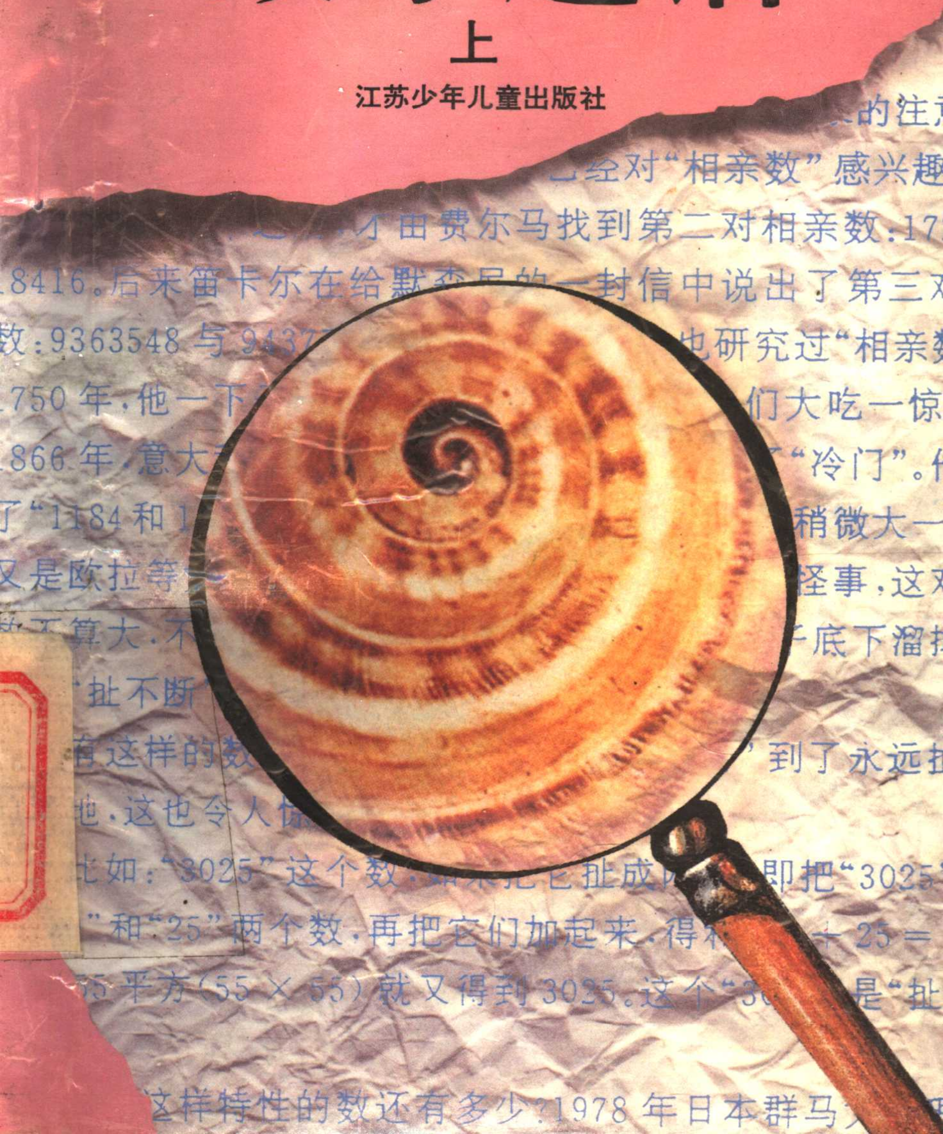
少年科学知识大金库

数学趣话

上

江苏少年儿童出版社



少年科学知识大金库

数学趣话

上

眭双祥　冯惠愚　艾　旸
张立新　范惠民　王进华
范燕松　穆耕森　编著

江苏少年儿童出版社

目 录

MULU

数的趣话

数字变迁奇趣

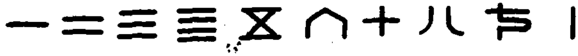
很久很久以前的原始社会时代，人们过着渔猎生活：太阳出来，去捕鱼打猎采野果；太阳落山，回到洞穴里休息睡觉。当时人们只会用很粗陋的石器当作生产工具；一切都非常简陋，人们几乎过着与猿猴一样的生活。

