(b) 設所增加之並聯電容器為 C' 微微法拉，

$$f_{\min} = 0.54 \times 10^5 \text{ 週/秒}, f_{\max} = 1.6 \times 10^5 \text{ 週/秒}.$$

$$\text{由(a)} \quad \sqrt{\frac{C' + 365}{C' + 10}} = \frac{1.6 \times 10^5}{0.54 \times 10^5} = 2.95,$$

$$\text{即} \quad \frac{C' + 365}{C' + 10} = (2.95)^2 = 8.7,$$

$$\text{則} \quad C' = 36 \text{ 微微法拉}.$$

$$\text{又公式} \quad f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}},$$

$$\text{即} \quad LC = \frac{1}{4\pi^2 f^2},$$

$$\text{所以} \quad L = \frac{1}{4\pi^2 f^2 C},$$

$$\text{其中} \quad f = f_{\min}, \quad C = 365 + 36 = 401 \text{ 微微法拉},$$

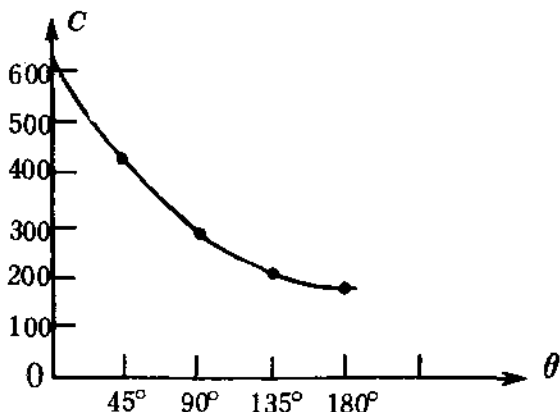
$$\begin{aligned} \text{故} \quad L &= \frac{1}{4\pi^2 (0.54 \times 10^5)^2 (401 \times 10^{-12})} \\ &= 0.22 \text{ 毫亨利}. \end{aligned}$$

34-4 一電感加於一可由旋扭調整電容量的可變電容器，希望其 LC 振盪頻率改變量正比於此旋扭轉動的角度，當其角度轉動 180° 時，其頻率由 2×10^5 週/秒變動到 4×10^5 週/秒，如果 $L = 1.0$ 毫亨，繪出在 180° 轉動中， C 以角度為變數之函數圖形。

解 由 $\Delta f = R \Delta \theta$, $L = 1$ 毫亨利,

$$C = \frac{1}{4\pi^2 f^2 L},$$

θ	0°	45°	90°	135°	180°
f (週/秒)	2×10^5	2.5×10^5	3×10^5	3.5×10^5	4×10^5
C (微微法拉)	630	410	280	210	160



34-5 一 LC 振盪電路有一 0.0010 微法的電容和一 3.0 毫亨之綫圈，其峰值為 3.0 伏，(a) 電容上的最大電荷量為何？(b) 電路上的最大電流為何？(c) 線圈內以磁場形式儲存的最大能量為何？

解 由已知 $C = 0.001$ 微法拉， $L = 3$ 毫亨利， $V_m = 3$ 伏特。

$$(a) \quad q_m = CV_m = (0.001 \times 10^{-6})(3) \\ = 3 \times 10^{-9} \text{ 庫倫。}$$

$$(b) \quad \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C} = \frac{1}{2} Li_m^2, \\ i_m = \frac{q_m}{\sqrt{LC}} = \frac{3 \times 10^{-9}}{\sqrt{(3 \times 10^{-3})(0.001 \times 10^{-6})}} \\ = 1.73 \times 10^{-3} \text{ 安培。}$$

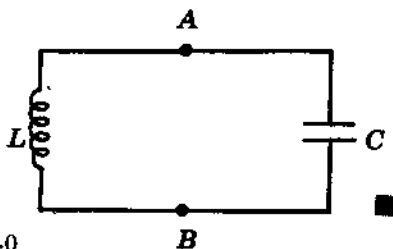
$$(c) \quad U_m = \frac{1}{2} Li_m^2 = \frac{1}{2} (3 \times 10^{-3})(1.73 \times 10^{-3})^2 \\ = 4.5 \times 10^{-9} \text{ 焦耳。}$$

