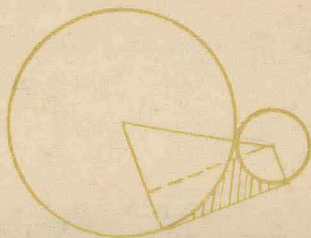


中学数学习题选

(内部发行)



昆山县文教局教研室编

目 录

一、代 数		(1)
二、三 角		(44)
三、平 面 几 何		(65)
四、立 体 几 何		(93)
五、解 析 几 何		(106)

代

数

习 题 一

1. (1) 一个不为零的数乘以什么数就得它的相反数?
(2) 如果一个数的相反数比它大, 这个数该是怎样的数?
比它小呢? 和它相等呢?
(3) 如果一个数的倒数比它大, 这个数该是怎样的数?
比它小呢? 和它相等呢?
2. 若 $a=b$, $|a|$ 是否等于 $|b|$? 反之若 $|a|=|b|$, a 是否等于 b ?
若 $|a|>|b|$ 能断定 $a>b$ 吗?
3. $2 + \sqrt{3}$ 这个数是否可称作实数? 是否可称作复数? 为什么?
4. 分别下面这些数集中, 指出哪些运算是永远可以实施的?
(1) 正有理数; (2) 有理数; (3) 实数; (4) 复数。
5. 两个无理数的和、差、积、商可否为有理数? 两个有理数的和、差、积、商可否仍为有理数? $5i-2$ 的共轭虚数是 $5i+2$ 吗? 为什么?
6. $2\sqrt{3}$ 是不是偶数? $-3i$ 是不是负数? 为什么?
7. 能否举出一个数, 它既是复数, 也是虚数, 也是无理数?
8. 当 $0 \leq \alpha \leq 2\pi$, 下面二式是否一定成立?
(1) $|\sin \alpha| = \sin \alpha$; (2) $|\sin \alpha| = \sin \alpha$.
9. (1) $a \neq 0$, $b \neq 0$, 能不能断定 $a+b \neq 0$? $a \cdot b \neq 0$?
 $\frac{b}{a} \neq 0$ 呢?

(2) a, b 为任意实数, $+a$ 一定大于 $-a$ 吗? $2a$ 一定大于 a 吗?
 $a+b$ 一定大于差 $a-b$ 吗?

(3) a, b 为实数, 如 $ab > 0$, 讨论 a, b 符号? 如 $ab < 0$ 呢?

(4) 负数的奇次幂是正数还是负数? 偶次幂呢?

(5) 已知 $a > b$, 判断下列各式是否成立? 为什么?

$$a^2 > b^2; \quad a^3 > b^3.$$

10. (1) $\sqrt{4} = \pm 2$. 对吗? 为什么?

2 求 $\frac{9}{25}$ 的平方根与计算 $\sqrt{-\frac{9}{25}}$ 是不是一回事? 求 $-5 +$

$12i$ 的平方根与计算 $\sqrt{-5 + 12i}$ 是不是一回事? 为什么?

11. 方程 $|x| + 3 = 0$ 能否有解? 解方程 $2x - 2 + (x + 3)i = 0$
能否写成 $2x - 2 = 0$ 和 $x + 3 = 0$ 来解? 为什么?

12. 指出下列两题的错误所在:

$$(1) \frac{1}{-1} = \frac{-1}{1}, \quad \sqrt{\frac{1}{-1}} = \sqrt{\frac{-1}{1}}, \quad \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-1}} = \frac{\sqrt{-1}}{\sqrt{1}},$$

$$(\sqrt{1})^2 = (\sqrt{-1})^2, \quad \therefore 1 = -1.$$

$$(2) \sqrt{6} = \sqrt{(-2)(-3)} = \sqrt{-2} \cdot \sqrt{-3} = \sqrt{2}i \cdot \sqrt{3}i \\ = \sqrt{6}i^2 = -\sqrt{6}.$$

13. (1) 任意不同的两个整数之间, 是不是一定能插进一个
介在这两个数之间的整数?

(2) 任意不同的两个有理数之间, 是不是一定能插进一个
介在这两个数之间的有理数? 为什么?

