本講義凡十二期每期有試驗證券一枚務須按期收存以便將來畢業試驗時黏貼試卷裏封面無此證券或證券不完全者概不收閱特此聲明

師範講習社啟

不准轉載

中華民國六年十月廿五初版發行

編輯者　武進莊俞

發行者　師範講習社　上海北河南路北首寶山路

印刷所　商務印書館

總發行所　商務印書館　上海棋盤街中市

分售處　商務印書分館　北京天津保定奉天吉林長春龍江濟南東昌太原開封洛陽西安南京杭州蘭谿吳興安慶蕪湖南昌九江漢口武昌長沙寶慶常德衡州成都瀘縣重慶福州廈門廣州潮州韶州汕頭澳門香港桂林梧州雲南貴陽石家莊哈爾濱新嘉坡

月出一冊　費須先惠

定價表

項目		一冊	六冊	十二冊
定價	現款及兌票	四角	二元二角	四元
	郵票（以一二分及一角者為限）	四角二分	二元三角一分	四元二角
郵費	本國	三分	一角八分	三角六分
	日本	三分	一角八分	三角六分
	外國	一角二分	七角二分	一元四角四分

廣告價目表

等第	地位	一期	三期	六期	十二期
特等	全面	六十元	一百六十二元	三百元	五百元
上等	全面	四十元	一百十元	二百元	三百二十元
	半面	二十四元	六十六元	一百二十元	二百元
普通	全面	二十四元	六十六元	一百二十元	二百元
	半面	十四元	三十八元	七十元	一百二十元
	每行	一元	二元六角	四元八角	八元

凡在本社畢業學員 教育部特准 得受檢定教員試驗

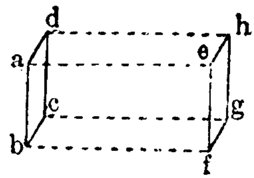
新體
師範講義

第十期目次

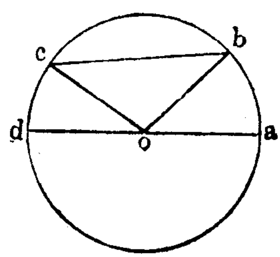
的直線、則圓形爲幾何學的面。

二十六、面之運動　通常面運動時、其路徑常成爲立體。如第三十六圖abcd面、向右運動至 efgh 時、成爲立體 ag。其 a、b、c、d四點之路徑、成爲ae、bf、cg、dh 四線。ab、bc、cd、da、四線之路徑、成爲abfe、adhe、bcgf、cdhg四面。

第　三　十　六　圖



第　三　十　七　圖



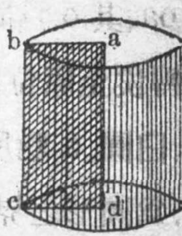
二十七、圓　如第三十七圖、直線 oa、其 o 點固定、而於一平面內旋轉俟至原位置時、成爲一平面形、曰圓。a 點所經之路徑、成一曲線、爲圓形之界、名曰圓周。o 點名曰圓心。自圓周至圓心之直線、名曰半徑、如 oa。自圓周之一點、畫一直線、經圓心而止於圓周之他一點時、此直線名曰直徑。如 ad。不經圓心、而於圓周之二點間、畫一直線時、此直線名曰弦、如bc直線。圓周之一部分、名曰弧、如 bc 曲線。凡直徑必將圓形等分爲二、其各部分曰半圓形。直徑亦必將圓周二等分之、其各部分曰半周。

二十八、圓規　紙上畫圓時、常用圓規、如第三十八圖。其製法、與兩脚規同。將兩脚規之一脚、易以鉛筆或墨水筆、卽成爲圓規。凡持圓規時、宜用食指與大指、無筆之脚宜壓緊紙上、勿使移動。若在黑板或地上畫圓．則常用繩、固定其一端爲圓心、而以他端移動之。畫時繩宜拉緊。

第三十八圖

二十九、圓柱圓錐球　凡直線與其旋轉之軸垂直時、則旋轉之路徑成爲平面形．否則必成曲面。如第三十九圖、長方形 abcd、以 ad 邊爲軸、沿之旋轉時．其對邊 bc 之路徑成爲曲面、而長方形之路徑成爲立體、名曰圓柱。

