

## 第二篇 能量传输

### 目录

#### 第八章 导热

|                       |      |
|-----------------------|------|
| § 8-1 温度场.....        | 8-3  |
| § 8-2 导热的基本定律.....    | 8-6  |
| § 8-3 导热系数.....       | 8-7  |
| § 8-4 一维稳定态导热.....    | 8-10 |
| § 8-5 付立叶导热微分方程式..... | 8-20 |
| § 8-6 二维稳定态导热.....    | 8-24 |
| § 8-7 图解分析法.....      | 8-34 |
| § 8-8 导热形状系数.....     | 8-35 |
| § 8-9 数值方法.....       | 8-37 |

#### 第九章 对流传热

|                      |      |
|----------------------|------|
| § 9-1 对流传热简化模型.....  | 9-1  |
| § 9-2 对流传热系数.....    | 9-2  |
| § 9-3 层流边界层能量方程..... | 9-4  |
| § 9-4 热边界层.....      | 9-6  |
| § 9-5 管内层流流动.....    | 9-16 |
| § 9-6 驻体温度.....      | 9-19 |
| § 9-7 管内湍流流动.....    | 9-22 |
| 热的涡流扩散率.....         | 9-24 |

|                    |      |
|--------------------|------|
| 涡流扩散率              | 9-25 |
| 雷诺类似               | 9-26 |
| § 9-8 因次分析和实验数据的整理 | 9-29 |
| § 9-9 强制对流传热实验关系式  | 9-36 |
| 柯尔本类似和 $f$ 因子      | 9-40 |
| 流体横向流过单根管子         | 9-45 |
| 流体流过散料层            | 9-48 |

## 第十章 自然对流

|                  |       |
|------------------|-------|
| § 10-1 坚板上层流传热   | 10-14 |
| § 10-2 因次分析和相似转换 | 10-12 |
| § 10-3 实验关系式     | 10-15 |

## 第十一章 沸腾传热

|             |       |
|-------------|-------|
| § 11-1 沸腾过程 | 11-1  |
| § 11-2 膜状沸腾 | 11-49 |
| § 11-3 泡核沸腾 | 11-9  |
| § 11-4 过渡沸腾 | 11-12 |

## 第十二章 辐射传热

|                  |       |
|------------------|-------|
| § 12-1 传热的两种基本型式 | 12-1  |
| § 12-2 黑体和辐射率    | 12-3  |
| § 12-3 能量分布和辐射能力 | 12-5  |
| § 12-4 灰体和吸收率    | 12-10 |

|                       |       |
|-----------------------|-------|
| § 12-5 两无限大平板之间的辐射热交换 | 12-11 |
| § 12-6 角度系数           | 12-15 |
| § 12-7 炉壁的作用          | 12-23 |
| § 12-8 辐射传热系数         | 12-27 |
| § 12-9 温度测量中的辐射误差     | 12-33 |
| § 12-10 气体辐射          | 12-35 |
| § 12-11 火焰炉内辐射热交换     | 12-44 |

### 第十三章 综合传热

|                 |       |
|-----------------|-------|
| § 13-1 综合传热系数   | 13-1  |
| § 13-2 通过炉壁的热损失 | 13-3  |
| § 13-3 圆管       | 13-7  |
| § 13-4 细杆       | 13-8  |
| § 13-5 高炉碳砖炉底   | 13-14 |