14. 写出下列各数的相反数, 并把各对数在数轴上表示出来:

$$-6\frac{1}{2}, \quad +2\frac{1}{2}, \quad 3, \quad 0, \quad -2.25, \quad -\frac{1}{2}.$$

15. 计算: (1) $\left[1 - \frac{1}{3} \times \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-1\frac{1}{9}\right) \div \frac{2}{3}\right] \div (-2)^3$

$$(2) -1 - \left[1 - (1 - 0.5 \times \frac{1}{3}) \right] \times [2 - (-3)^2]$$

16. 计算：

$$(1) \frac{\frac{2}{5} + 1\frac{1}{4}}{4\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3}} ; \quad (2) \frac{4\frac{1}{2} \times 5\frac{2}{3} + 6}{6\frac{3}{4}} ;$$

17. 比较大小：

$$(1) \frac{7}{12} \text{ 与 } \frac{35}{66} ; (2) -3\frac{2}{5} \text{ 与 } -\sqrt{11} ; (3) \sqrt{10} \text{ 与 } \pi$$

$$(4) \sqrt[4]{4} \text{ 与 } \sqrt[6]{\frac{63}{8}} ; (5) \sqrt[3]{\frac{1}{4}} \text{ 与 } \sqrt[3]{\frac{-1}{8}} ; (6) \sqrt[4]{{(-2)}^2} \text{ 与 } 2$$

$$(7) |3 + 2i| \text{ 与 } 6 ; (8) |\sqrt{1+i}| \text{ 与 } i^2 ; (9) \log_2 1 \text{ 与 } \log_2 \frac{1}{4}$$

$$(10) \operatorname{tg} 1 \text{ 与 } \operatorname{tg} 35^\circ ; (11) \sin 60^\circ \text{ 与 } \log_2 \sqrt{2} ;$$

$$(12) \sqrt{3} + \sqrt{7} \text{ 与 } \sqrt{2} + \sqrt{8} .$$

18. 在自然数范围内，下列哪些方程有解？它的解是什么？

$$(1) x + 2 = 5 ; \quad (2) x - 5 = 6 ;$$

$$(3) x + 5 = 1 ; \quad (4) x + 2 = 2 .$$

19. 在整数范围内，下列哪些方程有解？它的解是什么？

$$(1) x - 21 = 5 ; \quad (2) x + 5 = 2 ;$$

$$(3) 5x - 4 = 3x - 8 ; \quad (4) x^2 - 4 = 0 .$$

20. 哪些整数能满足下列关系？

$$(1) x < 1 ; \quad (2) x > -2 ; \quad (3) -1 < x < 1 ;$$

$$(4) -2 < x < 3 ; \quad (5) |x| = 5 ; \quad (6) |x - 2| = 3$$

$$(7) |x| < 6 ; \quad (8) |x| = -x ; \quad (9) \sqrt{12 - x} = x ;$$

$$(10) x^2 - 9 = 0 .$$

21. 实数 m 取哪些值时，复数 $(2+i)m^2 - 3(1+i)m - 2(1-i)$

是：(1) 实数； (2) 纯虚数。

22. 比较 $|14 + 40i|$ 和 $(-7 + \sqrt{7}i)(-5 - \sqrt{7}i)$ 的大小。

23. 求复数 $\frac{x^2 - y^2 + 2xyi}{xy\sqrt{2} + \sqrt{x^2 + y^2}i}$ 的模数。

24. 从下面关系式中，求实数 x 、 y 的值：

$$(1) (3 - 10i)y - \frac{5x}{2i - 1} - 5 + 6i = 0$$

$$(2) \frac{3x - 1 + (5y + 2)i}{2 + i} = 1 - 2i.$$

$$(3) \frac{6x - yi}{5 + 2i} = \frac{15}{8x + 3yi};$$

$$(4) \frac{(y^2 + x^2i) + (10 + i)}{x(1 + 2i) + y(1 + 3i)} = x(1 + i) - y(1 - 4i)$$

25. 计算：

$$(1) \frac{k}{i} + \frac{k+1}{i} + \frac{k+2}{i} + \frac{k+3}{i}, \quad (k \text{ 是自然数})$$

$$(2) \sqrt[3]{-8} - \sqrt{-8} + \sqrt{\left(-\frac{1}{8}\right)^2} - \sqrt[6]{\left(-\frac{1}{8}\right)^2} \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}}$$

$$(3) \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}i}{\sqrt{5} - \sqrt{3}i} - \frac{\sqrt{3} + \sqrt{5}i}{\sqrt{3} - \sqrt{5}i}.$$

