第五章　线性系统理论引论

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

第六章　最佳泸波原理

§5－6　状态反馈问题

5－6－1　反馈问题

在自动调节理论中，反馈原理是很重要的。通过反馈，能使系统自动消除误差。最常用的反馈有两种。一种是：通过反馈，并不增加系统零点和极点的数目，主要是调节系统的放大系数，以此来改变系统的内部参数，使系统达到所要求的品质指标。这种反馈形式如图5－6－1所示。

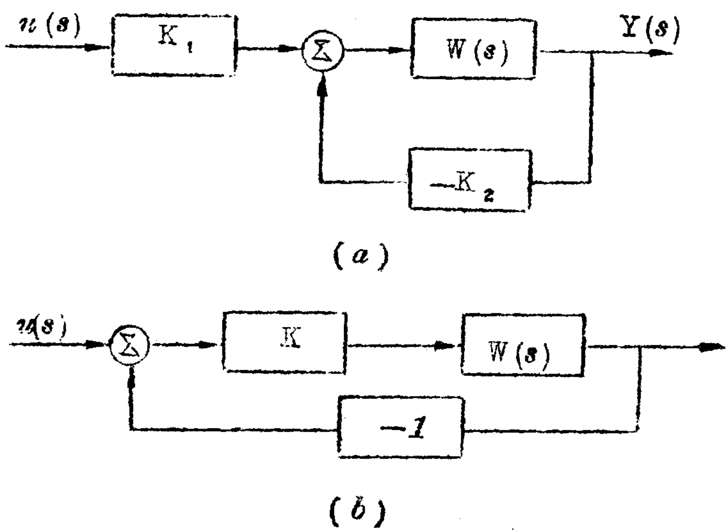


图5－6－1　反馈系统结构图

图中W（S）为被调节对象的传递函数，K_1，K_2或K为可调的放大倍数，这类反馈形式是无记忆的，所以称它为静态反馈。另一种反馈是：通过串联或跨接补偿口的方式，可以增加系统的零点或极点。补偿口也称为校正装置。如图5－6－2所示。

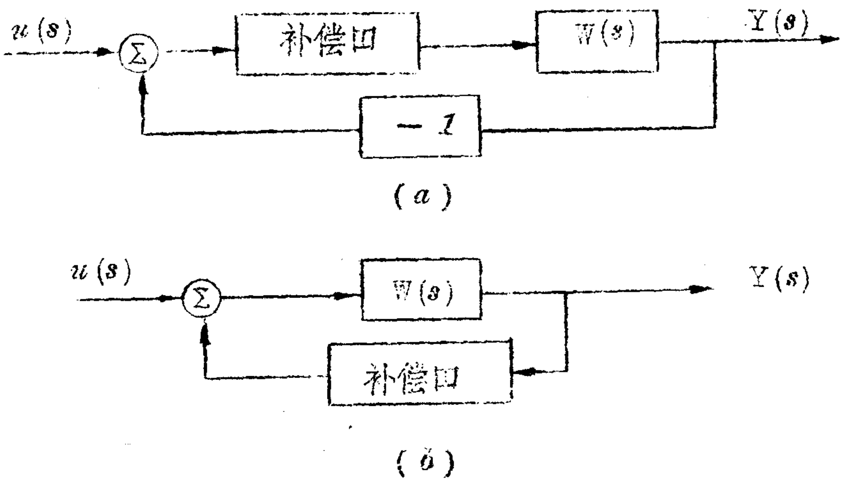
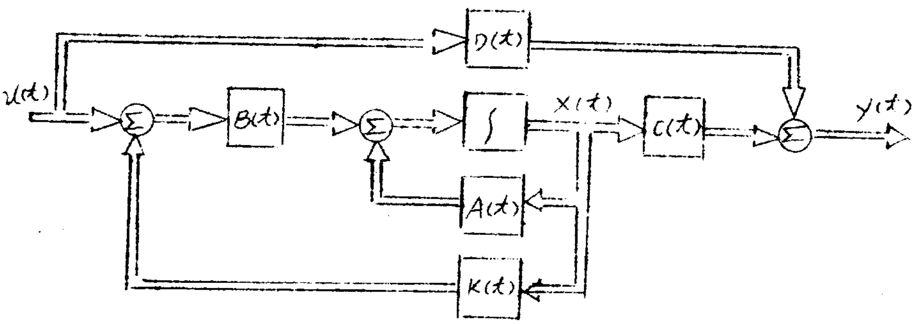