34-6 由迴路定理導出 LC 電路的微分方程式 (由式 34-5)。

解 由圖所示， A 、 B 兩點間之電位差為 $\frac{q}{C}$ ，或 $-L \frac{di}{dt}$

$$\text{則} \quad \frac{q}{C} = -L \frac{di}{dt},$$

$$\begin{aligned} \text{因} \quad i &= \frac{dq}{dt}, \\ \text{所以} \quad \frac{q}{C} &= -L \frac{d}{dt} \frac{dq}{dt}, \\ \text{即} \quad L \frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{1}{C} q &= 0. \end{aligned}$$



34-7 求出一充電到 300 伏特的 1.0 微法的電容器上的電荷量。

解 由已知 $C = 1$ 微法, $V = 300$ 伏特。

$$\text{可得} \quad U_s = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} (1 \times 10^{-6}) (300)^2$$

$$= 4.5 \times 10^{-2} \text{ 焦耳。}$$

34-8 在 15×10^{-3} 秒內使一 4.0 亨利的電感上之電流由 0 升高到 20 安培, 其平均的供給能量為若干?

$$\text{解 因} \quad \Delta U_s = \frac{1}{2} Li^2 - \frac{1}{2} Li_0^2 = \frac{1}{2} (4)(20)^2$$

$$= 800 \text{ 焦耳。}$$

$$\text{則可得} \quad P = \frac{\Delta U_s}{\Delta t} = \frac{800}{15 \times 10^{-3}}$$

$$= 5.33 \times 10^4 \text{ 瓦特。}$$

34-9 例題 4 的電容, 其半徑 $R = 3.0$ 厘米, 距離為 0.50 厘米, 如電容接上一 60 週 100 伏之電源時, 在 $r = R$ 處之 B 的峰值為何?

解 由已知 $V = 100$ 伏特, $d = 0.5$ 厘米 $= 0.5 \times 10^{-2}$ 米, $f = 60$ 週。

$$\text{因} \quad E = \frac{V}{d} = \frac{100}{0.5 \times 10^{-2}} \cos 120\pi t,$$

$$\text{則} \quad \frac{dE}{dt} = -\frac{12000}{0.5 \times 10^{-2}} \sin 120\pi t,$$

$$= -7.54 \times 10^6 \sin 120\pi t,$$

由例題 4 得知

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 \epsilon_0 R \frac{dE}{dt}, \text{ 其中 } R = 3 \text{ 厘米} = 3 \times 10^{-2} \text{ 米,}$$

$$\begin{aligned}\text{所以 } B_m &= \frac{1}{2} (4\pi \times 10^{-7}) (8.85 \times 10^{-12}) (3 \times 10^{-2}) (7.54 \times 10^6) \\ &= 1.4 \times 10^{-12} \text{ 韋伯/米}^2.\end{aligned}$$

34-10 — LC 電路中的電感為 1.5 毫亨, 其儲存的最大能量為 1.0×10^{-5} 焦耳, 其電流的峰值為何?

解 由題知 $L = 1.5$ 毫亨利, $U_m = 1 \times 10^{-5}$ 焦耳.

$$\text{因 } U_m = \frac{1}{2} L i_m^2,$$

$$\begin{aligned}\text{所以 } i_m &= \sqrt{\frac{2U_m}{L}} = \sqrt{\frac{2 \times 1 \times 10^{-5}}{1.5 \times 10^{-3}}} \\ &= 1.2 \times 10^{-1} \text{ 安培}.\end{aligned}$$

34-11 LC 電路中有一未充電的 4.0 微微法之電容, 如果充電的最大電流為 5.0×10^{-2} 安培, 最後電壓為 1.0×10^3 伏特, 則需時多少才能完成此充電工作?