26. 写出下列各数与它们的共轭虚数的三角函数式：

$$(1) i + 1; (2) \sqrt{12} - 2i; (3) -3; (4) 2i;$$

27. 化下列各复数的三角函数式为复数的代数式：

$$(1) \sqrt{2} \left(\cos \frac{3\pi}{4} + i \sin \frac{3\pi}{4} \right);$$

$$(2) 12 \left(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6} \right).$$

28. 求证：当 n 是 3 的倍数时，

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \right)^n + \left(\frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} \right)^n = 2$$

又问当 n 是其他自然数时，上式左边等于什么？

29. 解方程 $x^4 + 1 = 0$ ，并且证明复数平面内表示这个方程的根的四点是一个正方形的顶点。

30. 试证 $\sqrt{3} + i$ 、 $\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ 、 $2i$ 、 -2 四点共圆。

31. 如复数 $a + bi$ 的模等于 1，且 $b \neq 0$ ，则可表示为：

$$a + bi = \frac{c - i}{c + i} \quad \text{这里 } c \text{ 是实数。}$$

32. 求以下三个振动的合振动：

$$A_1 = 2\sin(100t + 30^\circ); \quad A_2 = 4\sin(100t + 60^\circ);$$

$$A_3 = 6\sin(100t + 90^\circ).$$

33. 证明：五个连续整数的平方和不是完全平方数。

34. 证明： $n^3 + 3n^2 - n - 3$ 。当 n 是奇数时，可被 48 整除。

35. 证明：任一整数与其数字按相反顺序排列所成之数的差能被 9 整除。

习 题 二

1. 已知 $x = \frac{1}{2}$, $y = 1$ 求 $x + \frac{y}{3-2xy}$ 的值.
2. 设 $n = 2, 3, 4, 5$. 分别求 $(-3)^n - 8n - 1$ 的值.
3. 设 $f(x) = ax^2 + bx + c$, 已知 $f(4) = 0$, $f(-5) = 0$, $f(10) = 10$. 求 $f(x)$.
4. 求 A, B 的值, 使 $(x+2)(x+3)(x-5) = x^3 + Ax^2 + Bx - 30$ 的恒等式成立.
5. (1) 代数式 $a^3 + 3$ 的值什么时候最小? 最小值是多少?
 (2) 代数式 $5 - (a+b)^2$ 的值什么时候最大? 最大值是多少?
 (3) 代数式 $a^2 + 2a + 2$ 的值什么时候最小? 最小值是多少?
 (4) 代数式 $2 - 4a - a^2$ 的值什么时候最大? 最大值是多少?
6. 计算 (1) $\{3x - [x - 1 - (2x + 1) + 3] - 3\} + (x + 1)$;
 (2) $[(3x^n y^{m+1})^2 \cdot (-x^n y^m)^3]^2$;
 (3) $\left(\frac{3}{4}a^4b^7 - 0.5a^3b^8 - \frac{1}{9}a^2b^6\right) \div \left(-\frac{1}{3}ab^3\right)^2$.
7. 计算:
 (1) $(-2a - 0.5b^3)^2$;
 (2) $\left(\frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{2}y^3\right)\left(\frac{1}{2}y^3 - \frac{2}{3}x^2\right)$;
 (3) $(x+y-z)^2 + (x-y-z)(x+y-z)$;
 (4) $(x^2 + y^2)^2(x+y)^2(y-x)^2$;
 (5) $(x-1)(x+1)(x^2-x+1)(x^2+x+1)$.
8. 分解因式:
 (1) $4y^2(1-m) - 2y(m-1)$;

$$(2) a(x-a) + b(a-x) - c(x-a); \quad (3) a^3 - a^2 + a - 1$$

$$(4) 2x^m y^{n-1} - 4x^{m+1} y^n + 2x^{m+2} y^{m+1}$$

$$(5) xy + x^2 + \frac{1}{4}y^2; \quad (6) a^2 - a + \frac{1}{4}$$

$$(7) a^2 + 4ab + 4b^2 - c^2; \quad (8) x^2 + (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{6}$$

$$(9) (ma)^2 - 2m^3a - 1 + m^4; \quad (10) x^2y - 2y^3$$

9. 分解因式:

