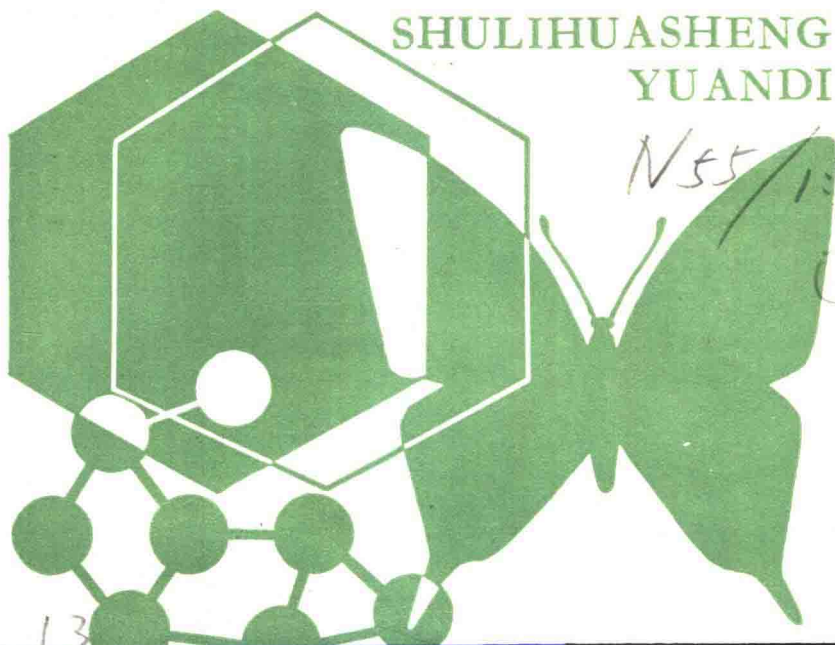


SHULIHUASHENG
YUANDI

V55 1:5



数理化生园地

5

1984/1

上海科学技术出版社

数理化生园地

5

(1984/1)

上海商务印刷厂印刷
兵革生居上海发行所发行
(上海市瑞金二路四五〇号)
上海科学技术出版社出版

·学习辅导·

- (1) 关于圆幂 蒋声
(5) 一道因式分解题的应用 王家凤
(7) 谈两角和的正弦公式的证明 李大鹏
(9) 电源电动势和内电阻的测量 林尤武等
(10) 压力就是重力吗? 董昭义
(12) 正确理解公式 $R=U/I$ 徐自尧
(14) 谈谈钠碳硫磷的溶解性 洪东府
(16) 结构·条件·性质 何新民
(20) 矿质代谢和植物生活的关系 诸一麟
(22) 呼吸与煤气中毒 邹启诚

·解题方法谈·

- (24) 十字相乘法的灵活运用 茅成栋
(29) 有机化学综合题的解法(续) 唐荣书等

·防止搞错·

- (32) 几则数学错例分析 何维安
(36) 关于动量守恒定律 李漠君

·学习方法指导·

- (39) 和中学生谈怎样上好化学课 张冠涛
(42) 学会编数学习题 王文林

·精选试题·

- (45) 一九八三年全国部分省、市、
自治区联合数学竞赛试题

·观察与实验·

- (49) 物理小实验两则 蒋皋泉等
(50) 摩尔浓度溶液配制七问 邹幼素
(53) 冬季栽树 刘师汉

·学一点科技史·

- (55) “量子化”端倪 烨 苓

·知识博览·

- (59) 白蚁怎么能吃硬木头? 姜味莼

·科学俱乐部·

- (61) 填数游戏 妙趣横生的“播
摆反应” 五分钟测验等

统一书号: 13119·1173

定 价: 0.20 元

又,若 P 在圆周上, 则 P 与一个交点 B 重合, 因而 $PB=0$, 仍有 $\overline{PA} \cdot \overline{PB}=0=PO^2-r^2$.

总之, 在每种情形下, $\overline{PA} \cdot \overline{PB}$ 都是一个常数 k , 并且等于 PO^2-r^2 . 这个常数 k 叫做点 P 关于圆 O 的幂, 简称圆幂. 当 P 在圆外时, 圆幂 $k>0$; P 在圆内时, $k<0$; P 在圆周上时, $k=0$. 切割线定理和相交弦定理统称圆幂定理.