解 由 $C = 4 \times 10^{-12}$ 法拉, $V = 1 \times 10^3$ 伏特,
 $i_m = 5 \times 10^{-2}$ 安培,
 $q_m = CV = (4 \times 10^{-12} \times 1 \times 10^3) = 4 \times 10^{-9}$ 庫侖,

$$\text{因 } \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C} = \frac{1}{2} L i_m^2,$$

$$\text{則 } \frac{1}{LC} = \frac{i_m^2}{q_m^2},$$

$$\text{又 } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{i_m}{q_m},$$

$$\begin{aligned}\text{所以 } t &= \frac{\pi}{2\omega} = \frac{\pi q_m}{2 i_m} = \frac{\pi (4 \times 10^{-9})}{2 (5 \times 10^{-2})} \\ &= 1.3 \times 10^{-13} \text{ 秒}.\end{aligned}$$

34-12 證明 $\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ 的單位為電流。

解 由 $\Phi_E = EA = \left(\frac{\text{牛頓}}{\text{庫侖}} \right) (\text{米}^2),$

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{\text{牛頓} \cdot \text{米}^2}{\text{庫倫} \cdot \text{秒}},$$

$$\text{又} \quad \epsilon_0 = \frac{\text{庫倫}^2}{\text{牛頓} \cdot \text{米}^2},$$

$$\text{可得} \quad \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \frac{\text{庫倫}^2}{\text{牛頓} \cdot \text{米}^2} \frac{\text{牛頓} \cdot \text{米}^2}{\text{庫倫} \cdot \text{秒}} = \frac{\text{庫倫}}{\text{秒}}.$$

$$\text{故} \quad \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \text{ 具有電流的因次。}$$

34-13 一20微微法的電容器的瞬間電壓峰值為 1.4×10^{-3} 伏/秒，求出其對應位移電流。

$$\text{解} \quad \text{由題知} \quad C = 20 \times 10^{-12} \text{ 法拉}, \left(\frac{dV}{dt} \right)_m = 1.4 \times 10^{-3} \text{ 伏特/秒}.$$

$$\begin{aligned} \text{所以} \quad i_d &= C \frac{dV}{dt} = (20 \times 10^{-12})(1.4 \times 10^{-3}) \\ &= 2.8 \times 10^{-14} \text{ 安培}. \end{aligned}$$

34-14 例5中，當 $r < R$ 時，證明其位移電流密度 j_d 為

$$j_d = \epsilon_0 \frac{dE}{dt}.$$

解 由位移電流之定義得

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt},$$

$$\text{因} \quad \phi_E = \pi r^2 E,$$

$$\text{則} \quad i_d = \epsilon_0 \frac{d(\pi r^2 E)}{dt} = \epsilon_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt},$$

$$\text{所以} \quad j_d = \frac{i_d}{A} = \frac{i_d}{\pi r^2} = \epsilon_0 \frac{dE}{dt}.$$

34-15 證明一平行平板電容的位移電流可寫成

$$i_d = C \frac{dE}{dt}.$$

$$\text{解} \quad \text{由} \quad \Phi_E = EA = \frac{V}{d} A,$$

$$\text{所以 } i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 \frac{d}{dt} \left(A \frac{V}{d} \right) = \epsilon_0 \frac{A}{d} \frac{dV}{dt} .$$

由式 30-7 得知

$$C = \epsilon_0 \frac{A}{d} ,$$

$$\text{故 } i_d = C \frac{dV}{dt} .$$

34-16 有一 1.0 微法之電容，如何使在兩平板間建立一 1.0 安之（瞬間）電流？

解 由題知 $C = 1.0$ 微法拉， $i_d = 1.0$ 安培。

$$\text{因 } i_d = C \frac{dV}{dt} ,$$

$$\text{即 } 1.0 = (1.0 \times 10^{-6}) \frac{dV}{dt} ,$$

$$\text{可得 } \frac{dV}{dt} = 1.0 \times 10^6 \text{ 伏特/秒} .$$

因此當兩板間電壓的變化率為每秒 1.0×10^6 伏特時，可得 1.0 安培之位移電流。

34-17 在例 4 中，考慮 $r < R$ 及 $r > R$ 時，流經半徑為 r 之同心圓迴路的位移電流如何隨 r 變化。

$$\text{解 由 } i_d = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 A \frac{dE}{dt} ,$$

