

顶尖系列

自 主 学 习 先 锋

顶尖数学

七年级下册

课程标准
北师大版

课外训练
步步高



福建人民出版社



顶尖系列

自 主 学 习 先 锋

顶尖数学

课外训练
步步高

七年级下册

课程标准
北师大版



福建人民出版社

策划：闻 教 佟 仁

编 委：（按姓氏笔画排列）

任 勇（厦门一中校长、特级教师、中学高级教师、福建省特级教师协会副会长、苏步青数学教育奖一等奖获得者）

朱义泰（福州格致中学高级教师）

江敬润（福建省普教室原副主任、中学高级教师、全国语文学学习科学委员会副理事长、福建语文学学习科学学会副会长）

李松华（福建省普教室中学理科主任、化学组组长、中学高级教师、中国教育学会化学教学专业委员会理事、福建省化学教学委员会副理事长）

杨继红（福州教育学院政治科主任、中学高级教师、福建省思想政治教学研究会副秘书长）

陈 峰（福建师范大学物理系副主任、副教授、硕士生导师、教育部中学物理课程标准组核心成员、中国教育学会物理教学专业委员会理事、福建省物理教学委员会副理事长）

陈松铨（福建省普教室中学理科副主任、生物组组长、中学高级教师、福建省生物教学研究委员会副理事长）

林为炎（福建省普教室中学理科副主任、物理组组长、特级教师、中国教育学会物理教学专业委员会理事、福建省物理教学委员会副理事长）

诚雨生（福建省普教室中学文科主任、历史组组长、中学高级教师、中国教育学会历史教学专业委员会理事、福建省历史教学委员会副理事长）

曾 群（福州一中地理组组长、中学高级教师、中国教育学会地理教学专业委员会理事、福建省地理教学委员会副理事长）

本书执行主编：任 勇

本书编写人员：（按姓氏笔画排列）

庄月蓉 吴耀坤 陈志杰 林长征 林东汉 姚丽萍

顶尖数学课外训练步步高（课程标准·北师大版）

DINGJIAN SHUXUE KEWAI XUNLIAN BUBUGAO

七年级下册

出版发行：福建人民出版社

地 址：福州市东水路 76 号

邮政编码：350001

电 话：0591-87604366（发行部）

87521386（编辑室）

电子邮箱：211@fjpph.com

网 址：<http://www.fjpph.com>

印 刷：泉州晚报印刷厂

地 址：泉州市新华路 65 号

邮政编码：362000

开 本：787 毫米×1092 毫米 1/16

印 张：7.5

字 数：182 千字

版 次：2004 年 12 月第 1 版

2005 年 12 月第 2 次印刷

书 号：ISBN 7-211-04981-2/G·3187

定 价：7.50 元

本书如有印装质量问题，影响阅读，请直接向承印厂调换

版权所有，翻印必究

编写说明

“顶尖各科课外训练步步高”根据义务教育课程标准，配合各版本教材进行编写。丛书以课为训练单位，以单元为测试单位建构编写体系，符合教学规律，体现课改精神。丛书不仅注重帮助学生夯实基础知识、提高基本技能，还注重培养学生学习的自主性、探究性、合作性；不仅注重培养学生学会学习、学会反思、学会自我激励，还注重培养学生学习过程中情感、态度和价值观的形成。

为了使本丛书在理念上与最新教改理念、精神相吻合，我们在本套丛书的编写过程中，坚持“三参与”原则，即颇有造诣的课程研究专家参与，深谙当前基础教育课程改革的教研员参与和具有丰富教学实践经验的一线特、高级教师参与，从而使本丛书在质量上得到充分保证。