### 第十四章 不稳定态导热

|                        |       |
|------------------------|-------|
| § 14-1 瞬变导热            | 14-1  |
| § 14-2 牛顿型加热或冷却        | 14-1  |
| § 14-3 一维瞬变导热方程        | 14-10 |
| § 14-4 无限大平板(表面突然冷却)   | 14-12 |
| § 14-5 无限大平板(在恒温介质中加热) | 14-15 |
| § 14-6 薄材和厚材加热的概念      | 14-27 |
| § 14-7 半无限大固体          | 14-28 |

|                      |                            |       |
|----------------------|----------------------------|-------|
| § 1.4-8              | 长时间值和短时间值的解.....           | 14-37 |
| § 1.4-9              | 数 值 方 法.....               | 14-43 |
| § 1.4-10             | 图 解 分 析 法.....             | 14-49 |
| 第十五章 凝 固 传 热         |                            |       |
| § 1.5-1              | 砂 模.....                   | 15-1  |
| § 1.5-2              | 全 层 板.....                 | 15-8  |
| § 1.5-3              | 凝 固 传 热 积 分 解 法.....       | 15-25 |
| § 1.5-4              | 连 续 铸 锻 传 热 积 分 解 法.....   | 15-29 |
| 第十六章 热 交 换 器 计 算 原 理 |                            |       |
| § 1.6-1              | 热 交 换 器.....               | 16-1  |
| § 1.6-2              | 基 本 方 程 式.....             | 16-2  |
| § 1.6-3              | 热 交 换 器 效 能.....           | 16-5  |
| § 1.6-4              | 气 体 - 固 体 料 块 逆 流 换 热..... | 16-8  |
| § 1.6-5              | 蓄 热 室.....                 | 16-12 |
| § 1.6-6              | 填 充 床.....                 | 16-18 |

# 第十三章 综合传热

## §13-1 综合传热系数

在前两几章中，已分别研究过传导、对流、辐射等三种传热过程在稳态下所遵循的规律。实际上，在工业过程中，二种或三种传热过程往往同时存在，这可以称之为综合传热。

例如，在冶金生产中，往往遇到用壁将不同温度的两种气体A和B分隔开的情形，如图(13-1)所示。其中一种气体A借对流和辐射方式相伴地向壁凸传热，其总热流为

$$\dot{Q} = \dot{Q}_{\text{对流}} + \dot{Q}_{\text{辐射}} = (h_C + h_r) A (t_A - t_1)$$

其中  $h_C + h_r$  称为气体A对于壁凸的综合传热系数，以  $h_{\text{综合}}$  表之。

与此同时，热量自一侧壁凸借导热方式传至另一侧壁凸，其热流为

$$\dot{Q} = \frac{kA}{\Delta x} (t_1 - t_2)$$

而自另一侧壁凸向气体B所传递的热流为

$$\dot{Q} = h_2 A (t_2 - t_B)$$

其中  $h_2$  为壁凸对气体B的综合传热系数。当传热达到稳态，以上三式应相等，即

$$\dot{Q} = h_1 A (t_A - t_1) = \frac{kA}{\Delta x} (t_1 - t_2) = h_2 A (t_2 - t_B)$$

按照热阻的定义(式8-18)，上式以热阻表示则为

$$\frac{\dot{Q}}{R} = \frac{t_A - t_1}{1/h_1 A} = \frac{t_1 - t_2}{\Delta x / k A} = \frac{t_2 - t_B}{1/h_2 A}$$

于是，这一传热过程的总传热速率可以作为总温度差对于各部分热阻之和的比值来计算：

$$\frac{\dot{Q}}{R} = \frac{t_A - t_B}{1/h_1 A + \Delta x / k A + 1/h_2 A} \quad (13-1)$$

可见传热过程与电路中的导电现象相类似，它也能应用电阻并联和串联时的规律。

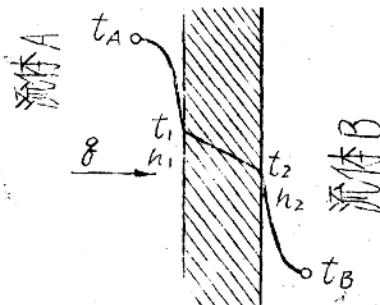


图 13-1

### 通过平壁的综合传热

对于这种有导热的综合传热，总传热速率通常用由下式定义的总传热系数  $U$  来表示：

$$\dot{Q} = U \cdot A \cdot \Delta t_{\text{总}} \quad (13-2)$$

其中  $A$  为热流路径上某一适当的面积。按模式 (13-1)：总传热系数表示为

$$U = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{A \lambda / k}{L} + \frac{1}{R_2}} \quad (13-2a)$$