$$\text{當 } r < R \text{ 時, } A = \pi r^2 ,$$

$$\text{所以 } i_d = \epsilon_0 \pi r^2 \frac{dE}{dt} .$$

$$\text{當 } r > R \text{ 時, } A = \pi R^2 ,$$

$$\text{則 } i_d = \epsilon_0 \pi R^2 \frac{dE}{dt} .$$

34-18 由式 34-10 算出光速 C 之值。

解 由式 34-10 知

$$C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} ,$$

$$\text{因 } \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7},$$

$$\frac{1}{\epsilon_0} = 4\pi \times 9 \times 10^9,$$

$$\text{則可得 } C = \sqrt{\frac{1}{4\pi \times 10^{-7} (4\pi \times 9 \times 10^9)}}$$

$$= 3 \times 10^8 \text{ 米/秒.}$$

34-19 考慮在 $r < R$ 及 $r > R$ 之下，收集並列出下列四數量的表示方法。抄下各數量的導法，並研究圓柱形對稱下的馬克斯威方程式。

(a) 半徑為 R 的長導線，當電流為 i 時的 $B(r)$ 。(請看 30-2 節)

(b) 半徑為 R 的帶電長的均勻圓柱之 $E(r)$ 。(請看 24-6 節)

(c) 半徑為 R 之圓形平行平板電容，當 E 以等比率改變時產生的 $B(r)$ 。(請看 34-4 節)。

(d) 半徑為 R 之圓柱形區域內，均勻磁場 B 以等比率改變時產生的 $E(r)$ 。(請看 31-5 節)

解

	$r < R$	$r > R$
(a)	$B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}$	$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$
(b)	$E = \frac{\lambda r}{2\pi \epsilon_0 R^2}$	$E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}$
(c)	$B = \frac{1}{2} \mu_0 \epsilon_0 r \frac{dE}{dt}$	$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt}$
(d)	$E = -\frac{1}{2} r \frac{dB}{dt}$	$E = -\frac{1}{2} \frac{R^2}{r} \frac{dB}{dt}$

$$\begin{aligned} \text{(a) 由 } \oint B \cdot dl &= \mu_0 i \\ \text{當 } r < R \text{ 時,} \\ B(2\pi r) &= \mu_0 i \left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2} \right), \end{aligned}$$

$$\text{則 } B = \frac{\mu_0 i r}{2\pi R^2}$$

$$\text{當 } r > R \text{ 時,}$$

$$B(2\pi r) = \mu_0 i,$$

則 $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}.$

(b) 由 $\epsilon_0 \oint E \cdot ds = q = \lambda h,$

當 $r < R$ 時,

$$\epsilon_0 E(2\pi r h) = \lambda \left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2} \right) h = \lambda \left(\frac{r}{R} \right)^2 h,$$

則 $E = \frac{\lambda r}{2\pi \epsilon_0 R^2}.$

當 $r > R$ 時,

$$\epsilon_0 E(2\pi r h) = \lambda h,$$

則 $E = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0 r}.$

(c) 由 $\oint B \cdot dl = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt},$

當 $r < R$ 時,

$$B(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 (\pi r^2) \frac{dE}{dt},$$