“顶尖各科课外训练步步高”按章（或单元）进行编写，每一章（或单元）设“学前热身”、“知识平台”、“方法指津”、“自我评估”、“探究学习”（或“信息冲浪”）、“拓展延伸”、“单元评估”等栏目。“学前热身”通过阅读与本章（或本单元）主要内容有关的一个故事、一则新闻报道或一幅图等，使学生自然而然地产生学习本章（或本单元）内容的兴趣，从而变过去的被动学习为“我要学”、“我想学”的主动学习，激发学生的自主性。“知识平台”以课程标准为基准，以相应版本的教材为落脚点，较详细地分析本章（或本单元）内容的重点、难点。“方法指津”通过对经典题目的解析和点拨，拓展学生的思路，提升发散思维能力，掌握科学的学习方法。“自我评估”在题目设计上，特别注重吸收全国各地出现的最新题型，密切联系生产、生活实际的有趣题目，同时注重知识的现代化，以激活学生已有的知识、经验和方法，加强探究性习题的训练。“自我评估”含“双基达标”和“能力提高”两个部分。这两部分题目有一定的梯度，既注重基础性，又强调自主性、参与性、实践性、探究性、合作性。“探究学习”（或“信息冲浪”）精选与本章（或本节）内容相关的资料，并从中引出一些生动、活泼、有趣的话题，既可以补充课本知识，又有目的地提出一些问题，引发学生思考；同时，还设置“相关链接”子栏目，为有条件且学有余力的学生另外提供一些信息的出处，满足学生课外学习的需要，增强学生学习的趣味性，扩大学生的知识面。“拓展延伸”对本章（或本单元）知识进行梳理、交融、拓展，通过对一些典型的探究型、开放型的题目进行解析和点拨，使学生对章内、学科内、学科间知识结构的关系得以把握和拓展。经过系统的训练后，通过单元评估与期末评估对所学内容进行评价与总结。由于不同学科及不同版本的教材各有特点，因此，上述栏目及其写法允许根据实际需要适当调整，灵活掌握。

“顶尖各科课外训练步步高”实现了引导学生从预习到课外阅读全程自主学习的编写理念。我们在栏目设置上创设了科学的整合模式，将“知识与技能、过程与方法、情感态度与价值观”三维目标分层次地融入书中，激发学生的自主性，使学生的自主学习效果达到最优化，促进学生的全面发展。

在此，对丛书中选用作品的作者表示感谢，对一部分未署名的作品的作者表示歉意，并请与我们联系。由于编写时间仓促，其中难免还有不足之处，恳望读者不吝赐教，以便我们今后不断努力提高。

编者

目 录

第一章 整式的运算 1

1 整式	3
2 整式的加减	5
3 同底数幂的乘法	8
4 幂的乘方与积的乘方	10
5 同底数幂的除法	11
6 整式的乘法	13
7 平方差公式	15
8 完全平方公式	16
9 整式的除法	19
单元评估	22

第二章 平行线与相交线 25

1 余角与补角	27
2 探索直线平行的条件	28
3 平行线的特征	31
4 用尺规作线段和角	34
单元评估	36

第三章 生活中的数据 39

1 认识百万分之一 近似数和有效数字	41
2 世界新生儿图	42
单元评估	46

第四章 概率 50

1 游戏公平吗	51
2 摸到红球的概率 停留在黑砖上的概率	53

单元评估	55
------------	----

第五章 三角形 57

1 认识三角形	59
2 图形的全等	62
3 全等三角形 探索三角形全等的条件	63
4 作三角形	65
5 利用三角形全等测距离 探索直角三角形全等的条件	66
单元评估	70

第六章 变量之间的关系 73

1 小车下滑的时间 变化中的三角形	76
2 温度的变化 速度的变化	77
单元评估	81

第七章 生活中的轴对称 85

1 轴对称现象	87
2 简单的轴对称图形	88
3 探索轴对称的性质	90
4 利用轴对称设计图案	93
5 镜子改变了什么	95
6 镶边与剪纸	97
单元评估	100

期末评估	105
------------	-----

部分参考答案	109
--------------	-----

第一章 整式的运算

学前热身



我们都很喜欢拼图游戏，比如七巧板、俄罗斯方块等，它们不仅展现给我们丰富多彩的图案，还教给我们许多数学知识。图 1-1 是由四个边长为 a 的小正方形拼成的大正方形，该正方形的面积有两种表现形式：(1) 由四个小正方形组成 $4a^2$ ；(2) 由边长为 $2a$ 的正方形组成 $(2a)^2$ ，所以 $4a^2 = (2a)^2$ 。

图 1-2 是由一个边长为 a 的正方形、一个边长为 b 的正方形，以及两个长、宽分别是 a 、 b 的长方形拼成的正方形，该正方形的面积也有两种表现形式：(1) 由两个正方形加上两个长方形的面积组成 $a^2 + 2ab + b^2$ ；(2) 由边长为 $(a+b)$ 的正方形组成 $(a+b)^2$ ，所以 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 。