第三十九圖



如第四十圖、直角三角形 abc、以其直角之一邊ac爲軸、沿之旋轉時．其直角之對邊 ab 所經之路徑成爲曲面、而直角三角形之路徑成爲立體、名曰圓錐。

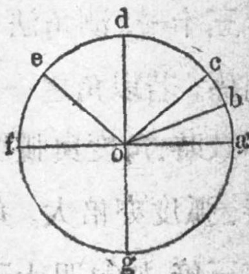
第四十圖

如第四十一圖、半圓形 abc、以其直徑ab爲軸、沿之旋轉時．其半周之路徑成爲曲面、而半圓形之路徑成爲立體、名曰球。

第四十一圖

三十、角之大小　前章第九項云、角爲二直線相交而成。今試以直線之運動解之。如第四十二圖、直線oa運動生圓時、同時又生種種大小不同之角。以oa爲角之一邊、ob或oc爲角之他邊時．則aoc角大於oab角。若他邊在od之位置、而與oa垂直時．則aod 爲直角。若他邊在 oe 之位置、則aoe 角大於直角。如在 of 之位置。則aof成爲直線、名曰平角。若在 og 之位置、則aog 角成爲三直角。若至原位置oa、則所成之角爲四直角、或二平角。

第四十二圖



凡角之小於直角者、曰銳角．如 aob、aoc 等。凡角之大於直角者、曰鈍角、如 aoe。

記角之大小曰度。一直角爲90度。一平角爲 180 度。四直角爲 360 度。度之簡寫法爲 °。如90、度可寫爲90°、180、度

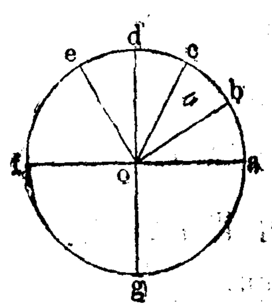
可寫爲180°、360、度可寫爲360°。度之$\frac{1}{60}$曰分。簡寫法爲′。分之$\frac{1}{60}$爲秒。簡寫法爲″。此種記號均宜寫於數字之右肩、如 90°40′36″ 爲 90 度 40 分 36 秒。

凡二個角其和爲 180° 時、二角互爲補角。如第四十二圖之 aoe 及 eof、爲補角。

凡二個角其和爲 90° 時。二角互爲餘角。如第四十二圖之 aoc 及 cod、爲餘角。

三十一、測角法　實際測角之法、利用角及角邊間弧之關係。若以角之一邊、沿其角頂旋轉、俟其與角之他一邊一致時.角度與弧度同增。角度倍大時、弧度亦倍大。角度三倍時、弧度亦三倍。如第四十三圖、aob 角與 boc 角相等、則弦ab必與弦bc相等。試沿 ob 線摺之.則因 aob 角等於 boc 角、故oa線與oc線相一致。又因 oa 與 oc 同爲半徑、故 a 點與 c 點相一致。是以弦ab與弦bc必相一致、而相等。故知在圓心之等角、必於圓周中跨等弧。

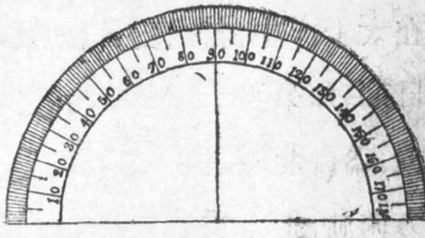
第四十三圖



由此理.知角可用度分秒測定時、弧亦可用度分秒測定之。全圓周爲四直角所跨之弧、故爲 360°. 若知弧之度數、

卽可知圓心角之度數。

第四十四圖



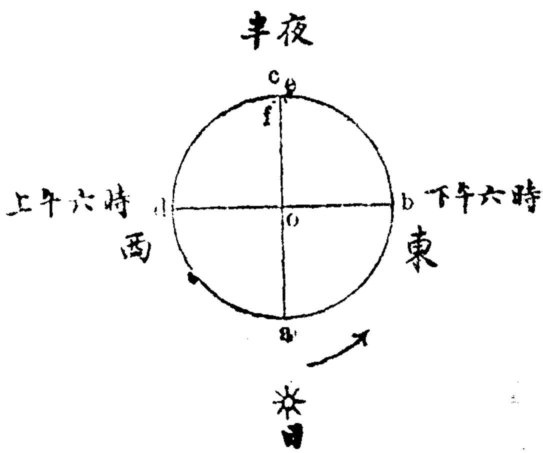
三十二、分度器　作圖時弧或角之度數、常用分度器測之。如第四十四圖、爲半圓形之分度器．用厚紙、明角、或金屬製之。弧邊劃分度數。測時、將分度器之中心置於角頂、以分度器之直徑置於角之一邊．再視他邊與分度器一致之位置、爲若干度。用分度器畫角時、先畫一直線、次將分度器之直徑置於線上、使分度器之角項與線之一端相一致．然後依所定度數、沿分度器之弧作一點．再以此點與角項連之、角卽成。