圆幂定理在解题中非常有用, 下面通过例题介绍几种常见的应用方式.

[例 1] 在圆 O 中, 已知弦 $AB=b$, 弓形 ANB 的高为 h , 求圆的直径 d .

解 如图 3, 作垂直于 AB 的直径 MN , 垂足为 P . 由相交弦定理, 得

$$PN \cdot PM = PA \cdot PB,$$

即
$$h(d-h) = \left(\frac{b}{2}\right)^2,$$

$$\therefore d = \frac{b^2}{4h} + h.$$

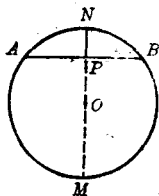


图 3

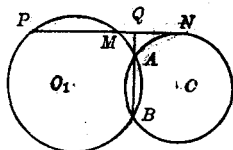


图 4

例 1 是一个富有实用价值的计算题. 在生产中, 常需根据破碎的砂轮或其他圆形零件的残片配换新零件, 这时可用游标卡尺测出 b 和 h , 代入例 1 所得的公式, 就可算出圆直径 d . 利用圆幂定理, 还可解一些有关圆的其他计算题.

[例2] PN 是圆 O 的切线, 切点为 N . 取 PN 的中点 M , 过 P, M 任意作圆 O_1 , 交圆 O 于 A, B , 直线 AB 交 PN 于 Q , 则 $MQ:QN:PM:PQ=1:2:3:4$.

证明 如图 4, 记 $PM = a$, $MQ = x$, 则 $MN = a$, $QN = a - x$. 在圆 O_1 中, 应用切割线定理, 得

$$QM \cdot QP = QA \cdot QB;$$

在圆 O 中, 应用切割线定理, 得

$$QA \cdot QB = QN^2.$$

由此得到 $QM \cdot QP = QN^2$, 即 $x(a+x) = (a-x)^2$. 化简后, 利用 $a \neq 0$, 得到 $a = 3x$, 即

$$PM = MN = 3MQ.$$

由此推出 $QN = 3MQ - MQ = 2MQ$,

$$PQ = 3MQ + MQ = 4MQ.$$

$$\therefore MQ:QN:PM:PQ = 1:2:3:4.$$

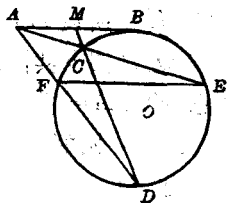
例 2 表明, 圆幂定理很适合于用来论证一些与圆有关的线段之间的比例关系和相等关系.

[例 3] 设 AB 是圆 O 的切线, B 是切点, M 是 AB 的中点. 过 M 作割线交圆于 C, D , 连 AC, AD 又交圆于 E, F , 则 $AB \parallel EF$.

证明 如图 5, 由切割线定理得 $MB^2 = MC \cdot MD$. 而 $MA = MB$, 所以 $MA^2 = MC \cdot MD$, 即

$$\frac{MC}{MA} = \frac{MA}{MD}. \text{ 由此推出 } \triangle MCA \sim$$

$\triangle MAD$, 所以 $\angle MAC = \angle MDA$. 从圆 O 又得到 $\angle MDA = \angle CEF$, 所以 $\angle MAC = \angle CEF$, 由此得到 $AB \parallel EF$.



例 3 表明, 把圆幂定理与相似

形结合起来,还能论证角的相等关系,因而可用来解决有关平行和垂直的问题.

借助相似三角形,容易证明圆幂定理的逆命题也是正确的.这些逆命题是:

1. 若线段 AB 和 CD 交于点 P , 使 $PA \cdot PB = PC \cdot PD$, 则 A, B, C, D 四点共圆;

2. 若 $\angle P$ 的两边上各有两点 A, B 和 C, D , 使 $PA \cdot PB = PC \cdot PD$, 则 A, B, C, D 四点共圆;

3. 若 $\angle P$ 的一边上有两点 A, B , 另一边上有两点 C, D , 使 $PA \cdot PB = PC \cdot PD$, 则 $\triangle ABC$ 的外接圆与 PD 相切.

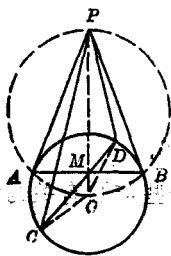


图 6

这些逆命题使圆幂定理与四点共圆问题联系起来,因而扩大了应用范围,并且更便于用来研究角的相等、平行、垂直等问题.