很有趣吧！我们通过拼图所得到的这两个式子，就是我们这章要学习的整式的运算。

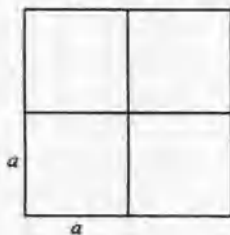


图 1-1

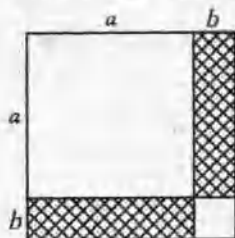
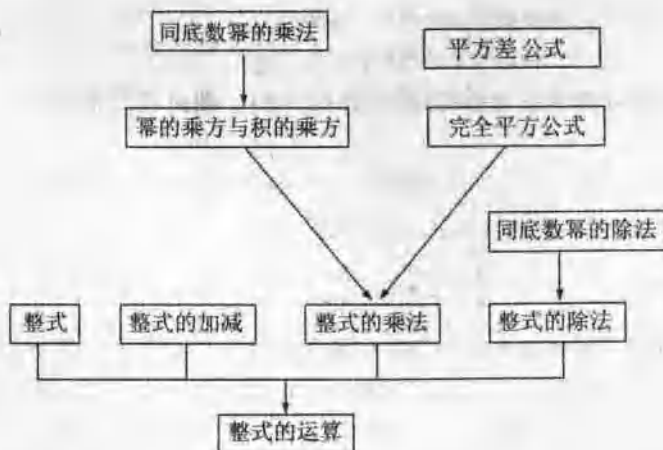


图 1-2

学习导航



知识平台





方法指津

例1 (1) 已知 $ab^2 = -2$, 求 $-ab \cdot (a^2b^5 - ab^3 - b)$ 的值. (2) 在一块长为 30 米, 宽为 20 米的长方形场地上建造一个游泳池, 使四周人行道的宽都是 x 米, 请用含 x 的代数式表示游泳池的面积 y .

分析 (1) 由条件 $ab^2 = -2$, 不能直接求出 a, b , 故应将代数式先化简, 再运用幂的运算性质逆向转化为 ab^2 的乘方的和的形式, 然后将 $ab^2 = -2$ 整体代入就能求出代数式的值. (2) 画出具体图形, 从图上可直接地给出长方形、游泳池与人行道之间的面积关系.

解 (1) $-ab \cdot (a^2b^5 - ab^3 - b) = -a^3b^6 + a^2b^4 + ab^2 = -(ab^2)^3 + (ab^2)^2 + ab^2$.

当 $ab^2 = -2$ 时, 原式 $= -(-2)^3 + (-2)^2 + (-2) = -(-8) + 4 - 2 = 10$.

(2) 如图 1-3 所示:

解法 1: $S_{\text{游泳池}} = S_{\text{长方形}} - S_{\text{人行道}}$,

$$\begin{aligned} \text{即 } y &= 30 \times 20 - 4x^2 - 2x \cdot (20 - 2x) - \\ &\quad 2x \cdot (30 - 2x) \\ &= 600 - 4x^2 - 40x + 4x^2 - 60x + 4x^2 \\ &= 4x^2 - 100x + 600. \end{aligned}$$

解法 2: $S_{\text{游泳池}} = \text{游泳池的长} \times \text{游泳池的宽}$,

$$\begin{aligned} \text{即 } y &= (30 - 2x) \cdot (20 - 2x) \\ &= 30 \times 20 - 30 \cdot 2x - 2x \cdot 20 + 2x \cdot 2x \\ &= 600 - 60x - 40x + 4x^2 \\ &= 4x^2 - 100x + 600. \end{aligned}$$

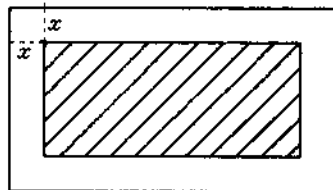


图 1-3

例2 拼一拼, 算一算: 用 4 个长为 a 、宽为 b 的矩形拼成如图 1-4 所示的正方形, 中间留下的“洞”恰好是一个小正方形, 用不同方法计算中间小正方形的面积, 你发现了什么?

分析 一方面, $S_{\text{小正方形}} = S_{\text{大正方形}} - 4S_{\text{矩形}}$; 另一方面, 由图可知小正方形的边长为 $(a-b)$.