图5－6－2 反馈系统结构图

由于补偿口中一般带有积分和微分元件，因此，这种反馈是有记忆的，故称它是动态反馈。

有时在综合系统时，这两种反馈形式是同时应用的。

在处理多输入多输出系统的状态空间分析法中，反馈原理同样是极为重要的，所不同的是采用所谓状态反馈或输出反馈，它也可分为两种形式。一种是：不增加新的状态变量的状态反馈或输出反馈。如图5－6－3所示



(a)

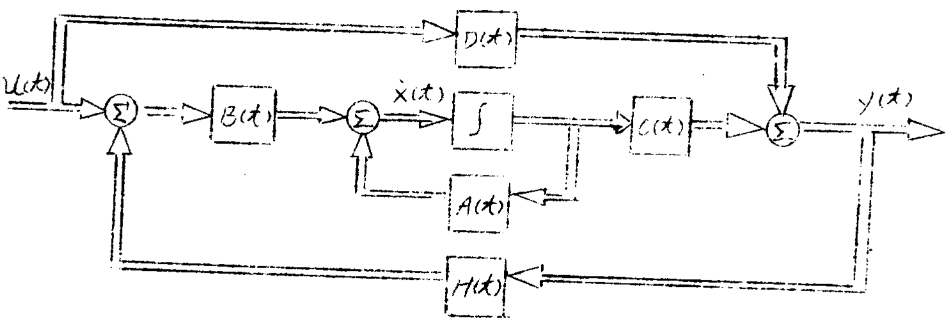


图5－6－3　多轨入多轨出系统

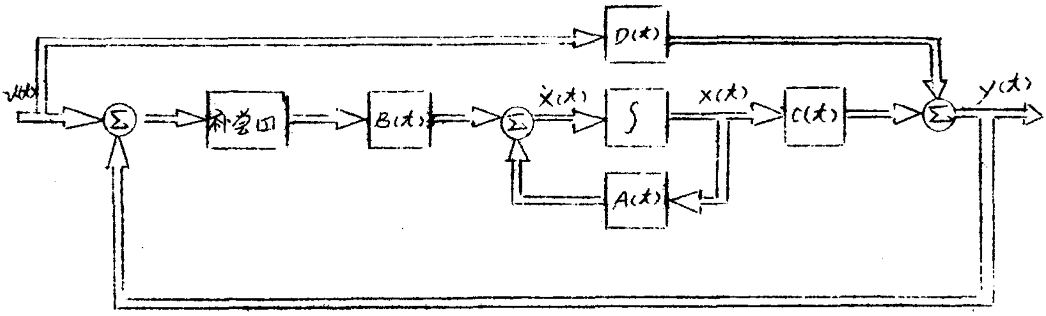
反馈结构图

图中K（t）或H（t）是状态或轨出反馈系数，A（t），B（t），C（t），D（t）矩阵是由系统方程决定的．另一种反馈是：增加新的状态变量，例如串接一个补偿叩或跨接一个观察叩等。如图5－6－4所示．

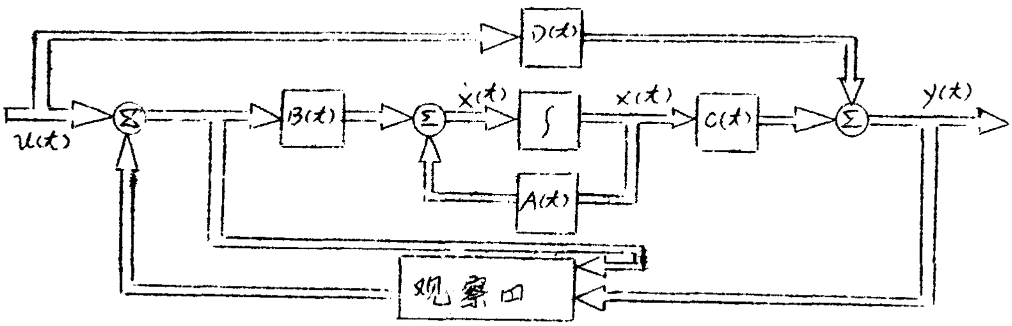
下面主要分析状态反馈和轨出反馈在常系数、线性、连续系统情况下的一些主要性质．

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com

在以下的讨论中，我们都假定矩阵 D 为 0 矩阵。



(a)