$$(1) x^5 + x^3 - x^2 - 1; \quad (2) x^4 + 2x^3 + 2x^2 + 2x + 1$$

$$(3) 3a^4 - 5a^3 - 5a^2 + 5a + 2; \quad (4) a^{5n} + a^n + 1$$

$$(5) x^2 + x + 2\frac{1}{4} + x^{-1} + x^{-2} - y^2$$

$$(6) a^4 + a^2b^2 + b^4; \quad (7) x^8 + x^4 + 1$$

$$(8) x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)$$

$$(9) x^4 + y^4 + z^4 - 2x^2y^2 - 2x^2z^2 - 2y^2z^2$$

$$(10) x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$(11) (x^2 + x + 1)(x^2 + x + 2) - 12$$

$$(12) (x+1)(x+3)(x+5)(x+7) + 15$$

$$(13) 4(x+5)(x+6)(x+10)(x+12) - 3x^2$$

$$(14) x^5 + x^4y - 2x^3y - x^3y^3 - xy^4 + 2y^5$$

$$(15) x^2 - (5-3i)x + (4-7i)$$

$$(16) (b-c)(b+c)^2 + (c-a)(c+a)^2 + (a-b)(a+b)^2$$

$$(17) a^{10} + 2a^9 + 3a^8 + 4a^7 + 5a^6 + 6a^5 + 5a^4 + 4a^3 + 3a^2 + 2a + 1$$

$$(18) a^{3m+3} + b^{6n-3}$$

$$(19) 2a^{2+n} - a^{2+n} \cdot n + (n-2)(a^n - a)^2 a^n$$

$$(20) a^{2k}b^{2n+2}c^{2m-2} - a^{2k}b^{2c}a^{4m-4} + a^{2k+2}b^{2n}c^{2m-2} - a^{2k+2}c^{4m-4}$$

10. 已知 $x^2 = y^2 + z^2$ 求证

$$(5x - 3y + 4z)(5x - 3y - 4z) = (3x - 5y)^2$$

11. (1) 要使形如 $10^n + 1$ 的数能够被 11 整除, 那末自然数 n 应
该是怎样的数? (提示: $11 = 10 + 1$)

(2) 要使形如 $7^n - 1$ 的数, 能够被 48 整除, 那末自然数 n 应
该是怎样的数? (提示: $48 = (7 + 1)(7 - 1)$)

12. a 为何值时, 分式 $\frac{a^2 + 3a + 2}{4a - 1} \cdot \frac{1}{3}$ 无意义? 又 a 为何值时,
分式的值为 0?

13. 约简分式:

$$(1) \frac{a + b}{a^4 - b^4}$$

$$(2) \frac{(y - 2x)^2}{2x - y}$$

$$(3) \frac{a^2 - b^2}{a^2 + 2ab + b^2}$$

$$(4) \frac{(x^2 - 2x)(x^2 + 4x + 3)}{(x^2 + x)(x^2 + x - 6)}$$

14. 求证: 若 $\frac{x}{a-b} = \frac{y}{b-c} = \frac{z}{c-a}$ (a, b, c 均不等),
则 $x + y + z = 0$

15. 已知 $m + \frac{1}{m} = 3$ 求 (1) $m^2 + \frac{1}{m^2}$; (2) $m^3 + \frac{1}{m^3}$

16. 计算:

$$(1) \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} - \frac{2ab}{b^2 - a^2}$$

$$(2) \left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2 + 2ab + b^2} \right) \div \left(\frac{a}{a+b} - \frac{a^2}{a^2 - b^2} \right)$$

$$(3) \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$$

$$(4) a - a \div \left\{ \frac{a^2 - b^2}{a^3 + b^3} \left[\left(a - \frac{a^2 + b^2}{b} \right) \div \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b} \right) \right] \right\}$$

$$(5) \frac{x^4 + x^2 + 1}{x^3 - 1} + \frac{x(x-2) - 2(x-2)}{x^2 - 3x + 2}$$

$$(6) \frac{a}{(a-2b)(a-c)} + \frac{2b}{(2b-c)(2b-a)} + \frac{c}{(c-a)(c-2b)}$$

$$(7) \left[\left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) \div (x+y) + x \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) \right] \div \frac{1+x}{y}$$

$$(8) \frac{6x^{2n} - 24}{x^{2n+2} + 6x^{n+2} + 9x^2} \cdot \frac{x^n + 3}{x^n - 3} \div \frac{3x^{n+6}}{x^{n+2} + 3x^2}$$

$$(9) \frac{x^4 - (x-1)^2}{(x^2+1)^2 - x^2} + \frac{x^2 - (x^2-1)^2}{x^2(x+1)^2 - 1} + \frac{x^2(x-1)^2 - 1}{x^4 - (x+1)^2}$$