解 一方面因为 $S_{\text{小正方形}} = S_{\text{大正方形}} - 4S_{\text{矩形}}$

$$\begin{aligned} &= (a+b)^2 - 4ab \\ &= a^2 + 2ab + b^2 - 4ab \\ &= a^2 - 2ab + b^2; \end{aligned}$$

另一方面, 由图可知小正方形的边长为 $(a-b)$, 则由正方形的面积公式, 得

$$S_{\text{小正方形}} = (a-b)^2.$$

显然, 可得出结论: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

例3 计算: (1) $(-\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}y^2) \cdot (-\frac{3}{4}y^2 - \frac{1}{3}x)$;

$$(2) (m-2) \cdot (m^2+4) \cdot (m+2);$$

$$(3) (a+2b)^2; \quad (4) (-a+2b)^2;$$

$$(5) (-a-2b)^2; \quad (6) (x+2y)^2 \cdot (x-2y)^2.$$

分析 (1) 题首先要分清哪个是公式中的 a , 哪个是 b , 然后再利用公式, 如: 题中 a

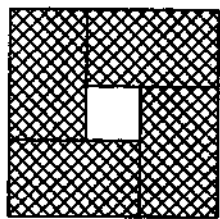


图 1-4



为 $-\frac{1}{3}x$, b 为 $\frac{3}{4}y^2$. (2) 题可利用乘法交换律和结合律, 先求出 $(m-2)$ 与 $(m+2)$ 的积是 m^2-4 , 再与 m^2+4 相乘, (3) (4) (5) 题都是利用完全平方公式, 其中(3)题应选用“和”的完全平方, (4)题 $(-a+2b)^2=(2b-a)^2$ 应选用“差”的完全平方, (5)题 $(-a-2b)^2=[-(a+2b)]^2=(a+2b)^2$, 应选用“和”的完全平方, 注意三者的区别, (6)题要先逆用积的乘方的运算性质, 再运用平方差公式计算.

$$\text{解 (1)} \quad \left(-\frac{1}{3}x + \frac{3}{4}y^2\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}y^2 - \frac{1}{3}x\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{3}x\right)^2 - \left(\frac{3}{4}y^2\right)^2$$

$$= \frac{1}{9}x^2 - \frac{9}{16}y^4;$$

$$(3) \quad (a+2b)^2$$

$$= a^2 + 2 \cdot a \cdot 2b + 4b^2$$

$$= a^2 + 4ab + 4b^2;$$

$$(5) \quad (-a-2b)^2$$

$$= [-(a+2b)]^2$$

$$= (a+2b)^2$$

$$= a^2 + 4ab + 4b^2;$$

$$(2) \quad (m-2)(m^2+4)(m+2)$$

$$= (m-2)(m+2)(m^2+4)$$

$$= (m^2-4)(m^2+4)$$

$$= (m^2)^2 - 4^2$$

$$= m^4 - 16;$$

$$(4) \quad (-a+2b)^2$$

$$= (2b-a)^2$$

$$= (2b)^2 - 2 \cdot 2b \cdot a + a^2$$

$$= 4b^2 - 4ab + a^2;$$

$$(6) \quad (x+2y)^2(x-2y)^2$$

$$= [(x-2y)(x+2y)]^2$$

$$= (x^2 - 4y^2)^2$$

$$= (x^2)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot 4y^2 + (4y^2)^2$$

$$= x^4 - 8x^2y^2 + 16y^4.$$

1 整 式

自我评估



双基达标

- “神州行”移动电话话费按 0.60 元/分收缴, 某人用它打电话 x 分, 用去 _____ 元话费; “本地通”话费除每分 0.20 元外, 需交月租费 20 元, 王某 2 月份共通话 a 分, 话费为 _____ 元; 大连地区出租车起步价 (小于 3 千米) 为 8.00 元, 某人乘车去某地共行 2.8 千米, 他须付车费 _____ 元; 一圆柱的底圆半径为 7.4cm, 高为 10cm, 它的体积为 _____ cm^3 , 表面积为 _____ cm^2 .
- 观察以上代数式, 你能把它们分成两大类吗? 与你的同伴探讨一下这两类各有什么特点, 有怎样的区别和联系.
- 指出下列代数式中哪些是单项式, 哪些是多项式, 哪些是整式.

$$-a, -\frac{x-5}{3}, 0, -\frac{ab^2}{\pi}, \frac{s}{t}, 3m^3+4, \frac{1}{a}+\frac{1}{b}, \frac{1}{4}x^2y^3z.$$





4. 列代数式.

- (1) 某车每时行驶 80 千米, t 时行驶了_____千米.
- (2) 已知 a 、 b 两数, 它们的和的倒数为_____, 它们的积的相反数为_____.
- (3) 若小明将 500 元存入银行, 年利率为 x , 则一年后小明可得的本息和是_____元.
- (4) 一矩形的周长与边长是 a 的正方形的周长相等, 如果矩形的一边的长是 $\frac{2}{3}a$, 那么这个矩形的面积是_____, 正方形面积与它的差是_____.