对于圆壁和小圆温变传热分隔开的情形，例如一气体在较小圆管内流动，而另一气体则在两管壁之间的环形空间内流动，这两种气体的综合传热（对流和辐射）的系数不相同，这主要与内质的直径和壁厚有关。在这种情况下，总传热速率表示为

$$\dot{Q} = \frac{\Delta t_{\text{总}}}{\frac{1}{A_i} + \frac{l_n(\nu_0/\nu_0)}{2\pi R L} + \frac{1}{R_o A_o}}$$

其中  $A_i$  为外管内表面积与内表面积的面积，总传热系数可表示为不同的内外表面积表示：

$$U = \frac{1}{\frac{1}{R_i} + \frac{A_i l_n(\nu_0/\nu_0)}{2\pi R L} + \frac{1}{R_o A_o}} \quad (13-3a)$$

$$U_0 = \frac{1}{\frac{A_0}{h_1} + \frac{A_0 \ln(r_0/r_i)}{2\pi k L} + \frac{1}{k_0}} \quad (13-3b)$$

例、一块厚度为10毫米的铁壁，其两侧均受空气冲刷。若已知其综合传热系数  $h_1 = h_2 = 10$  大卡/米<sup>2</sup>·时·°C，壁的导热系数为45大卡/米·时·°C。

求其总热阻和总传热系数。

解、由式(13-2)，总热阻为

$$\begin{aligned} R_0 &= R_1 + R + R_2 \\ &= \frac{1}{h_1 A} + \frac{\Delta S}{k A} + \frac{1}{h_2 A} \\ &= \frac{1}{A} \left( \frac{1}{10} + \frac{0.01}{45} + \frac{1}{10} \right) \\ &= \frac{1}{A} \times 0.2002 \end{aligned}$$

总传热系数为

$$U = \frac{1}{A R_0} = \frac{1}{0.2002} = 5 \text{ 大卡/米}^2 \cdot \text{时} \cdot ^\circ\text{C}$$

可见在这种情况下，铁壁的导热热阻很小，可忽略不计。

## §13-2 通过炉壁的热损失

通过一已知厚度和导热系数的壁的热流速率，如果已知壁的内外表面温度，即不难由式(8-12)算出。因此，估测通过炉壁热损失的一种方法，为实测壁上有代表性的点的温度，然后进行计算。这种方法需要专门的测温技术，而且时间和人力也化费不少。

估测通过炉壁热损失的更通用的方法，是考虑在炉内表凸到环境的热流路径，如图(13-2)所示。不实测内表凸温度  $t_{w1}$ ，通常也可估测它等于炉温或加工温度(参看 §12-11 中的例题)；因为，如 12.7 中所述，高温炉内的辐射传热与通过炉壁热损失相比，前者很大而后者很小，这就使得耐火材料的内表凸温度很接近

13-4

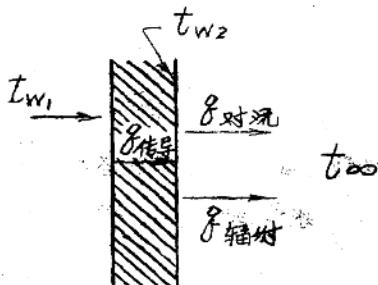


图 13-2

从炉壁内表面至环境的热流

于与黑圆壁温度相当的温度。同时，环境的温度  $t_{\infty}$  又总是很难得知的。未知的炉壁外表凸温度设为  $t_{w2}$ 。对于图(13-2)所示的这一段热流路径来说，当传热已达稳定态时，其热损失可以写成

$$q = q_{\text{传导}} + q_{\text{对流}} + q_{\text{辐射}} \quad (13-4)$$

其中  $q_{\text{传导}}$  为从内表面至外表凸的导热速率， $q_{\text{对流}}$  为外表凸至环境的对流热流速率，和  $q_{\text{辐射}}$  为外表凸至环境的辐射热流速率。将式(8-12)、或(9-2)和式(12-13a)代入式(13-4)，得到

$$q = h_{\text{均}} A_{\text{均}} \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\Delta x} = h_c A (t_{w2} - t_{\infty}) + \sigma \epsilon A (T_{w2}^4 - T_{\infty}^4)$$