[例4] 设 PA 和 PB 是圆 O 的切线, A, B 是切点. 过 AB 的中点 M 任意作弦 CD , 则 $\angle APC = \angle BPD$.

证明 如图 6, 因为 PA 和 PB 是圆 O 的切线, 所以 $PA \perp OA$, $PB \perp OB$, 因而 A 和 B 都在以 OP 为直径的圆上, 并且由对称性知 OP 过 AB 的中点 M . 由圆幂定理, 得 $MP \cdot MO = MA \cdot MB$. 从圆 O 又得到 $MA \cdot MB = MC \cdot MD$, 所以 $MP \cdot MO = MC \cdot MD$. 由圆幂定理的逆命题知 P, C, O, D 四点共圆, 因而从 $OC = OD$ 得 $\angle OPC = \angle OPD$. 再注意 $\angle OPA = \angle OPB$, 就得到 $\angle APC = \angle BPD$.

圆幂在圆的几何学中占有重要地位, 圆的几何学与中学课本相距较远, 这里就不介绍了.

一道因式分解题的应用

王家凤 (上海市普陀区教育学院)

对于多项式 $a^3+b^3+c^3-3abc$, 常见的一种分解因式方法是

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (a+b)^3+c^3-3a^2b-3ab^2-3abc \\ &= (a+b+c)[(a+b)^2-(a+b)c+c^2]-3ab(a+b+c) \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca). \end{aligned}$$

这就导出了一个重要的公式:

$$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca). \quad (1)$$

根据公式(1), 还可得出以下几个结论:

1. 若 $a+b+c=0$, 则有条件等式

$$a^3+b^3+c^3=3abc. \quad (2)$$

2. 公式(1)可改写成

$$\begin{aligned} a^3+b^3+c^3-3abc &= \frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2 \\ &\quad + (b-c)^2 + (c-a)^2]. \end{aligned}$$

设 a, b, c 为正数, 因为 $a+b+c>0$, $(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2 \geq 0$, 所以 $a^3+b^3+c^3-3abc \geq 0$. 于是得

$$a^3+b^3+c^3 \geq 3abc,$$

或

$$\frac{a^3+b^3+c^3}{3} \geq abc. \quad (3)$$

等号当且仅当 $a=b=c$ 时成立.

在(3)式中, 设 $x=a^3$ 、 $y=b^3$ 、 $z=c^3$, 则 $\frac{x+y+z}{3} \geq \sqrt[3]{xyz}$

(其中 x, y, z 为正数). 同样, 等号当且仅当 $x=y=z$ 时成立.

下面再来看看公式(1)及以上几个结论的应用.

[例1] 因式分解 $a^3+b^3+3ab-1$.

$$\begin{aligned} \text{解 原式} &= a^3+b^3+(-1)^3-3ab(-1) \\ &= (a+b-1)(a^2+b^2+1-ab+a+b). \end{aligned}$$

[例2] 解方程组

$$\begin{cases} x+y+z=8, \\ x^2+y^2+z^2=24, \\ x^3+y^3+z^3=80. \end{cases}$$

解

$$\begin{aligned} xy+yz+zx &= \frac{1}{2} [(x+y+z)^2 - (x^2+y^2+z^2)] \\ &= \frac{1}{2} (64-24) = 20. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore x^3+y^3+z^3-3xyz &= (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx) \\ &= 8(24-20) = 32, \\ \therefore xyz &= 16. \end{aligned}$$

于是, x, y, z 是方程 $t^3-8t^2+20t-16=0$ 的根. 解这个方程, 得 $t_1=2, t_2=2, t_3=4$. 所以原方程组的解为

$$\begin{cases} x=2, \\ y=2, \\ z=4; \end{cases} \quad \begin{cases} x=2, \\ y=4, \\ z=2; \end{cases} \quad \begin{cases} x=4, \\ y=2, \\ z=2. \end{cases}$$

[例3] 如果 $m+n+p$ 能被 6 整除, 证明 $m^3+n^3+p^3$ 也能被 6 整除(其中 m, n, p 均为整数).