5. 上题写出的代数式中是单项式的有_____.

6. 写出下列单项式的系数、次数.

$-3a^2b^3$; $5a^2b^2$; $-4ab$; a ; $-x$.

7. 有一个多项式 $a^{10} - a^9b + a^8b^2 - a^7b^3 + \dots$ 按这样的规律写下去, 你知道第 7 项是什么吗? 最后一项呢? 这是一个几次几项式? 谈谈你的发现.

能力提高

8. 填空.

- (1) 平行四边形的一边长是这边上高(h)的 $\frac{3}{2}$ 倍, 则这个平行四边形的面积为_____.
- (2) x 的 $m\%$ 与 y 的 $n\%$ 的差可表示为_____.
- (3) 娃哈哈果奶每箱原价 b 元, 某商店以原价的 85% 的优惠价出售, 那么 m 箱娃哈哈果奶的优惠价为_____.
- (4) 若 $a=4$, $b=12$, 代数式 $a^2 - \frac{b}{a}$ 的值等于_____.
- (5) 细胞在分裂过程中, 一个细胞第一次 1 个分裂成 2 个, 第二次 2 个分裂成 4 个, 第三次 4 个分裂成 8 个, 那么第 n 次时分裂细胞的个数为_____个.

9. 写一个只含字母 x 、 y 的多项式, 满足下列条件: ①是六次四项式; ②每一项的系数为 1 或 -1; ③不含常数项; ④每一项必须同时含字母 x 、 y , 但不能含其他字母.

10. 图 1-5 是一块硬纸板, 将它沿着虚线部分折起, 使它成为一个长方体的盒子.

- (1) 用代数式表示这个盒子的体积;
- (2) 当 $a=15$ 、 $b=13$ 、 $x=2$ 时 (单位: 厘米), 求这个长方体无盖盒子的体积.

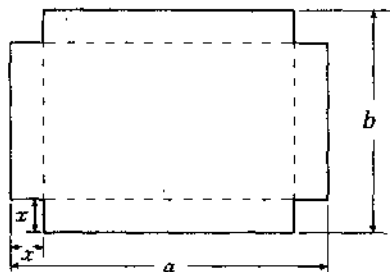


图 1-5



11. 一个关于字母 x 、 y 的多项式，不含常数项，各项的次数都是 4，这个多项式最多有几项？试写出一个符合这种要求的多项式。若 x 、 y 满足 $|x+y| + (y-1)^2 = 0$ ，求出你写的多项式的值。
12. 某地出租车收费标准是：起步价为 10 元，可乘 3 千米；3 千米到 5 千米，每千米为 1.6 元；5 千米以后，每千米 2.7 元。若小王乘坐了 x ($x > 5$ 千米) 的路程，求出他应付的车费。若他支付的车费是 24 元，则小王乘的路程为多少千米？
13. 如图 1-6， A 、 B 表示两个曲边形的面积， A 和 B 哪个大？为什么？

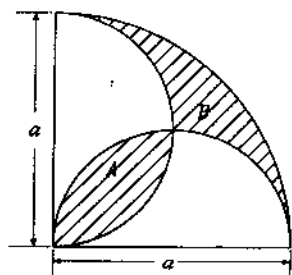


图 1-6

2 整式的加减

自我评估



双基达标

1. 化简下列各式。

(1) $6a + 7b - (13a + 5b)$;

(2) $-(x+y) + (3x-7y)$;

(3) $-(7x^3 + 3 - 2x) + (-4 - 6x - 2x^3)$;

(4) $2(x^2 - 3x - 1) - (-5 + 3x - x^2)$;





(5) $3(a^2 - 2ab) - 2(3ab - b^2)$;

(6) $(9a + b) - [8a - (5b + c)] - 2c$.

2. 先化简下列各式, 然后求值.

(1) $5(a + b) - 4(3a - 2b) + 3(2a - 3b)$, 其中 $a = \frac{1}{2}$, $b = 3$;

(2) $(10x^2 - 2x - 9) - (7x^2 - 6x + 12)$, 其中 $x = \frac{1}{5}$.

3. 已知三角形的周长为 $4a + 3b - 2$, 第一条边长是 $a - b + 1$, 第二条边长是第一条边长的 2 倍还少 2, 求第三条边长.

4. 汽车运送一批物资, 第一次用载重量为 m 吨的卡车 3 辆、载重量为 n 吨的卡车 5 辆, 第二次再增加这两种卡车各 2 辆和载重量为 t 吨的卡车 1 辆, 两次恰好运完, 问这批物资共有多少吨?