对于外表凸向空气自然对流传热来说， $h_c$  可由式(10-40)估得，因此上式可写成

$$q = h_{\text{均}} A_{\text{均}} \frac{t_{w1} - t_{w2}}{\Delta x} = C A (t_{w2} - t_{\infty})^{1.25} + 4.88 \epsilon A \left[ \left( \frac{t_{w2} + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{t_{\infty} + 273}{100} \right)^4 \right] \quad (13-5)$$

其中  $C$  值因外表凸的几何位置（如竖凸、向上或向下的水平凸凹）而异，这一点已在 10-3 中述及。式(13-5)的两端中，应只有外表凸温度  $t_{w2}$  为未知，故  $t_{w2}$  可以标示。鉴于方程中  $t_{w2}$  的方次，有必要应用试误法或图解法计算  $t_{w2}$ 。在算出  $t_{w2}$  后，就不难计算热损失  $q$  了。

对于炉壁（例如耐火砖加上隔热砖层），仍可应用同样的方法。

但如果一开始就把各层砖层交界凸处的温度当作未知数来处理，则用试误法计算就会很长。在这种情形，最好是将式(13-5)中的热导率  $A_{均}/\Delta X$  用如下的根据各层砖层的尺寸和导热系数的修正系数  $\lambda_{均}$  来代替：

$$\frac{\lambda_{均}}{\Delta X} = \frac{1}{\frac{(\Delta X)_1}{k_1 A_1} + \frac{(\Delta X)_2}{k_2 A_2} + \frac{(\Delta X)_3}{k_3 A_3} + \dots + R_{12} + R_{23} + \dots} \quad (13-6)$$

其中  $R_{12}$  等为有时需要考虑的接触热阻。在系数  $t_{w2}$  和  $\lambda_{均}$  后，该壁中各砖层交界凸的温度便可由各砖层简单的导热方程求出。然后用这些估得的温度去接正式(13-6)中的  $\lambda_{均}$  值。

例：有一边230毫米厚的粘土砖炉壁，两侧凸积各为10米<sup>2</sup>。其内表凸温度为1280°C，环境温度为20°C。

假定炉壁材料的导热系数随温度成直线变化，即

$$\lambda_{均} = 0.6 + 0.00055 t_{均}$$

其中  $t_{均}$  为炉壁平均温度，即  $(1280 + t_{w2})/2$ 。

自然对流传热用下式计算：

$$\dot{Q}_{对流} = 2.8A(t_{w2} - t_{\infty})^{1.25}$$

并假定外表凸的砖凸具有辐射率  $\varepsilon = 0.85$ 。

求通过炉壁的热损失。

解：根据式(13-5)

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= \lambda_{均}(10) \frac{1280 - t_{w2}}{0.23} = 2.8(10)(t_{w2} - 20)^{1.25} \\ &\quad + 4.88(0.85)(10) \left[ \left( \frac{t_{w2} + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{20 + 273}{100} \right)^4 \right] \end{aligned}$$

由上式可见，外表凸温度  $t_{w2}$  在导热项中是较低的温度，而在对流传热项中则是较高的温度。这样，增大外表凸温度，则  $\dot{Q}$  传导的数值变小，而  $\dot{Q}_{对流}$  和  $\dot{Q}_{辐射}$  则变大。所以，只有一外外表凸温