(b)

图 5－6－4　多轨入多轨出系统

反馈结构图

设具有状态反馈的系统方程为

$$
\begin{cases}
\dot{X}(t) = AX(t) + BV(t) \\
Y(t) = CX(t) \\
V(t) = KX(t) + u(t)
\end{cases}
\qquad (5\text{-}6\text{-}1)
$$

则由此得：

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= (A+BK)X(t)+Bu(t) \\ Y(t) &= CX(t) \end{aligned} \qquad (5-6-2)$$

由方程式（5－6－2）所描述的常系数、线性、连续状态反馈系统的一个重要特性是：状态反馈保持了系统的可控性。这是因为状态反馈系统 S：〔A＋BK，B、C〕的可控性矩阵为

$$Q_{ck}=[\,B \vdots (A+BK)B \vdots \cdots \vdots (A+BK)^{n-1}\cdot B\,]$$

而由于

$$(A+BK)B=AB+BKB$$

所以（A＋BK）B的列向量可由〔$B \vdots AB$〕的列向量的线性组合表示。同理（A＋BK）^{2}B的列矢量可由〔$B \vdots AB \vdots A^2B$〕的列矢量的线性组合表示等等，这样

$$rank\,Q_{ck} \leqq rank\,Q_c$$

式中

$$Q_c=[\,B \vdots AB \vdots \cdots \vdots A^{n-1}B\,]$$

但是系统 S：〔A，B，C〕又是系统 S：〔A＋BK，B，C〕经状态反馈－K得到的，因此又有

$$rank\,Q_c \leqq rank\,Q_{ck}$$

因此，状态反馈保持了可控性。但是状态反馈就不一定能保持可观察性。

设具有轨出反馈的系统方程为

$$\dot{X}(t)=AX(t)+BV(t)$$
$$Y(t)=CX(t)$$
$$V(t)=HY(t)+u(t)=HCX(t)+u(t) \qquad (5-6-3)$$

则由此得：

$$\left.\begin{aligned}\dot{X}(t)&=[A+BHC]X(t)+Bu(t)\\Y(t)&=CX(t)\end{aligned}\right\} \qquad (5-6-4)$$

由方程式（5－6－4）所描述的常系数、线性、连续，轨出反馈系统的一个重要特性是：轨出反馈保持了系统的可控性和可观察性。

这是因为轨出反馈系统 S：{ A＋BHC ，B ，C } 等效于反馈为 K＝HC 时的状态反馈系统，因此它保持了系统的可控性。

并且又因为

$$rank\begin{bmatrix}C\\C(A+BHC)\\\vdots\\C(A+BHC)^{n-1}\end{bmatrix}=rank\begin{bmatrix}C\\CA\\\vdots\\CA^{n-1}\end{bmatrix}$$

因此，轨出反馈又保持了系统的可观察性。

下面求在轨出反馈情况下，系统的闭环传递矩阵与开环传递矩阵的关系。设具有轨出反馈时，系统的闭环传递矩阵为 $W(S)$，没有轨出反馈时，系统的开环传递矩阵为 $W_0(S)$，则由系统方程和传递矩阵的计标式得：