5. 已知 $A = 6x^2 - 7xy + 4y^2$, $B = -x^2 - 6xy + 5y^2$, 求: (1) $A + B$; (2) $A - B$; (3) $-A - 6B$.

6. 一个长方形的周长为 30, 若它的一边长为 x , 则这个长方形的面积是 ().

- A. $x \cdot (15 - x)$ B. $x \cdot (30 - x)$ C. $x \cdot (30 - 2x)$ D. $x \cdot (15 + x)$

7. 若 $M = x^3 - 3x^2y + xy^2$, $N = x^3 - 2xy^2 + 1$, 则 $2x^3 + 3x^2y - 7xy^2 + 3$ 等于 ().

- A. $N - 5M$ B. $M + N$ C. $N - M$ D. $3N - M$

8. 如果一个圆的周长由 a 米增加到 b 米, 那么半径增加的米数是 ().

- A. $2\pi b - 2\pi a$ B. $\frac{a}{2\pi} - \frac{b}{2\pi}$ C. $\frac{b}{2\pi} - \frac{a}{2\pi}$ D. $\frac{2\pi}{b} - \frac{2\pi}{a}$

能力提高

9. 在边长为 a 的正方形铁块中, 以一组对边的中点为圆心、以 a 为直径截去两个半圆, 求余下废料的面积和周长.

10. 一根长为 20 厘米的蜡烛, 在正常情况下每分燃烧的长度为 2 厘米.

(1) 正常情况下, 当燃烧时间为 x 分时, 蜡烛的剩余长度是多少厘米?

(2) 利用 (1) 的结果, 完成下表:

蜡烛燃烧的时间/分	1	2	3	4	5
蜡烛剩余长度/厘米					

11. 给出一系列算式:

$$3^2 - 1^2 = 8 = 8 \times 1;$$

$$5^2 - 3^2 = 16 = 8 \times 2;$$

$$7^2 - 5^2 = 24 = 8 \times 3;$$

$$9^2 - 7^2 = 32 = 8 \times 4 \dots$$

观察上面一系列等式, 你能发现什么规律? 用代数式来表示这个规律.

12. 什么多项式减去 $-4x^2 - 2x + 1$ 等于 $3x^2 + 4x - 1$?

13. 已知 $a^3 + a^2b = -2$, $a^2b + b^3 = 5$, 试求 $a^3 + 2a^2b + b^3$ 和 $a^3 - b^3$ 的值.

14. 随意取 a 的几个值, 分别求出代数式 $16 + a - \{8a - [a - 9 - (3 - 6a)]\}$ 的值, 你能从中发现什么现象? 试解释其中的道理.

15. 请按代数式 $10x + 30y$ 编写一道与实际生活相关的应用题.





3 同底数幂的乘法

自我评估



双基达标

1. 有 3 个 1, 3 个 2, 3 个 4, 怎样书写能使各自的数值最大?

2. 计算:

(1) $a^{10} \cdot a^2 \cdot a$;

(2) $3^2 \times 27 \times 81$;

(3) $-a^2 \cdot (-a)^6$;

(4) $x^2 \cdot x^3 + x^5$.

3. 已知 $a^m = 2$, $a^n = 3$, 求下列各式的值.

(1) a^{m+1} ;

(2) a^{3+n} ;

(3) a^{3m+2n} .

4. 用幂的形式表示下列式子.

(1) $2 \times 2 \times 2 =$ _____;

(2) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} =$ _____;

(2) $(-3) \times (-3) \times (-3) =$ _____;

(4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x =$ _____.

5. 直接计算出结果.

(1) $3^2 =$ _____; (2) $2^3 =$ _____; (3) $(-2)^4 =$ _____; (4) $-2^4 =$ _____.

6. 化简.

(1) $5^2 \times 5^4 =$ _____;

(2) $x^2 \cdot x^3 =$ _____;

(3) $3^n \times 3^2 =$ _____;

(4) $(-2)^3 \times (-2)^5 =$ _____.

7. x^3 的底数是 _____, 指数是 _____; $(-x)^3$ 的底数是 _____, 指数是 _____; $-x^3$ 的底数是 _____, 指数是 _____. 如果 x 的值为 1, 它们的值分别是多少? 从这些值中, 你能发现什么? 如果 x 的值为 2、3, 你发现的结论还成立吗?