度的数值可以满足上式。用试误法计算时，可先假定温度  $t_{w2}$  为某一数值，然后分别计算  $\dot{Q}$  传导和  $\dot{Q}$  对流 +  $\dot{Q}$  辐射。倘若计算的  $\dot{Q}$  传导  $>$   $\dot{Q}$  对流 +  $\dot{Q}$  辐射，则表示所假定的温度过小，反之则过大。在下一次假定温度时应注意到这一点。为清楚起见，计算时可列成表格如下：

| 假设的<br>$t_{w2}$ 值 | $t_{\text{均}}$ | $h_{\text{均}}$ | 计算的热流，大卡/时   |              |                             |              |
|-------------------|----------------|----------------|--------------|--------------|-----------------------------|--------------|
|                   |                |                | $\dot{Q}$ 对流 | $\dot{Q}$ 辐射 | $\dot{Q}$ 对流 + $\dot{Q}$ 辐射 | $\dot{Q}$ 传导 |
| 700°C             | 900°C          | 0.985          | 97000        | 353000       | 450000                      | 29100        |
| 400°C             | 840°C          | 1.070          | 46900        | 78300        | 125200                      | 41300        |
| 200°C             | 740°C          | 1.015          | 18500        | 16900        | 35400                       | 47600        |
| 250°C             | 765°C          | 1.028          | 25200        | 26800        | 52000                       | 46500        |
| 235°C             | 758°C          | 1.025          | 23000        | 23500        | 46500                       | 47000        |
| 237°C             | 759°C          | 1.025          | 23100        | 23900        | 47000                       | 46500        |

在最后两个计算之间应用内插法，可得  $t_{w2}$  约为 236°C，于是计算损失  $\dot{Q}$  为 46800 大卡/时。

对于通过炉壁热损失，如欲作粗略估测，可应用某些实验值。仍然沿上所述的那样，考虑从炉壁内表面至环境这一传热流路径，则根据其与电路的类似，写出

$$\dot{Q} = \frac{1}{\frac{1}{h_1 A_{\text{均}}} + \frac{1}{h_2 A}} (t_{w1} - t_2) \quad (13-7)$$

其中  $h_2$  为炉壁外表至环境的综合传热系数，而  $1/(h_2 A)$  则为热阻。根据换算灵敏的数据。

| $t_{w2}$ | $1/h_2$ |
|----------|---------|
| 65°C     | 0.10    |
| 120°C    | 0.08    |
| 205°C    | 0.06    |
| 345°C    | 0.04    |

可见  $1/h$  值随温度的降低不大，其平均值可取为 0.08。

### § 13-3 因 管

在一根因管的外凸往：用隔热材料包裹住，来减少散热损失。然而，在某些情况下，这样做不但不能减少热损失，反而会增加热损失；而且，随着隔热层裹得越厚，热损失也就越大；直至某一度为止。

考虑从因管外表凸至环境这一段热流路径，它的总热阻是由隔热层导热热阻和隔热层外表凸热阻串联而成的。按照热阻的定义（式 8-18），

$$\text{导热热阻} : \frac{1}{2\pi l h} \ln \frac{r_2}{r_1},$$

$$\text{表凸热阻} : \frac{1}{2\pi l h r_2}.$$

其中  $r_1$  和  $r_2$  分别为因管外半径和隔热层外半径， $l$  为因管的长度。利用电路的类似（式 13-2），得到

$$\delta = \frac{2\pi l (t_1 - t_2)}{\left(\frac{1}{h}\right) \ln(r_2/r_1) + \left(\frac{1}{h} r_2\right)} \quad (13-8)$$