三十三、經度與時差　地爲球形。在天空中自西向東旋轉。半面向日、爲晝．半面背日、爲夜。旋轉之點爲軸。軸之一端爲北極、他端爲南極。沿地球表面、假定．自北極至南極之線爲經線、二經線之距離曰經度。分爲360°。地球旋轉一週、卽旋轉360°時．共須二十四時。(卽一晝夜)凡在東方之地先見太陽、在西方之地後見太陽。先見太陽者爲時晚、後見太陽者爲時早。

經度之標準爲英國倫敦之格林池天文臺。此處定爲經

度之 0°。向東經 180°、向西經 180°、會於一線。此 180° 之經線在太平洋中、名曰變日線。凡旅行者過此變日線時、須變更日期。如第四十五圖、爲自北極之上方俯視圖。o 爲北極、a 爲 0°、b 爲 0° 東 90° 處、d 爲 0° 西 90° 處、c 爲 180° 處。日光正對 0° 處時、此處爲正午。假定是日爲八月

第四十五圖



三日。則 b 在 a 之東 90°、比 a 先見太陽、已過正午。故爲八月三日之下午六時。自 b 往 c 各處、爲八月三日下午七時、八時、以至八月三日半夜十二時。d 在 a 之西。a 處正午時、d 處尙在上午六時。自 d 往 c 各處、爲八月三日上午五時、四時、以至八月三日半夜之 o 時。(卽八月二日半夜之十二時、)故在 c 點處、稍偏於 cb、則爲八月三日下午之半夜十二時。稍偏於 cd、則爲八月三日上午之半夜 o 時、卽八月二日之半夜十二時。設旅行者自 e 向 f 行時。在 e 處爲八月三日

下午之十二時、至f處變爲八月三日上午之十二時若干分。故此旅行者、途中須經二個八月三日。若反之、自 f 向 e 行時．在f處方爲八月三日上午之o時、(卽八月二日之半夜十二時) 至e處時、已爲八月三日之下午半夜之十二時、過此時爲八月四日之上午。故此旅行者、途中自八月二日半夜、卽至八月四日之上午、而少去八月三日一天。已知每二十四時內、地球旋轉360°。故知每一時內、地球旋轉$\frac{360°}{24}$卽15°．每一分時內、地球轉 15′．每一秒時內、地球轉 15″。是以經度差十五度之地方、其時間必差一時。在東經度處、其所經之時較多．故時較晚。在西經度處、其所經之時較少．故時較早。

例(一)、 兩船在海中相距經度 65°7′30″。兩船之時間、應差若干。 每十五度則差一時、故以15除之、(用非十進諸等除法之方法)

$$
\begin{array}{rrrr}
 & 4 & 20 & 30 \\
15) & 65 & 7 & 30 \\
 & \underline{60} & \underline{300} & \underline{420} \\
 & 5 & 307 & 450 \\
 & & \underline{30} & \underline{45} \\
 & & 7 & 0
\end{array}
$$

答相差四時二十分三十秒。

例(二)、 杭州約在東經120°。倫敦正午十二時、杭州爲何時。 經度差120°、時間應差$\frac{120}{15}$卽8時。倫敦正午時、杭州在其東．故爲下午八時。

例(三)、 紐約在西經 73°58′26″。倫敦下午二時三十分時、紐約爲何時。 先求時差。

$$
\begin{array}{r|rrr}
 & 4 & 55 & 53\frac{11}{15} \\
\hline
15) & 73 & 58 & 26 \\
 & 60 & 780 & 780 \\
\hline
 & 13 & 838 & 806 \\
 & & 75 & 75 \\
\hline
 & & 88 & 56 \\
 & & 75 & 45 \\
\hline
 & & 13 & 11
\end{array}
$$

