

中华人民共和国高等教育部审定

綜合大学物理專業
教 学 大 綱

(四 年 制)

高等教育出版社

• 中華人民共和國高等教育部一九五六年四月審定

高等数学教学大綱

(綜合大学物理專業用)

目 錄

1. 普通化学教学大綱
2. 高等数学教学大綱
3. 数学物理方法教学大綱
4. 普通物理教学大綱
5. 普通物理实验教学大綱
6. 中級物理实验教学大綱
7. 理論力学教学大綱
8. 热力学与統計物理教学大綱
9. 电动力学教学大綱
10. 量子力学教学大綱
11. 無線电工学基础教学大綱

高等数学教学大纲

I. 緒論

列宁斯大林論科学的抽象性,恩格斯对数学的定义,数学的發展阶段,初等数学和高等数学,数学和自然科学的关系,以及它在物理学中的意义。

II. 数学分析

一、微分与积分

1. 变量与函数关系 实数,变量,函数关系,表示函数的各种方法。初等函数和它的图形。

2. 極限論与連續函数 無穷小量,变量的極限。極限的基本定理。單調有界变量的極限的存在,極限存在的一般判別法(不証)。函数的極限;它与序列極限的联系。当 $x \rightarrow 0$ 时 $\frac{\sin x}{x}$ 的極限。数 e , 自然对数。函数的連續性;連續函数的性質,初等函数的連續性。間断点。無穷小量(無穷大量)的級的比較。

3. 导数与微分 导数概念及定义,导数的基本公式。微分概念,誤差估計。高級导数及高級微分。

4. 应用导数概念研究函数 函数的上升、下降的判別法,弯曲方向,極值。有穷改变量公式,有穷改变量公式的推广。定未定式的法則。函数为常数的条件。

5. 导数在几何上的应用 弧的微分,弧長的概念。切綫及法

綫。曲率,曲率圓,曲率中心,曲率半徑。漸近綫,作圖法。實多項式的根的近似計算,牛頓法,簡單插補法。曲綫的參變方程,曲綫的極坐標方程。

6. 定积分与不定积分 不定积分概念,求不定积分的基本方法及公式。初等函数的积分法,有理函数的积分法,几种重要的超越函数的积分法。定积分的定义。定积分的基本性質,連續函数及分段連續函数的定积分的存在,定积分与不定积分的联系。广义积分。間断的被积函数的积分,無穷限的积分。

7. 定积分概念的应用 定积分的几何应用,簡單的物理应用。定积分的近似計算,辛卜森公式,近似計算公式的准确度的估計。

8. 無穷級数論 数字級数收斂發散的概念,絕對收斂与条件收斂,收斂的基本判別法。級数的运算,泰勒公式及其余项的各种形式,泰勒級数,初等函数的展开式。变項級数,一致收斂性,一致收斂的判別法。变項級数的連續性,逐項积分与逐項微分。幂級数,幂級数的基本特性。复数及其运算,复数的三角表示法,模及幅角,复变数的初等函数,欧拉公式。

9. 多元函数 多元函数的基本概念及定义域,多元函数的極限,連續函数。一級偏导数与全微分,高級导数与高級微分。隱函数。平面曲綫的奇异点。泰勒公式。多元函数的極值,限制極值。

10. 重积分,曲綫积分,广义(反常)积分及依赖于参变量的积分 二重积分及其存在,二重积分的計算,变数的替換,几何应用及物理应用,三重积分及多重积分,重积分的性質,三重积分的計算法,三重积分的变数替換。曲面积分,奧斯特洛格拉斯基-高斯公式。曲綫积分的概念,二重积分与曲綫积分的联系,斯托克斯公

式,曲綫积分与路徑無关性。广义积分,收敛的判別法。依赖于参变量的积分的一致收敛性,連續性,积分法与微分法。广义重积分,尤拉积分。

11. 向量分析及場論 向量的微分法,方向导数。数量場,等量面及梯度。向量場,流量,發散量,旋轉量。势量場,管量場。拉普拉斯运算符在正交坐标系中的表达式。

12. 傅里叶級数及傅里叶积分 函数的傅里叶級数展开式,傅里叶系数。正交函数的級数,正交性。平方逼近法,貝塞尔不等式,傅里叶級数的收敛性,用多項式作連續函数的近似式,完整性的条件,三角函数組的完整性。傅里叶积分的概念。

二、微分方程

1. 可积的一級一次微分方程 可分离变量的方程,齐次方程,綫性方程,及可化为綫性的方程。全微分方程,积分因子。能化为可积的微分方程的物理例題。

2. 一級一次微分方程的近似解法 存在定理概念,尤拉方法,数字积分法概念,依赖于初始值的解。

3. 未解出导数的一級微分方程 n 次的一級微分方程。不显含一个变数的方程。引入参数的一般方法,奇异解。

4. 高級微分方程及方程組 高級微分方程的一般理論。高級方程的可积类型。可降級的方程。微分方程組的一般特性,方程組与高級方程的联系,第一积分。

5. 綫性微分方程 齐次綫性方程的基本特性,非齐次綫性方程。常系数綫性方程及可化为此型的方程。綫性方程組,常系数綫性方程組。綫性方程的幂級数解法。关于綫性方程的逐步逼近法,解的存在及唯一性。