当式中的分母为最小值时，热流速率  $\delta$  达到最大值。把  $r_1$  作为一个恒定参数，并把导热原敝和综合传热系数  $1/h$  看作常数，然后将分母对  $r_2$  求导数，并使它等于零，就可以标出分母的最小值。这样就得到

$$\frac{1}{h r_2} - \frac{1}{h r_2^2} = 0 \quad (13-9)$$

由此得到临界半径为

$$r_{2,\text{临界}} = \frac{r_1}{h} \quad (13-10)$$

这一现象也可以从物理上解释。不难看出，这里导热热阻随着  $r_2$  的增加而增加，但表凸热阻却随着  $r_2$  的增加而减小。将它们分别对  $r_2$  求导数，就可以标出：

导热热阻随  $r_2$  而增加的速率为  $\frac{1}{2\pi l h r_2}$

表凸热阻随  $r_2$  而减小的速率为  $\frac{1}{2\pi l h r_2^2}$

当达到临界半径时，二者相等，因而得到如式(13-9)所示的最小总热阻。在这以前，即未达到临界半径时，隔热层热阻的增加速率小于表凸热阻的减小速率。

$$\frac{1}{2\pi l h r_2} < \frac{1}{2\pi l h r_2^2}$$

或  $\frac{h r_2}{l} < 1$

这样就使总热阻变小，热损失增加。此时增加隔热层厚度会增加因辐射散热量，一直增加到隔热层厚度达到临界厚度为止。当小零件采用导热系数大的隔热材料，而传热系数又较小时，就有可能出现这种情况。

综上所述，可见只有当隔热层热阻的增加速率大于表凸热阻的减小速率时，即  $\frac{h r_2}{l} > 1$ ，

才能使总热阻变大，而减少总的散热量。

### § 13-4 细杆

设有一细杆，一端固定在热壁凸上，壁凸处杆基温度为  $t_1$ ，如图(13-3)所示。细杆表凸借对流和辐射方式传热给环境，环境的温度为  $t_2$ 。如果杆的直径与其长度相比很小，表凸热阻又很大，则可以认为杆内不存在径向的温度分布，只存在轴向的温度分布。当传热达到稳定态时，这就是一个杆内一维稳定态导热问题。同时，因为从杆基起沿着杆传导的热量是通过对流和辐射而损失于周围环境的，所以这又是一个稳定态综合传热问题。

和其他导热方式一样，这一综合传热系统也可通过能量平衡求

样。对如图(13-3)中所示的厚度为  $dx$  的微元细杆作能量平衡，  
使得：

自左端输入的能量 = (自右端输出的能量)

+ (周边表凸以对流和辐射方式损失于周围环境  
的能量)。

设细杆的截面积为  $A$ ，其周边长度为  $P$ ，则上述各项能量为

$$\text{自左端输入的能量} = \dot{q}_x = -kA \frac{dt}{dx}$$

$$\text{自右端输出的能量} = \dot{q}_{x+dx} = -kA \left( \frac{dt}{dx} \right)_{x+dx}$$

$$= -kA \left( \frac{dt}{dx} + \frac{d^2t}{dx^2} dx \right)$$

$$\text{损失于环境的能量} = hPdx(t - t_2)$$

其中  $h$  为综合传热系数。应注意，这里综合传热的表面积为细杆的  
周边与微分长度  $dx$  的乘积。于是，能量平衡式为

$$\frac{d^2t}{dx^2} - \frac{hP}{kA}(t - t_2) = 0 \quad (13-11a)$$

令  $\theta = t - t_2$ ，则上式变为

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} - \frac{hP}{kA}\theta = 0$$

$$(13-11b)$$

一界条件是：

在  $x = 0$  处， $\theta = \theta_0 = t_1 - t_2$

另一边界条件则视细杆的物理情况  
而异。我们考虑如下几种情况：

第一种情况：细杆很长，使得杆端温度实际上等于环境温度。

第二种情况：细杆又长又细，使得杆端热损失实际上等于零，  
故  $(dt/dx)|_{x=l} = 0$ 。或者杆虽不长不细，但端已加以绝热，也  
属于这一种情况。