17. 化简:
$$\frac{a^{2n+1} - 6a^{2n} + 9a^{2n-1}}{a^{n+1} - 4a^n + 3a^{n-1}}$$

18. 已知 $4x = -3y$, 求 $\frac{x - \frac{y^2}{x+y}}{y - \frac{x^2}{x^2y}}$ 的值

19. 如果 $\frac{y+z}{a} = \frac{y+x}{b} = \frac{x+z}{c}$ 求 $x:y:z$

20. 化简:

$$(1) \frac{2x^2 - x}{\frac{1}{x^2} - 4}, \quad (2) \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}}$$

$$(3) \frac{\frac{2|x|}{1 + \frac{1}{1 + \frac{2}{x-1}}}}{\frac{4}{x+2} + 1}, \quad (4) \frac{\frac{4}{x^2 - 10} - \frac{x^3 + 8}{x + \frac{4}{x+4}}}{\frac{4}{x+2} + 1}$$

$$(5) \frac{1}{m + \frac{1}{n + \frac{1}{p}}} \div \frac{1}{m + \frac{1}{n}} - \frac{1}{n(mnp + m + p)}$$

21. 已知 $a = -2.25$, $b = \sqrt{3}$ 求

$$5ab^2 - \left\{ 2a^2b - [3ab^2 - (4ab^2 - 2a^2b)] \right\} \text{ 的值}$$

22. 计算:

$$(1) 6a + \left(\frac{1}{a-2} + \frac{1}{a+2} \right) \div \frac{2a}{a^4 - 2a^3 + 8a - 16}$$

当 $a = 2.5$ 时, 求它的值.

(2) 在 $a \neq b$ 的条件下, 求

$$\frac{a^3 + b^3}{n} : \frac{a^3 - b^3}{p} = \frac{p(a+b)}{n(a-b)} : x$$

当 $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{3}$ 时, x 的值

23. 在什么条件下, 下列等式成立?

$$(1) \sqrt[4]{x^4} = x; \sqrt[4]{x^4} = -x; (2) \sqrt{(x-3)^2} = 3-x;$$

$$(3) \sqrt{x^2-1} = \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x-1}; (4) \sqrt{\frac{x-2}{(x-3)}} = \frac{\sqrt{x-2}}{\sqrt{x-3}}$$

$$(5) \sqrt[3]{(x+1)(x-5)} = \sqrt[3]{x+1} \sqrt[3]{x-5};$$

$$(6) \sqrt{(x-3)^3} = (\sqrt{x-3})^3;$$

$$(7) \sqrt[4]{\sqrt[3]{x-3}} = \sqrt[1]{\sqrt[2]{x-3}}$$

24. 化简:

$$(1) \sqrt{(a^2+6a+9)(a^2-4a+4)} \quad (a \geq 2)$$

$$(2) \frac{-2mn}{m-3n} \sqrt{\frac{(m+3n)^2}{2mn} - 6} \quad (0 < m < 3n)$$

$$(3) \sqrt{x^2-2+\frac{1}{x^2}} \cdot \left(x+\frac{1}{x}\right) \quad (x \text{ 是正的纯小数})$$

$$(4) |6-a| - |2a+1| + \sqrt{a^2+10a+25} \quad (a < -5)$$

25. 如果最简根式

$$(1) \quad n^2 + 3\sqrt[n]{2a+b} \text{ 和 } n+1\sqrt[n]{3a-b} \text{ 是同次根式, 求 } n \text{ 的值}$$

$$(2) \quad 3a + \sqrt[n]{4a+3b} \text{ 和 } b + \sqrt[n]{2a-b+6} \text{ 是同类根式, 求 } a, b \text{ 的值.}$$

$$26. \text{ 已知 } a = \sqrt{2} + 1, b = \sqrt{2} - 1, \text{ 求 } a^2 + ab + b^2 \text{ 的值.}$$

27. 计算:

$$(1) \left(3\sqrt{\frac{2}{3}} - \sqrt{12} - \sqrt{6} \right) \left(2\sqrt{\frac{2}{3}} - 8\sqrt{\frac{3}{8}} + 3\sqrt{\frac{3}{2}} \right)$$

$$(2) \sqrt[3]{a^2b} \cdot (\sqrt{ab})^3 \cdot \sqrt{a\sqrt[3]{ab^2}} \div \sqrt[3]{a^7b^5};$$

$$(3) \left(27\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt{ab^{-\frac{1}{3}}} \sqrt[4]{b^{\frac{2}{3}}} \right)^{\frac{1}{3}};$$

$$(4) -\frac{n^2 \sqrt{a^{n^2} b^{n^3+n^2}}}{(c^{n-1})} \quad (a > 0, b > 0, c > 0)$$