則 $B = \frac{1}{2} \mu_0 \epsilon_0 r \frac{dE}{dt}.$

當 $r > R$ 時,

$$B(2\pi r) = \mu_0 \epsilon_0 (\pi R^2) \frac{dE}{dt},$$

則 $B = \frac{\mu_0 \epsilon_0 R^2}{2r} \frac{dE}{dt}.$

(d) 由 $\oint E \cdot dl = - \frac{d\phi_B}{dt},$

當 $r < R$ 時,

$$E(2\pi r) = - (\pi r^2) \frac{dB}{dt},$$

則 $E = - \frac{1}{2} r \frac{dB}{dt}.$

當 $r > R$ 時,

$$E(2\pi r) = -(\pi R^2) \frac{dB}{dt},$$

$$\text{則 } E = -\frac{1}{2} \frac{R^2}{r} \frac{dB}{dt}.$$

34-20 在圖 34-6 中, 900 微法的電容原充電到 100 伏特, 而 100 微法的電容並未充電, (a) 詳述如何正確的使用 S_1 和 S_2 使 100 微法的電容充電到 300 伏特。(b) 詳述類似此題之質點-彈簧力學系統之情形。

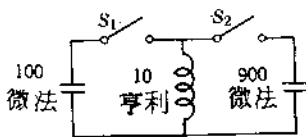


圖 34-6

解 (a) $C_1 = 100$ 微法拉, $C_2 = 900$ 微法拉,
 $L = 10$ 亨利, $V_2 = 100$ 伏特。

先將 S_2 閉合 $\frac{1}{4}$ 週期

$$\frac{T_2}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{LC_2} = 0.15 \text{ 秒}.$$

$$\text{則 } \frac{1}{2} Li_m^2 = \frac{1}{2} \frac{q_m^2}{C} = \frac{1}{2} C_2 V_2^2$$

然後再迅速閉合 S_1 , 同時啓開 S_2 ;

待 S_1 閉合 $\frac{1}{4}$ 週期

$$\frac{T_1}{4} = \frac{\pi}{2} \sqrt{LC_1} = 0.05 \text{ 秒},$$

再打開 S_1 ,

$$\text{則 } \frac{1}{2} C_1 V_1^2 = \frac{1}{2} Li_m^2 = \frac{1}{2} C_2 V_2^2,$$

$$\text{可得 } V_1 = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} V_2 = \sqrt{\frac{900 \times 10^{-6}}{100 \times 10^{-6}}} (100)$$

$$= 300 \text{ 伏特}.$$

(b) 此與質量連接在彈簧上之振動情況類似; 參閱第 7-4 節。

第三十五章 電磁波

Electromagnetic Waves

35-1 (a)距無線電發射機 80 哩處，多久才能測到由天線發出的電波？(b)若此輻射為太陽發出的無線電則如何？(c)若自 - 380 光年遠的星座之無線電源發出的又如何？

$$\begin{aligned}\text{解 (a)} \quad t &= \frac{\text{距離}}{\text{光速}} = \frac{80 \text{ 哩} \times 1609 \text{ 米/哩}}{3 \times 10^8 \text{ 米/秒}} \\ &= 4.3 \times 10^{-4} \text{ 秒}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(b)} \quad t &= \frac{1.49 \times 10^8 \text{ 仟米}}{3 \times 10^8 \text{ 米/秒}} \\ &= 497 \text{ 秒} = 8.3 \text{ 分}.\end{aligned}$$

(c) 需要 380 年的時間。

35-2 不論光源的性質如何，若輻射場中的 E 和 B 不隨 $1/r$ 衰減，則有什麼問題發生？

解 若 E 和 B 並非與 r 成反比，則電力線、磁力線不會沿徑向外而綿延下去，也就是說能量的輸送並非處處沿徑向外，因為能量輸送率不是與 r^2 成反比，而是與 r^{-2} ， r^{-1} ， r^2 成正比。

35-3 進行平面電磁波的位移電流隨空間與時間變化的情形如何？

解 考慮通過 $\triangle S$ 之位移電流 i_d 。

$$i_d = \epsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt} = \epsilon_0 \frac{dE}{dt} \triangle S,$$

$$\text{又} \quad E = E_m \sin(kx - \omega t),$$

$$\text{則} \quad i_d = -\epsilon_0 E_m \omega \cos(kx - \omega t) \triangle S,$$

$$\text{所以} \quad \frac{\partial i_d}{\partial t} = -\epsilon_0 E_m \omega^2 \sin(kx - \omega t) \triangle S,$$