第三种情况：细杆为有限长度，端仍以综合传热方式散热于

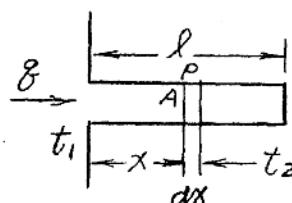


图 13-3 细杆的一维  
稳定综合传热

13-10

环状。

式(13-11b)是一个二阶常系数齐次线性方程(因假定综合传热系数沿细杆的分布表已成为常数)，其通解为

$$\theta = C_1 e^{-mx} + C_2 e^{mx} \quad (13-12)$$

其中

$$m = \sqrt{\frac{hP}{kA}}$$

对于第一种情况，边界条件为

$$\text{在 } x=0 \text{ 处, } \theta = \theta_0$$

$$\text{在 } x=\infty \text{ 处, } \theta = 0$$

应用这些边界条件，就得到积分常数

$$C_2 = 0$$

$$C_1 = \theta_0$$

代入式(13-12)，便得到它的解为

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{t-t_2}{t_1-t_2} = e^{-mx} \quad (13-13)$$

对于第二种情况，边界条件为

$$\text{在 } x=0 \text{ 处, } \theta = \theta_0;$$

$$\text{在 } x=l \text{ 处, } \frac{d\theta}{dx} = 0.$$

应用这两组边界条件，得到

$$\theta_0 = C_1 + C_2$$

$$0 = m(-C_1 e^{-ml} + C_2 e^{ml})$$

解这一方程组，求出

$$C_1 = \theta_0 \frac{1}{1 + e^{-2ml}}$$

$$C_2 = \theta_0 \frac{1}{1 + e^{2ml}}$$

故式(13-11b)的解为

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{e^{-mx}}{1 + e^{-2ml}} + \frac{e^{mx}}{1 + e^{2ml}} \quad (13-14a)$$

(13-1)

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\cosh[m(l-x)]}{\cosh ml} \quad (13-14a)$$

杆端的过余温度为

$$\theta_{x=l} = \theta_0 \frac{1}{\cosh ml} \quad (13-14b)$$

利用式(13-13)、式(13-14a) 传温度分布表达式，不难求出通过在细杆的散热量，因为。

$$q = -kA \left( \frac{dt}{dx} \right)_{x=0}$$

换一种方法，是将微小散热量积分：

$$q = \int_0^l hP(t-t_2) dx = \int_0^l hP \theta dx$$

然而，在大多数情形，第一种方法较为容易应用。对于上述第一种情况，

$$q = -kA(-m\theta_0 e^{-m(l)}} = \sqrt{hPA} \theta_0 \quad (13-15)$$

对于第二种情况，

$$\begin{aligned} q &= -kA\theta_0 m \left( \frac{1}{1+e^{-2ml}} - \frac{1}{1+e^{2ml}} \right) \\ &= \sqrt{hPA} \theta_0 \tanh ml \end{aligned} \quad (13-16)$$

表(13-1)列举函数  $\cosh ml$  和  $\tanh ml$  的数值。

表 13-1

| $ml$       | 0 | 0.5    | 1      | 1.5    | 2      | 3      | 4      | 5      | 6     |
|------------|---|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|-------|
| $\cosh ml$ | 1 | 1.1276 | 1.543  | 2.352  | 3.762  | 10.07  | 27.31  | 74.21  | 201.7 |
| $\tanh ml$ | 0 | 0.4621 | 0.7616 | 0.9052 | 0.9640 | 0.9951 | 0.9993 | 0.9999 | 1     |

对于第三种情况，边界条件为

在  $x=0$  处，  $\theta=\theta_0$ 在  $x=l$  处，  $-kA \left( \frac{d\theta}{dx} \right)_{x=l} = kA\theta_{x=l}$ 

同样可得到沿细杆的温度分布表达式：

13-12

$$\frac{\theta}{\theta_0} = \frac{\cosh m(l-x) + (h_2/mk) \sinh m(l-x)}{\cosh ml + (h_2/mk) \sinh ml} \quad (13-17)$$