证明 由(1)式, 即有

$$m^3+n^3+p^3=(m+n+p)(m^2+n^2+p^2-mn-np-pm) \\ +3mnp.$$

今已知 $m+n+p$ 能被 6 整除, 所以 m, n, p 中至少有一个偶数. 不妨设 $p=2q$ (其中 q 为整数), 于是 $3mn p=6mnq$. 这样, 上式右端的两项均能被 6 整除, 这就证得了 $m^3+n^3+p^3$ 能被 6 整除.

[例 4] 设 A, B, C 满足

$$\begin{aligned} \cos A + \cos B + \cos C &= 0, \\ \sin A + \sin B + \sin C &= 0. \end{aligned}$$

求证: $\cos 3A + \cos 3B + \cos 3C = 3 \cos(A+B+C),$
 $\sin 3A + \sin 3B + \sin 3C = 3 \sin(A+B+C).$

证明 引进复数 $z_1 = \cos A + i \sin A, z_2 = \cos B + i \sin B,$
 $z_3 = \cos C + i \sin C,$ 则 $z_1 + z_2 + z_3 = 0$. 所以, 由 (2) 式即得

$$\begin{aligned} z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 &= 3z_1z_2z_3 = 3[\cos(A+B+C) \\ &\quad + i \sin(A+B+C)]. \end{aligned}$$

又因

$$\begin{aligned} z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 &= (\cos 3A + \cos 3B + \cos 3C) \\ &\quad + i(\sin 3A + \sin 3B + \sin 3C), \end{aligned}$$

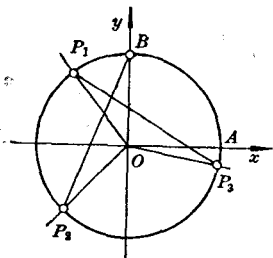
所以 $\cos 3A + \cos 3B + \cos 3C = 3 \cos(A+B+C),$
 $\sin 3A + \sin 3B + \sin 3C = 3 \sin(A+B+C).$

谈两角和的正弦公式的证明

李大鹏 (蚌埠市第一中学)

我们在学习数学时, 要注意类推的方法. 例如, 高中一年级数学课上曾学过 $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ 这一公式 (以下简记 $C_{\alpha+\beta}$) 的证明, 而两角和与差的其余一些三角公式是由此再推论出来的. 大家在学习时不妨想一想, 能否用相仿的

方法去证明 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ 吗?



是, 这两点的坐标分别为:

$$P_1(\cos \alpha, \sin \alpha), P_2(\cos(\alpha + \beta), \sin(\alpha + \beta)).$$

课本上为证明公式 $C_{\alpha+\beta}$, 是计算距离 $|AP_2|$, 而这里为要出现 $\sin(\alpha + \beta)$ 的项, 就得改成计算距离 $|BP_2|$. 于是有:

$$\begin{aligned} |BP_2|^2 &= [\cos(\alpha + \beta) - 0]^2 + [\sin(\alpha + \beta) - 1]^2 \\ &= 2 - 2 \sin(\alpha + \beta). \end{aligned}$$

课本上为证明公式 $C_{\alpha+\beta}$, 实即是把 $\triangle AOP_2$ 旋转了一个 $-\beta$ 角的方法, 这里就得改为将 $\triangle BOP_2$ 旋转一个 $-\beta$ 角. 就是说, 以 O 为顶点, OB 为始边, 作 $-\beta$ 角, 记其终边和单位圆的交点为 P_3 . 不难知道, 点 P_3 的坐标是 $P_3(\sin \beta, \cos \beta)$. 计算 $|P_1P_3|$, 有:

$$\begin{aligned} |P_1P_3|^2 &= (\sin \beta - \cos \alpha)^2 + (\cos \beta - \sin \alpha)^2 \\ &= 2 - 2(\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta). \end{aligned}$$

由 $|BP_2| = |P_1P_3|$, 得

$$2 - 2 \sin(\alpha + \beta) = 2 - 2(\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta),$$

即 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$.

这就证得了两角和的正弦公式.

作为练习, 请同学们想一想, 运用相仿的方法, 可否分别证明两角差的正弦和余弦的公式?