8. 一种电子计算机每秒可作 10^5 次运算, 它工作 10^6 秒, 一共可以作多少次运算? (结果用科学记数法表示)

能力提高

9. 用幂的形式填写:

$$(1) 3^2 \times 3^4 \times 3^3 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(2) y \cdot y^2 \cdot y^3 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(3) (-c)^2 \cdot (-c)^3 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(4) (-a)^5 \cdot a^4 = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(5) a^{12} = -a^3 \cdot \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(6) a^6 - a^3 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = a \cdot \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(7) 2^{100} - 2^{101} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$(8) 2^5 \times 64 = \underline{\hspace{2cm}}.$$

10. 如果一个长方形的长为 10^3 cm, 宽为 10^2 cm, 则这个长方形的面积为 $\underline{\hspace{2cm}}$ cm^2 .

$$11. (-a)^3 \cdot (-a)^2 \cdot \underline{\hspace{2cm}} = a^6.$$

$$12. \text{若 } x^m = 6, x^n = 8, \text{ 则 } x^{m+n} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$13. \text{如果 } a^{n-3} \cdot a^{2n+1} = a^{10}, \text{ 则 } n = \underline{\hspace{2cm}}.$$

14. 已知光的速度每秒约为 3×10^5 千米, 太阳光射到地球上需要的时间约是 5×10^2 秒, 地球与太阳的距离约是 $\underline{\hspace{2cm}}$ 千米.

$$15. \text{化简: } (-p)^2 \cdot (-p)^4 \cdot p^4 \cdots p \cdot p^3 \cdot (-p)^5. \quad 16. \text{已知 } 10^m = 4, 10^n = 11, \text{ 求 } 10^{m+n}.$$

$$17. \text{由 } 10^2 \times (2 \times 10^3) = 2 \times 10^2 \times 10^3 = 2 \times 10^5 \text{ 这样的式子不难想到 } x^2 \cdot (2x^3) = 2x^5.$$

- (1) 阅读并请在每条横线上写出得出该式的依据:

$$(6a^2) \cdot (-2ab) = 6 \cdot a^2 \cdot (-2) \cdot a \cdot b$$

$$= 6 \cdot (-2) \cdot a^2 \cdot a \cdot b$$

$$= -12(a^2 \cdot a) \cdot b$$

$$= -12a^3b$$

$$\textcircled{1} \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\textcircled{2} \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\textcircled{3} \underline{\hspace{2cm}}$$

- (2) 仿照上面解题过程, 求 $\frac{3}{4}a^2b^2$ 与 $\frac{2}{3}ab^3c^5$ 的乘积.

18. m, n 是正整数, 且 $m > n$, 由 $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, 猜想 $a^m \div a^n$ 等于什么, 并通过推导说明你的猜想的正确性.

19. 利用上题的结论计算:

$$(1) (-5)^6 \div (-5)^3;$$

$$(2) (ax)^5 \div (ax)^3.$$





20. 已知 $2^{2x+3} - 2^{2x+1} = 192$, 求 x .

21. 计算:

(1) $2 - 2^2 - 2^3 - 2^4 - 2^5 - 2^6 - 2^7 - 2^8 - 2^9 + 2^{10}$;

(2) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n}$.

4 幂的乘方与积的乘方

自我评估



双基达标

1. 下面的计算是否正确? 如有错误请改正.

(1) $(a^3)^5 = a^8$;

(2) $a^3 \cdot a^6 = a^{18}$;

(3) $(xy^2)^4 = xy^6$;

(4) $(-2x)^3 = -6x^3$;

(5) $-(\frac{1}{2}a^2b^3)^2 = \frac{1}{4}a^4b^6$;

(6) $a^2 \cdot a^2 = (2a)^2$.

2. $(-y^3)^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $(-y^3)^5 = \underline{\hspace{2cm}}$, $(-3a^2)^3 = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. $(2a^3b^2)^4 = \underline{\hspace{2cm}}$, $(3x^my^{2n})^2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $(2a^2b)^n = \underline{\hspace{2cm}}$.

4. $[(\frac{1}{2})^3]^2 = \underline{\hspace{2cm}}$; 若 $a^{2n} = 3$, 则 $a^{6n} = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. 若 $(a^m \cdot b^n \cdot b)^4 = a^8b^{16}$, 则 $m = \underline{\hspace{2cm}}$, $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

6. 已知 $2^3 \times 8^3 = 2^n$, 则 n 的值为 ().

A. 6

B. 8

C. 9

D. 12

7. 化简 $(-a^3)^2 + (-a^2)^3$ 的结果为 ().