杆端的过余温度便为

$$\theta_{x=l} = \theta_0 \frac{1}{\cosh ml + (h_2/mk) \sinh ml} \quad (13-18)$$

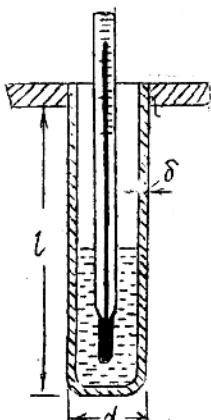
通过热尔细杆的散热量为

$$q = mka\theta_0 \frac{(h_2/mk) + \tanh ml}{1 + (h_2/mk) \tanh ml} \quad (13-19)$$

由末后这三个方程式中， $h_2$  为杆端的综合传热系数；通常，它不同于沿杆表凸的综合传热系数。当  $h_2/mk$  的数值足够小时，最后一式便与式 (13-16) 相等。

例、用水银温度计测得气室内压缩空气的温度；如图所示，温度计安装在焊接于气室壁上的里凸盛油的小铁质中，它指示铁质底端温度。因为压缩空气的温度高于气室外温度，气室壁温度便低于压缩空气温度，热量传导方式自小铁质传给气室壁。这样，铁质底端温度就会变得比压缩空气为低，因而温度计所指示的温度并不是压缩空气的真实温度。

现在，温度计的读数为  $100^{\circ}\text{C}$ ，气室壁温度为  $50^{\circ}\text{C}$ 。用冰装温度计的小铁质长为 140 毫米，壁厚为 1 毫米。



已知铁质的导热系数为 50 大卡/米·时·°C  
，压缩空气对壁的传热系数为 25  
大卡/米<sup>2</sup>·时·°C。

求测温误差。

解：根据题意，可用式 (13-14c) 计  
算。

$$\frac{100 - t_2}{50 - t_2} = \frac{1}{\cosh ml}$$

其中  $t_2$  为气室内压缩空气温度。

设小铁质直径为  $d$ ，壁厚为  $\delta$ ，则

为热易泄漏的铁壁截面积  $A = \pi d\delta$ , 铁壁的周长为  $P = \pi d$ , 故

$$m = \sqrt{\frac{hP}{kA}} = \sqrt{\frac{h}{k\delta}} = \sqrt{\frac{25}{50 \times 0.001}} \text{ /米}$$

$$ml = \sqrt{\frac{25}{50 \times 0.001}} \times 0.14 = 3.14.$$

$$\cosh ml = \frac{1}{2}(e^{ml} + e^{-ml}) = \frac{1}{2}(e^{3.14} + e^{-3.14}) = 11.6$$

$$\frac{100 - t_2}{50 - t_2} = \frac{1}{11.6}$$

$$t_2 = 104.7^\circ\text{C}$$

故测温误差为  $4.7^\circ\text{C}$ 。

若将壁厚减薄为 0.5 毫米，其他条件维持不变，则此时

$$ml = 3.14 \sqrt{\frac{0.001}{0.0005}} = 3.14\sqrt{2} = 4.427$$

$$\cosh ml = 41.88$$

$$\frac{100 - t_2}{50 - t_2} = \frac{1}{41.88}$$

$$t_2 = 101.22^\circ\text{C}$$

测温误差为  $1.22^\circ\text{C}$ 。在物理上，可以把这个结果作如下的解释：小铁壁壁厚减薄后，导热热阻便增加，使沿壁轴方向的传导热方式散失的热量减少，从而减小了测温误差。

再若将壁材料改为导热系数较小的瓷器（导热系数仍为  $1.0$  大卡/米·时· $^\circ\text{C}$ ），则在其他条件不变时，

$$ml = 3.14 \sqrt{\frac{50}{1.0}} = 22.134$$

$$\cosh ml = 2.0495 \times 10^8$$

$$t_2 = 100^\circ\text{C}$$

测温误差为零。