电源电动势和内电阻的测量

林尤武 刘承耀 (广东省陆丰县龙山中学)

全日制高中物理课本下册中,练习四的第(6)题讨论安培表或伏特表对测量结果的影响,我们就以下四种测量电路进行分析。

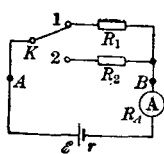


图 1

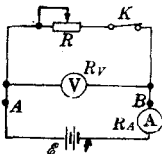


图 2

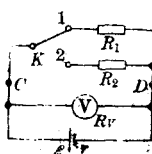


图 3

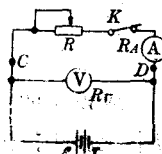


图 4

在图 1 和图 2 电路中,我们可把安培表看成电源的一部分,即把 AB 以下部分看成“内电路”,并暂称为 AB 电源,则我们所测量到的电动势 $\mathcal{E}_{测}$ 和内电阻 $r_{测}$ 就是 AB 电源的电动势和内电阻。用 $\mathcal{E}_{实}$ 、 $r_{实}$ 代表实际电源的电动势和内电阻; R_V 、 R_A 代表伏特表和安培表的内阻。由此可得:

① $r_{测} > r_{实}$ 。因为 $r_{测}$ 是从 AB 看进去的电阻,它是 $r_{实}$ 与 R_A 的串联值,即 $r_{测} = r_{实} + R_A$ 。

② $\mathcal{E}_{测} = \mathcal{E}_{实}$ 。因为当 AB 两点不接通外电路时的电压 $U_{AB} = \mathcal{E}_{测} = \mathcal{E}_{实}$ 。而 R_A 的作用只是增大内电阻,而不影响电动势的值。

应该说明的是:在图 2 电路中,伏特表的内阻 R_V 对测量结果无影响。因为 R_V 只改变外电路的电阻值,当外电路的电阻值较大时,它对测量结果的影响可忽略。

在图 3 和图 4 电路中,我们把伏特表看成电源的一部分,即把 OD 以下部分看成“内电路”,并暂称为 OD 电源,则我们所测

量到的电动势 $\mathcal{E}_{测}$ 和内电阻 $r_{测}$ 就是 CD 电源的电动势和内电阻。由此可得：

① $r_{测} < r_{实}$ 。因为 $r_{测}$ 是从 CD 看进去的电阻，是 $r_{实}$ 与 R_V 的并联值，即 $r_{测} = \frac{R_V}{R_V + r_{实}} r_{实}$ 。

② $\mathcal{E}_{测} < \mathcal{E}_{实}$ 。因为当 CD 两点不接通外电路时的电压 $U_{CD} = \mathcal{E}_{测}$ ，而 $U_{CD} = \mathcal{E}_{实} - I r_{实} = \mathcal{E}_{实} - \frac{\mathcal{E}_{实}}{R_V + r_{实}} r_{实}$ ，即

$$\mathcal{E}_{测} = \frac{R_V}{R_V + r_{实}} \mathcal{E}_{实}。$$

应该说明的是：在图 4 电路中，安培表的内阻 R_A ，对测量结果无影响。因为 R_A 只改变外电路的电阻值。

综上所述，我们可以得到如下结论：

① 安培表的内阻，对电动势的测定不发生影响；对内电阻可能使测量值偏大。因此，安培表的内阻越小越好。

② 伏特表的内阻，对电动势和内电阻的测定，如果有影响，只能使测量值偏小。因此，伏特表的内阻越大越好。

压力就是重力吗？

董昭义（上海市南昌中学）

初学压力时，同学常常容易把压力和重力混淆起来，其实，问题还是对“力”的概念不清。

力是物体对物体的作用，要正确表达一个力，必须弄清施加力的物体和受力的物体。

我们知道，由于地球的吸引而使物体受到的力就是重力；垂直作用在物体表面上的力叫做压力。也就是说，物体的重力是

由地球施加的,作用在这个物体上;支承面所受的压力是跟支承面接触的其他物体施加的,垂直作用于这个支承面上。重力的方向总是竖直向下,而压力的方向总是跟支承面垂直,具体情况要根据支承面的方位而定。有时候,压力也可以由物体的重量而产生,所以两者常常会有联系。