時差約爲四時五十五分五十四秒。倫敦下午二時三十分、卽十四時三十分。

紐約在其西、故時較早．減之。

$$
\begin{array}{rrrr}
 & 14 & 30 & \\
- & 4 & 55 & 54 \\
\hline
 & 9 & 34 & 6
\end{array}
$$

故紐約爲上午九時三十四分六秒。

例(四)、 北京下午十時、倫敦約下午二時十五分八秒。北京之經度爲何。先用減法、求時差。

10		
2	15	8
7	44	52

卽北京比倫敦晚七時四十四分五十二秒。每時差一秒、經度差15″時.差一分、經度差15′時.差一時、經度差15°。故以 15 乘時差數。(用非十進諸等乘法之方法)

7	44	52
		15
105	220	260
11	44	52
116	660	780
	13	0
	673	
	13	

答在東經一百十六度十三分。

習　題

一、漢口與上海經度差七度。時差若干。

二、蘭州在北京西十二度。北京正午時、蘭州何時。

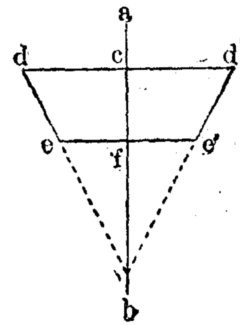
三、倫敦下午一時、蘭州何時。

四、上海正午十二時、倫敦爲上午三時五十四分十二秒。上海之經度幾何。

三十四、軸對稱　如第四十六圖、自d點晝一垂線於ab直線、延長至d′、使cd等於cd′。此時dd′兩點爲ab之對稱點。

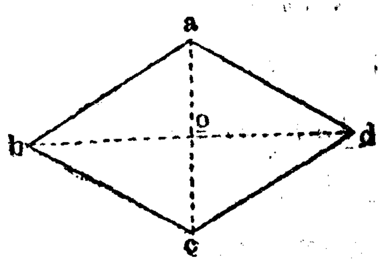
若cd沿c點旋轉、則其長度不變、永垂直於ab。旋至半周時、cd與cd′相一致。故cd線與cd′線爲ab線之對稱線、而ab爲其軸。ee′二點亦爲ab之對稱點。de線與d′e′線對於ab軸、亦爲對稱。蓋沿ab摺時、de與d′e′可一致也。且平面形cdef與平面形cd′e′f爲ab軸之對稱面。若沿ab摺之、則二個平面相一致、而全等。dee′d′之平面卽二個對稱平面之和、名曰對稱形。對稱形者。卽可以一直線二等分之平面形也。其各半對於等分線、必爲對稱。對稱形不僅幾何學中論之。凡建築、及圖案裝飾上均利用之。天然之樹葉、亦一對稱形也。

第四十六圖



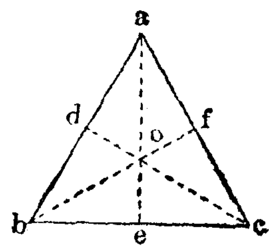
三十五、中心對稱　如第四十七圖、ac與bd相交於o、而互相垂直。oa等於oc、ob亦等於od。此形若以ac爲軸、則三角形abc與三角形adc爲對稱。若以bd爲軸、則三角形abd與三角形cbd爲對稱。故abcd爲二重

第四十七圖



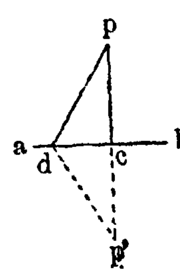
對稱形。試以針、將o點釘之、而將此形旋轉至半周時.則bd二點位置互易、ac二點亦互易位置、而與原形相一致。故o爲二重對稱形之中心。又如第四十八圖、爲一個三角形、三邊相等。於各邊、自其對角作垂線、則三垂線相交於o點。若各各以ae、bf、cd爲軸、則有三種之對稱。故abc爲三重對稱形。試以針、將o點釘之、而將此形旋轉至$\frac{1}{3}$周時.b在c處、c在a處、a在b處、與原形一致。再旋$\frac{1}{3}$周亦同。故o爲三重對稱形之中心。凡二重對稱形、三重對稱形等、統名曰中心對稱形。天然之花形及雪花、大都爲中心對稱形。