6. 一級偏微分方程 綫性齊次方程, 綫性非齊次方程。非綫性一級方程的概念及其積分法。

三、概率論

1. 概率論基礎 概率的概念。事件, 概率的定義及其計算方法, 概率的相加與相乘公式。條件概率的概念, 獨立性, 全概率公式, 貝叶斯公式。

2. 獨立試驗概型 二項分布律, 正態分布律, 泊松分布律。

3. 統計量 分布函數, 數学期望, 離散度, 觀察誤差分布律。

4. 大數定律 拉普拉斯定理及其應用, 大數定律, 車貝謝夫定理。

參考書

斯米爾諾夫: 高等數學教程(一卷一, 二分冊; 二卷一, 二分冊; 孫念增譯, 作為教科書或主要參考書)。

別爾曼特: 數學解析教程(張理京譯)。

辛欽: 數學分析簡明教程(北京大學數學分析教研室譯)。

菲赫金哥爾茨: 微積分學教程(第一卷, 楊弢亮譯; 第二卷, 北京大學高等數學教研室譯; 第三卷, 路見可譯)。

史捷班諾夫: 微分方程教程(卜元震譯)。

彼得洛夫斯基: 常微分方程論講義(黃克歐譯)。

格涅堅科: 概率論教程(丁壽田譯, 主要參考書)。

龔杰爾, 庫茲明: 高等數學習題集(趙根榕譯)。

吉米多維奇: 數學分析習題集(李榮樑譯)。

III. 几何与代数

一、解析几何

1. 平面上点的坐标与向量 平面笛卡兒直角坐标, 兩点間的距离, 綫段的定比分割。向量的概念, 向量的綫性运算。平面上向量按已知基底的分解, 特殊基底 i, j 。向量在 i, j 坐标軸上的投影。用向量首尾点的坐标表示向量的投影。点的向量半徑, 点的坐标作为其向量半徑的投影。向量的投影与其模数及幅角的关系, 二向量共綫和垂直的条件, 三角形面积。平面上的坐标变换。極坐标。

2. 曲綫的方程 曲綫的方程的概念。二曲綫相交問題。代数曲綫及其次数。

3. 直綫的方程 $A(x-x_0)+B(y-y_0)=0$ 形的直綫方程, 系数 A, B 作为法綫向量的投影。直綫的一般方程, 截距式的直綫方程。直綫的标准方程 $\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}$, 参数 l, m 作为方向向量的投影。过二已知点的直綫方程。直綫的点斜式方程。二直綫間的夾角, 平行和垂直的条件。直綫的法綫式方程, 一点到一直綫的距离。

4. 二次曲綫 橢圓, 双曲綫, 拋物綫在直角坐标系中的标准方程。橢圓, 双曲綫, 拋物綫的几何性質。橢圓, 双曲綫, 拋物綫的極坐标方程。二次曲綫的一般方程。二次曲綫的漸近綫, 二次曲綫的中心。二次曲綫化为最簡單形狀, 二次曲綫的分类。

5. 空間中点的坐标及向量 空間中笛卡兒坐标。向量在坐标軸上的投影, 向量的投影与其模数的关系, 向量的方向余弦。点的坐标作为向量半徑的投影。用向量首尾点的坐标表示向量的投

影。

6. 向量代数 向量的綫性运算。向量按任意基底的分解,按特殊基底 i, j, k 的分解。向量的数量积,向量积,混合积及二重向量积。向量共綫,正交,共面的条件。

7. 空間中的曲面和曲綫方程 曲面方程的概念。代数曲面。用两个方程表示曲綫的方法,曲綫的參变方程。母綫平行于坐标軸的柱面。

8. 平面与直綫的方程 $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ 形的方程,系数 A, B, C 作为法向量的投影。平面的一般方程,截距式的平面方程。平面的法綫式方程,一点至一平面的距离。通过三已知点的平面方程。用两个一次方程表示直綫。直綫的标准方程 $\frac{x-x_0}{l}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{n}$, 参数 l, m, n 作为方向向量的投影。过二已知点的直綫方程。直綫与平面平行及垂直的条件。

9. 二次曲面 二次曲面的概念,二次曲面的标准形式。

二、綫性代数

1. 行列式論及綫性方程組 任意阶的行列式及其基本性質。克蘭姆尔法則。綫性空間的概念。矩陣的定义,矩陣的秩,关于秩的定理。关于綫性方程組相容性的基本定理,齐次方程組的解的基底。綫性方程組理論的几何解釋。

2. 綫性变换 綫性变换及矩陣乘积。矩陣乘积的行列式的定理。已知滿秩矩陣的逆矩陣。关于二矩陣乘积的秩的定理。

3. 二次型及双綫性型 滿秩的綫性变换时二次型的矩陣的秩的不变性。化二次型为平方和。惯性定律。

4. 欧几里得空間 数量积,向量的长度,向量間的角度。布雅可夫斯基-史瓦兹不等式。正交性,正交化手續。

5. 綫性运算符 一般概念及例題。特征值与特征向量。对称运算符的特征向量的完整正交系統的存在。

6. 二次型的特別問題 用正交变换將二次型化为标准形式(变到主軸的問題)。三維空間中二次曲面的分类。同时化两个二次型为平方和。

三、微分几何

1. 曲綫研究的介紹 空間曲綫的向量表示法,以弧長为参数,参变方程在力学上的意义。曲率与撓率。变动三标与三面。富列耐公式。

2. 曲面研究的介紹 曲面上的內在坐标,高斯第一,第二基本二次式。曲面上曲綫的曲率的研究。

参考書

叶菲莫夫: 解析几何簡明教程(胥長辰譯,主要参考書)。

勃立瓦洛夫: 解析几何学(苏步青譯)。

穆斯海里什維利: 解析几何(中山大学几何教研組譯)。

希洛夫: 綫性空間引論。

庫洛什: 高等代数(柯召譯)。

盖尔馮德: 一次代数学(刘亦珩譯)。

斯米尔諾夫: 高等数学教程(三卷一分册,北京大学代数教研組譯;二卷二分册,孙念增譯;主要参考書)。