在如下例子中,我们可以分析一下压力 N 与重量 G 的关系。

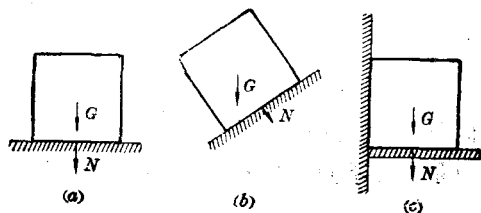


图 1

如图 1(a) 所示,把木块放在水平桌面上,由于物体的重量对水平桌面产生了压力,此时对桌面压力的大小等于木块的重量。但木块的重量作用在木块上,而木块对桌面的压力作用在桌面上。

当把木块放在斜面上,如图 1(b) 所示,此时木块对斜面有压力,但它的大小不等于木块的重量,重力的方向垂直于水平面,而压力垂直于支承面。它们的作用点和方向分别如图所示。

而当把木块放在靠墙的桌面上,如图 1(c) 所示,此时木块对桌面的压力如图 1(a) 所述。木块虽然也与竖直的墙接触,但此时木块的重量没有对墙产生作用,因此木块对墙不产生压力。

通过上述分析,我们再来看下面一个例子。

设物体重量为 G , 外加的推力或拉力为 F , 对支承面的压

力以 N 表示。那么, 图 2 中各支承面所受压力分别为: (a) $N = G$; (b) $N = G + F$; (c) $N = G - F$; (d) $N = F$; (e) $N = F - G$ 。

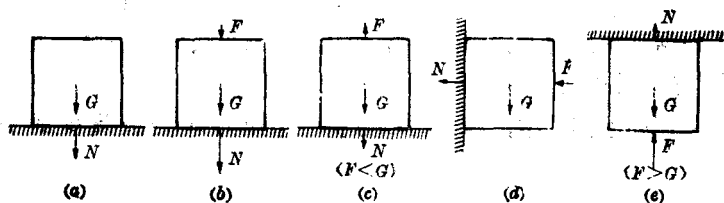
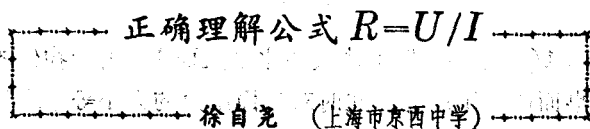


图 2

由上可知, 压力 N 的大小有时与 G 的大小有关, 有时与 G 的大小无关; 而且 N 的方向在各种情况下, 也是各不相同的, 可见, 压力和重力是两种不同性质的力, 不能混为一谈。



想知道一个导体的电阻, 对于学过初中物理的读者是一件比较容易的事。我们只要利用一只安培表、一只伏特表, 测得通过导体的电流和导体两端的电压; 然后应用欧姆定律的变换公式 $R = \frac{U}{I}$, 就能知道该导体的电阻。但是, 要正确理解公式 $R = \frac{U}{I}$ 的物理意义, 对于初学者来讲还是要澄清几个问题的。

公式 $R = \frac{U}{I}$ 是部分电路欧姆定律 $I = \frac{U}{R}$ 的变换形式。我们把公式 $R = \frac{U}{I}$ 称为导体电阻的定义式, 或者量度式 (即测量式); 用该公式来测定导体电阻的方法称为伏安法测电阻。在应

用伏安法测量电阻的过程中,我们可以发现,对于一个确定的导体,加在导体两端的电压变大,则通过导体的电流也变大;反之,电压变小,电流也变小。因此,对于一个确定的导体,不管其两端电压或者通过它的电流怎样变化,电压和电流的比值 $\frac{U}{I}$ 总是一个确定的值。那么,比值 $\frac{U}{I}$ 表示什么意义呢?我们知道,导体两端加上电压后,导体中的自由电荷就向一定方向移动形成电流,而电荷在作定向移动时要受到一定的阻碍作用,比值 $\frac{U}{I}$ 就表示这种阻碍作用,我们把这种阻碍作用叫做导体的电阻。可见,对于一个确定的导体,比值 $\frac{U}{I}$ 保持不变正是定义电阻的基础。并且,从极限的观点也可认为对 $U=0$ 、 $I=0$ 的情形也适用,可见不管在导体两端是否加上电压或者导体中是否通过电流,只要导体存在,导体的电阻也必定存在。