28. 将下列各式的分母有理化:

$$(1) \frac{42}{5-2\sqrt{3}+\sqrt{7}}; \quad (2) \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1};$$

$$(3) \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}} \quad (x > 1); \quad (4) \sqrt{\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}}$$

29. 计算:

$$(1) \sqrt{8-2\sqrt{15}}; \quad (2) \sqrt{2-\sqrt{3}};$$

$$(3) \sqrt{5-\sqrt{24}}; \quad (4) \sqrt{3+2\sqrt{5+12\sqrt{3+2\sqrt{2}}}}$$

$$(5) \sqrt{3+\sqrt{5}} + \sqrt{3-\sqrt{5}};$$

$$(6) \sqrt{2+\sqrt{3}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}} \cdot \sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}} \cdot \sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{3}}}}$$

$$(7) \left\{ \frac{x-a}{a} \sqrt{\frac{a^{2n-2}}{(x-a)^2}} \div \left[(x-a)^{2n} \sqrt{\frac{a^{n^2-n+1}}{(x-a)^{2n+1}}} \right] \right\} \\ \div \frac{\sqrt[n]{(x-a)^{n+1}}}{\sqrt[n]{a^{n+1}}}$$

30. 已知 $\sqrt{6} = 2.45$, 求 $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$ 的值.

31. 如果 $x = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$, $y = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{\sqrt{3} - \sqrt{2}}$,

求 $3x^2 - 5xy + 3y^2$ 的值.

32. 化简 $\left(\sqrt{ab} + \sqrt{\frac{a}{2b}} - \sqrt{\frac{2b}{a}} + \sqrt{\frac{a}{2b} + \frac{2b}{a} - 2} \right) \div \sqrt{b}$
($2b > a$)

33. 如果 $x = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{2a-b}{b}}$ ($0 < a < b < 2a$) 化简

$$\frac{1-ax}{1+ax} \sqrt{\frac{1+bx}{1-bx}}.$$

34. 已知 $x = \frac{2ab}{b^2+1}$ ($a > 0, b > 0$) 求下式的值.

$$\frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} \quad (\text{应分 } b > 1, b = 1, b < 1 \text{ 三种情况})$$

35. 求证 $\sqrt{10} + \sqrt{24} + \sqrt{40} + \sqrt{60} = \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$

36. 已知 $a = \sqrt{\sqrt{2}+1}$, $b = \sqrt{\sqrt{2}-1}$ 证明 $a = \frac{1}{b}$

37. 如果 $4x^2 - 4x - 15 \leq 0$

化简 $\sqrt{4x^2 + 12x + 9} + \sqrt{4x^2 - 20x + 25}$.

38. $\frac{R}{2} \sqrt{10-2\sqrt{5}}$, R , $\frac{R}{2}(\sqrt{5}-1)$ 分别表示内接于半径为 R 的圆的正五边形、正六边形、正十边形的边长。

试证 $\left(\frac{R}{2} \sqrt{10-2\sqrt{5}} \right)^2 = R^2 + \left[\frac{R}{2}(\sqrt{5}-1) \right]^2$.

习 题 三

1. 什么叫方程？用方程来表示下列数量关系：

(1) x 的2倍加上7等于它的5倍减去8；

(2) y 比 y 的4倍大12；

(3) x 与3的和平方的平方等于 x 的10倍与6的和。

2. 什么叫方程的根？1、2、-2、-3中，哪些是方程 $x^3 - 7x = 6$ 的根？哪些不是？

3. 什么叫同解方程？下列方程后面的括号里的数是这个方程全部的根，指出下列方程哪些是同解方程？

(1) $2x - 3 = x$ [3] ; (2) $2x - 1 = 3x$ [-1] ;

(3) $(x+1)(x-3) = 0$ [-1,3]; (4) $5x - 8 = 2x + 1$ [3];

(5) $x^2 - 3x = 0$ [0,3]; (6) $x^2 - 3 = 2x$ [3,-1];

4. 根据方程的两个基本性质，判别下列各题中的两个方程是不是同解方程？

(1) $4 + 7x = 10$ 和 $7x = 6$;