$$W_0(S)=C(SI-A)^{-1}B \qquad (5-6-5)$$

$$W(S)=C(SI-A-BHC)^{-1}B \tag{5-6-6}$$

$W_0(S)$与$W(S)$间的关系可如下求得：

首先计祘

$$W(S)[I-HW_0(S)]=W(S)-W(S)\cdot H\cdot W_0(S)$$

$$=C[SI-A-BHC]^{-1}B-C[SI-A-BHC]^{-1}BHC[SI-A]^{-1}B$$

$$=C\{[SI-A-BHC]^{-1}-[SI-A-BHC]^{-1}BHC[SI-A]^{-1}\}B \tag{5-6-7}$$

因为

$$[SI-A-BHC]^{-1}BHC$$

$$=[SI-A-BHC]^{-1}BHC+[SI-A-BHC]^{-1}[SI-A-BHC]-I$$

$$=[SI-A-BHC]^{-1}[SI-A]-I$$

将此结果代入（5－6－7）式得

$$W(S)[I-HW_0(S)]$$

$$=C\{[SI-A-BHC]^{-1}-((SI-A-BHC)^{-1}(SI-A)-I)(SI-A)^{-1}\}B$$

$$=C\{[SI-A-BHC]^{-1}-[SI-A-BHC]^{-1}+(SI-A)^{-1}\}B$$

$$=C[SI-A]^{-1}B$$

$$=W_0(S)$$

因此得

$$W(S)=W_0(S)[I-HW_0(S)]^{-1} \tag{5-6-8}$$

另一方面因为

$$[I-W_0(S)H]W(S)=W(S)-W_0(S)HW(S)$$

$$=C\{SI-A-BHC]^{-1}B-C[SI-A]^{-1}BHC\{SI-A-BHC]^{-1}B$$

$$=C\{[SI-A-BHC]^{-1}-[SI-A]^{-1}BHC[SI-A-BHC]^{-1}\}B \tag{5-6-9}$$

$$BHC(SI-A-BHC)^{-1}$$

$$=BHC(SI-A-BHC)^{-1}-(SI-A-BHC)(SI-A-BHC)^{-1}-I$$

$$=(SI-A)(SI-A-BHC)^{-1}-I$$

将此结果代入（5－6－9）式得

$$[I-W_0(S)H]W(S)$$

$$=C\{(SI-A-BHC)^{-1}(SI-A)^{-1}[(SI-A)(SI-A-BHC)^{-1}-I]\}B$$

$$=C\{(SI-A-BHC)^{-1}-(SI-A-BHC)^{-1}+(SI-A)^{-1}\}B$$

$$=C(SI-A)^{-1}B$$

$$=W_0(S)$$

因此得：

$$W(S)=(I-W_0(S)H)^{-1}W_0(S) \qquad (5-6-10)$$

由此可知：

$$W(S)=(I-W_0(S)H)^{-1}W_0(S)$$
$$=W_0(S)(I-HW_0(S))^{-1} \qquad (5-6-11)$$

关系式（5－6－10）中，当 $H=-H(S)$ 时便得

$$W(S)=(I+W_0(S)H(S))^{-1}W_0(S) \qquad (5-6-12)$$

这就是（5－1－53）式，也就是当输出反馈是负反馈时，系统的闭环传递矩阵与开环传递矩阵之间的关系。

5－6－2 极点配置问题

下面只讨论常系数，线性系统。

所谓极点配置问题，就是对于系统 $S:\{A, B, C\}$，通过状态反馈K，使得矩阵 $A+BK$ 的特征值，也就是系统

$$\dot{X}(t)=(A+BK)X(t)\ ,\ y(t)=cx(t)$$

的传递矩阵的元素的极点进行任意配置，以便使系统品质达到设计的要求。

一、单轨入单轨出系统的极点配置

如果认为所讨论的单轨入单轨出系统是完全状态可控的，那末，我们总可通过坐标变换把它变为可控规范形式，因此我们就不妨假定所讨论的系统已经就是可控规范形式了。也就是说，系统 $S:(A_{c\text{II}}, b_{c\text{II}}, c_{c\text{II}})$ 的各矩阵为

$$A_{c\text{II}}=\begin{bmatrix}0 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1\\ -a_0 & -a_1 & \cdots & -a_{n-1}\end{bmatrix};$$

$$b_{c\text{II}}=\begin{bmatrix}0\\ \vdots\\ 0\\ 1\end{bmatrix};$$

$$c_{c\text{II}}=[p_0, p_1, \cdots, p_{n-1}]$$

由系统的可控形实现与系统传递函数间的关系可知，这时相应的系统的传递函数为

试读结束：需要全本请在线购买： www.ertongbook.com