对于公式 $R = \frac{U}{I}$, 还有一种错误理解是:导体的电阻跟导体两端的电压 U 成正比例,跟通过导体的电流 I 成反比例。这是违背这一公式物理意义的。虽然,从形式上看,公式 $R = \frac{U}{I}$ 反映了电流 I 、电压 U 和电阻 R 三个量之间的联系,任何两个量的变化都可决定第三个量的变化,但是,对于一个确定的导体, R 是常数,所以只能说 U 与 I 成正比例,而不能说 R 与 U 成正比例或 R 与 I 成反比例的。



谈谈钠碳硫磷的溶解性

洪东府 (上海市长宁区教育学院)

在物质发生的各种变化中，“溶解”是很普遍的现象，如蔗糖溶于水，钠溶于水，碳溶于热的浓硫酸，金子溶于王水等等。然而，这些溶解现象在变化的本质上是有所区别的，除蔗糖溶于水属物理变化外，其余都属化学变化。说到“溶解性”，它是物质的一种物理性质，是指一种物质在不发生化学变化的前提下，溶解在另一种物质里的能力。因此，凡发生化学反应而生成新物质的溶解是不属于物质的溶解性的。由此可见，“溶解”与“溶解性”是两个不同的概念，但又密切相关：物质的溶解可能是它的溶解性，也可能是它的一种化学性质；而物质的溶解性在现象上则一定表现为溶解。所以，谈到钠、碳、硫、磷的溶解性，就是要指出某种溶剂，这种溶剂可以溶解这些物质，但不跟这些物质起化学反应。

钠与水会剧烈反应，因此水不能作为钠的溶剂。溶解钠可用极性比水弱的液氨做溶剂。钠溶于液氨后所得金属钠的氨溶液呈蓝色。溶解过程是钠分散到氨分子中去，并与氨分子结合成氨合分子，这与物质溶于水的情况大致相同。如果小心蒸发上述溶液，又可重新获得金属钠，这也与从水溶液中析出溶质的情况相似。氨溶剂是一种非水溶剂。除氨外，常用的非水溶剂还有酒精、二硫化碳、液态二氧化硫、四氧化二氮等，它们能溶解一些不溶于水或与水要起化学反应的物质。

金属钠在液态时又可溶于液态钾，形成液体合金；还可溶于汞，形成“钠汞齐”。这是一种以不同的金属分别为溶质、溶剂所

组成的固态溶液，这种溶液又叫固溶体。在钠钾合金或钠汞齐中，金属钠的原子置换了溶剂（钾或汞）晶格上的部分原子，使溶质分散到溶剂中去，所以这种溶体又叫置换固溶体。凡金属的电子层结构、原子半径和晶格类型等因素越相近，就越易溶解，形成置换固溶体。

碳有三种同素异形体：金刚石、石墨和无定形碳，它们都非常难熔和难挥发，也不溶于水和一般的溶剂，但能溶于熔化的金属，如铁、钴、镍等。由于碳的原子半径远小于作为溶剂的金属原子半径，所以碳原子能分散到金属晶格的空隙中，从而形成固溶体，这种固溶体又叫间隙固溶体。与碳相似，原子半径较小的氮、硼等元素也能形成间隙固溶体。

硫不溶于水，但能溶于二硫化碳溶液。纯净的单质硫是黄色晶状固体，它是一种八原子分子，分子式为 S_8 。这个分子具有环状结构，每个硫原子采取 sp^3 杂化而形成两个共价单键，结构图式为 $\text{S} \begin{array}{l} \diagup \\ \diagdown \end{array}$ ，形成的 S_8 是非极性分子。二硫化碳中的硫原子则采用 sp^2 杂化，有一个共价双键，结构图式是 $\text{S}=\text{C}=\text{S}$ ，形成的 $\text{S}=\text{C}=\text{S}$ 也是非极性分子。由于结构相似，较易溶解（“相似相容”），所以晶体硫易溶于二硫化碳。反之，无上述结构特征的无定型硫在二硫化碳溶液中是不溶的。晶体硫能溶于二硫化碳，又能从二硫化碳中结晶出来，因此可用重结晶的方法得到纯度较高的晶状（菱形）硫。

磷有白磷、黄磷、红磷等同素异形体，它们都不溶于水。但白磷和黄磷能溶于二硫化碳或苯，这是因为它们的分子较小，且 P—P 键的键能很低，容易拆散的缘故。而红磷的结构较为复杂，可能是一个巨大分子，所以红磷不溶于 CS_2 。

综上所述，物质的溶解性是由多方面因素决定的，如：分子