(2) $\frac{1}{2} - 3x = 1 - 5x$ 和 $2x = \frac{1}{2}$;

(3) $-\frac{x}{4} = -3$ 和 $x = 12$;

(4) $x = 3$ 和 $0 \cdot x = 0 \cdot 3$;

(5) $x = 1$ 和 $x^2 = x$;

5. x 等于什么数值时，代数式 $x - \frac{1+x}{3}$ 的值等于2？

6. x 等于什么数值时，代数式 $\frac{2x-3}{5}$ 与 $\frac{2}{3}x - 3$ 的值相等？

7. 不用解方程, 能否断定下列方程是否有实根?

$$(1) \frac{x^2-5}{x^2+7}=1, \quad (2) \sqrt{x-8} + \sqrt{2-x} = 5;$$

$$(3) \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2+2} = 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x^2+1}};$$

$$(4) |x-2| + |x+2| + 1 = 0;$$

$$(5) \lg(100+x^2) + \lg(1+\sqrt{3x}) = 1.98.$$

8. 解下列方程:

$$(1) 3 - \frac{8-7x}{10} + \frac{x+1}{2} = 4 - \frac{7-3x}{5};$$

$$(2) \frac{3}{2}(y+1) - \frac{2}{3}(2y-1) = \frac{1}{5}(3y-2) - \frac{1}{10};$$

$$(3) \frac{1}{2} \left\{ 1 - \frac{2}{3} [x - 4(x-1)] \right\} = 4x;$$

$$(4) \frac{0.4x+0.9}{0.5} - \frac{0.03+0.02x}{0.03} = \frac{x-5}{2}$$

9. 解下列关于 x 的方程:

$$(1) (x+a)(x-b) = (x-a)(x+b);$$

$$(2) \frac{x}{m} - \frac{x}{n} = 1.$$

10. m 为什么实数时, 下列方程的解是正数? 为零? 无解?

$$(1) m(x-2) = 3(x+1); \quad (2) \frac{x-1}{x+2} = \frac{3m-2}{m+4}.$$

11. 解下列方程:

$$(1) 2(2x-1)^2 = 4; \quad (2) 9x^2 = x;$$

$$(3) 2x^2 - 8x = 7;$$

$$(4) (x+2)^2 + (x-2)^2 = 8(x^2+1) - (x+1);$$

$$(5) (3x-8)^2 - (4x-6) \dots$$

$$(6) x^2 + 2 = 2\sqrt{2}x.$$

12. 解下列关于 x 的方程

$$(1) ax(a-x) - ab^2 = b(b^2 - x^2) \quad (a \neq b);$$

$$(2) (x-a+2b)^3 - (x-2a+b)^3 = (a+b)^3.$$

13. 解下列方程；

$$(1) x^4 - 13x^2 + 36 = 0;$$

$$(2) (x+2)(x+3)(x-4)(x-5) = 44;$$

$$(3) (x^2 + 14x + 24)(x^2 + 11x + 24) = 4x^2.$$

14. 方程 $2x^2 + (k-9)x + (k^2 + 3k + 4) = 0$ 中, 当 k 是什么数值时, 方程有两个不相等的实数根? 有两个相等的实数根? 没有实数根?

15. 方程 $\frac{x}{x-2} + \frac{x-2}{x} + \frac{2x+a}{x(x-2)} = 0$, 在 a 是什么数值时, 它只有一个实数根?

16. m 是什么实数时, 方程 $(1-m^2)x^2 + 2mx - 1 = 0$ 的两个根都在 0 和 1 之间?

17. 不解下列方程, 判别它们有没有实数根, 如果有实数根, 是正根还是负根? 如果一个是正根, 一个是负根, 还要判别哪一个根的绝对值较大?

$$(1) 4x^2 - 10x + 5 = 0; \quad (2) 4x^2 + 3x - 2 = 0;$$

$$(3) 25y^2 = 10y - 1; \quad (4) 9p^2 + 14p + 2 = 0.$$

18. 确定 m 的值, 使方程 $3x^2 - 10x + m = 0$ 有二正根, 或一正根一负根, 或一零根, 或二等根。

19. a, b, c 是实数, $c \neq 0$, 求证方程 $(a-b+c)x^2 + 4(a-b)x + (a-b-c) = 0$ 有两个不相等的实数根。

20. 已知 a, b, c 是三角形的三边, 求证方程