A. $-2a^5$

B. 0

C. $2a^6$

D. $-2a^6$

8. 计算下面各题.

(1) $2(a^3)^4 - 3(a^6)^2$;

(2) $(-3a^3)^2 - [(2a)^2]^3$;

(3) $(-a)^3 \cdot (a^2)^5 \cdot a - (-a^4)^2 \cdot (-a^6)$; (4) $27^{10} \cdot (\frac{1}{3})^{10} \cdot (\frac{1}{3})^{20}$;



(5) $(-0.25)^{25} \cdot (-2)^{51}$;

(6) $(-a^2)^n + (-a^n)^2$ (其中 n 为奇数).

9. 已知 $a^2=m$, $a^3=n$, 求 a^{11} 的值.

10. 已知 $2^{2n+1} + 4^n = 48$, 求 n 的值.

11. 已知 $3^m \cdot 9^m \cdot 27^m \cdot 81^m = 3^{20}$, 求 m 的值.

12. 木星、地球可以近似地看做是球体, 木星的半径约是地球的 10 倍, 地球的半径大约是 6×10^3 千米, 算一算木星的体积大约是多少立方千米. (π 取 3.142, 结果保留三个有效数字)

能力提高

13. 已知 n 是正整数, 且 $(x^n)^2=3$, 求 $(\frac{1}{3}x^{3n})^2 - 3(x^2)^{2n}$ 的值.

14. $N=2^{12} \times 5^8$ 是几位正整数?

15. 试判断 $2\,000^{1\,999} + 1\,999^{2\,000}$ 的末位数字.

5 同底数幂的除法

自我评估



双基达标

1. 下面的计算是否正确? 如有错误请改正.

(1) $a^8 \div a^2 = a^4$;

(2) $a^5 \div a^5 = a$;

(3) $(a-b)^6 \div (b-a)^2 = (a-b)^4$;

(4) $(-a)^4 \div (-a^2) = a^2$;





(5) $-0.00325 = 3.25 \times 10^{-3}$;

(6) $a^0 = 1$.

2. $(\pi - 3.14)^0 = \underline{\quad}$; $(-\frac{2}{3})^2 = \underline{\quad}$; $a^{10} \div \underline{\quad} = a^3$.

3. 当 a $\underline{\quad}$ 时, $(a+2)^{-2} = \frac{1}{(a+2)^2}$, $(-a^2)^5 \div (-a^2)^2 = \underline{\quad}$.

4. $a^{m+1} \cdot a^2 \cdot (\underline{\quad}) = a^{2m+4}$.

5. 用科学记数法表示 $-0.000\ 375$ 为 $\underline{\quad}$.

6. 空气的密度是 1.293×10^{-3} 克/厘米³, 用小数表示为 $\underline{\quad}$ 克/厘米³.

7. 设 $a \neq 0$, 以下的计算结果中正确的是 ().

① $(a^3)^2 \cdot a^2 = a^7$; ② $a^3 \div a^{-2} = a^5$;

③ $(-a)^3 \cdot a^0 = a^{-3}$; ④ $(-a)^{-2} \div a = a^{-3}$.

A. ①②

B. ①③

C. ②④

D. ②③

8. 下列计算中, 正确的是 ().

A. $3 \times 10^{-7} = 0.000\ 000\ 3$

B. $2^{-3} = -8$

C. $-2000^0 = 1$

D. $-0.000\ 019\ 8 = 1.98 \times 10^{-5}$

9. 计算:

(1) $(-\frac{2}{3})^5 \div (-\frac{2}{3})^3$;

(2) $(x^2)^5 \div (x^4 \cdot x^3)$;

(3) $a^{n+1} \cdot a^{n-1} \div (a^n)^2$;

(4) $[(-a)^4 \cdot (-a^2)^3] \div a^{10}$, 其中 $a \neq 0$;

(5) $(x^6)^3 \div [(x^4)^2 \div (x^2)^3]$;

(6) $-2^{-2} - 2^0 \times (-\frac{1}{2})^{-2} - (-2)^{-2} \div (-\frac{4}{3})^{-1}$.

10. 一种液体每升含 10^{15} 个有害细菌, 为了试验某种杀菌剂的效果, 科学家们进行了实验, 发现 1 滴杀菌剂可以杀死 10^{13} 个此种细菌, 要将 1 升液体中的有害细菌全部杀死, 需要这种杀菌剂多少滴?

能力提高

11. 已知 $64^m \div 2^{3m} = 8$, 求 m 的值.