第四十八圖



三十六、自定點至直線之距離　自一定點至一直線之最短距離、爲定點至直線之垂線。證之如下.例如第四十九圖、設pc(p讀曰拔)爲p點至ab直線之垂線。pd爲p點至ab之他一線。延長pc至p′、使p′c等於pc。並畫p′d直線。此時三角形pdc及三角形p′dc爲ab軸之對稱.故兩個三角形全等、且pd

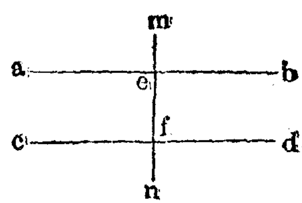
第四十九圖



等於p′d。又因二點間之直線爲其間最短之線、故p′p必小於pd及p′d之和然p′p爲二個pc、而pd與pd′之和爲二個pd.故二個pc必小於二個pd、故pc必小於pd。pd線本不垂直於ab、故知自p至ab之垂線爲最短。此垂線之長、卽爲p點與ab直線間之距離。

三十七、並行線　前章第十一項云、二直線無論如何延長、永不相遇者、爲並行線。然吾人實際畫圖或觀察時、不能無限延長。故實際觀察二線之並行否、可用對稱之理。如第五十圖、ab與cd二直線均爲mn直線之垂線、各各與mn交與e f點。aefc及befd爲mn軸之對稱。若aefc沿mn旋轉時、可與bedf相一致。故知.若ab與cd相遇於mn之左方時、亦必能相會於mn之右方.卽必有二個交點。然二直線祇能有一個交點、故ab與cd二線必不能相遇也。因知一平面內、二直線同爲他一直線之垂線時.此二直線必爲並行線。

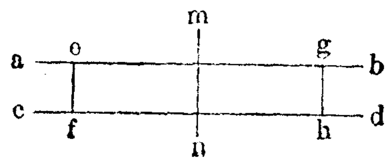
第五十圖



又mn對於ab及cd、均爲垂線。故知.在ab或cd中、無論何點、均可畫一直線、爲二並行線之公共垂線。此等並行線

之公共垂線爲並行線間之距離。如第五十一圖、ab與cd均爲mn之垂線、故爲並行線。ef爲ab與cd之公共垂線。mn左方之形沿mn

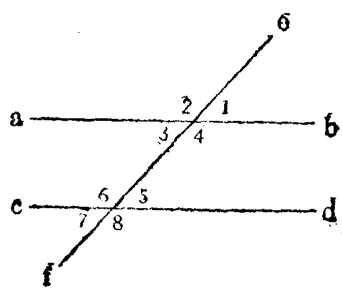
第五十一圖



軸旋轉時、ef線在於gh之位置。由對稱之理、知ef必等於gh。e點之位置在ab線之無論何處、ef終等於gh。故知、二並行線間之距離必相等。

三十八、如第五十二圖、ab與cd爲二個並行線。他一直線ef、與ab及cd相交、成八個角。1,2,7,8名曰外角。3,4,5,6名曰內角。1與5、2與6、3與7、4與8、名曰同位角。3與5、4與6、名曰錯角。以下爲並行線之簡易定理、宜熟習之。

第五十二圖



一、凡並行線之同位角必相等。

二、凡並行線之錯角必相等。

習　　題

一、正東向與正南向間之角、爲何種角。

二、正西向與西南向間之角、爲何種角。

三、正北向與東南向間之角、爲何種角。

四、求 30°, 45°, 60°, 80°, 120°, 150° 之補角。

五、求 10°, 20°, 60°, 75°, 45° 之餘角。

六、化 10° 6′ 20″ 爲秒數。化 18000″ 爲度數。

七、用分度器畫 45°, 60°, 30° 之角。

八、試述以下各事物之對稱之種類。

甲、馬、

乙、門、

丙、輪、

丁、一人立於鏡前、鏡中生其像。

九、一個圓、七等分之.各份爲幾度幾分幾秒。

十、用分度器、測五十二圖 1 角之度數.並推算其他七個角之度數。

第三章　三角形四邊形

三十九、凡平面形之以三直線爲界者、爲三角形。所界之直線爲邊。各邊相交之點爲頂。三邊長度之和爲周。各邊所夾之角爲角。

三角形各邊之長相等者、爲等邊三角形。其二邊相等者、