远古时候，还没有文字，也没有数字。可是，人们在劳动生活中需要计算数目，如打猎得到多少野兽，开始用手指计数，或用石头计数，后来又用绳子打结的方法计数等等。

随着生产的发展，劳动人民就创造了数字。

我国很早就有了数字，现在能查到的是三千年前殷代刻在甲骨上的数字。这些数字既能表示一定的数的意思，又有一种奇特的形体美。

你看：



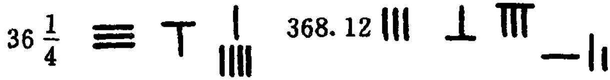
一　二　三　四　五　六　七　八　九　十

我们可以看到，其中有几个数字跟现在我们所用的数字相差不多，并且当时也有了“百”、“千”、“万”等表示数位的符号。可见我们的祖先在三千多年前就创造了一套完整、严密的数字。

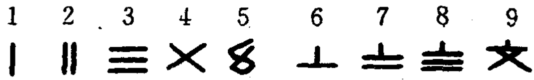
我国古代用的“算筹”是一种像筷子一样的小棒，把“算筹”摆成各种形状用来表示各种数目：

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
竖式	𝍠	𝍡	𝍢	𝍣	𝍤	𝍥	𝍦	𝍧	𝍨
横式	𝍩	𝍪	𝍫	𝍬	𝍭	𝍮	𝍯	𝍰	𝍱

大家不要小看这种“算筹”，它可以摆成任何大小的数目并进行计算。为了表示一个多位数，把竖式和横式间隔摆起来，也就是个位用竖式，十位数用横式，百位又用竖式，千位再用横式。比如6382这个数，用算筹摆出来是𝍥𝍫𝍧𝍪。如果数目中有0，这一位上就空着不放算筹，比如609就摆成𝍥　𝍨。也能用算筹表示分数和小数。

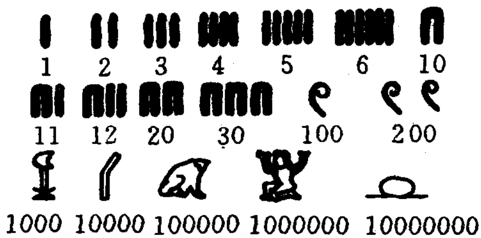


在我国明代和清代，商业上通用的一种数码，记帐很方便，数目的式样如下：



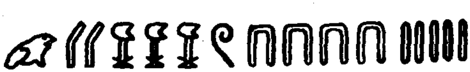
当然，我们在欣赏这些古代的数字时，它们的形体，似乎都有点相像，也就是从小棒的形体开始，但是，人们逐渐发现，仅用横、竖来表示数已经不适应生产和生活的需要，所以又接着创造了数字的许多形状。

古代埃及就发明了下列数字：



他们的数字有些像图画。比如：10 像个马掌，100 像是一根测量的绳子，1000 像是一朵莲花，1 万像是手指微微弯曲，表示很大了，10 万像是青蛙，它会下许多许多蝌蚪，有时也画成蝌蚪形状，100 万像个神象，举起双臂表示惊奇的样子，好像在说这个数真不小啊！1000 万像是太阳，在古代人眼里，太阳是非常非常大的怪物。

这些美丽的数字，表示了人们对数字含义的理解。当然计数或写数还是不如现代方便，比如，要写 123145 这个数，就要画下面一连串的记号：

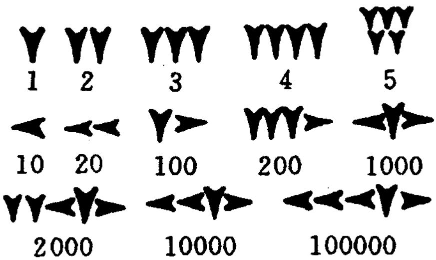


我们写这些数字,就好像是在上图案课了,多有意思啊。可惜,不方便。

古代的巴比伦人,他们创造的数字更奇怪,每个数字的形状就像鞋钉一样。

竖的表示个位数,横的表示十位数,一个竖的一个横的就表示一百。

你看:

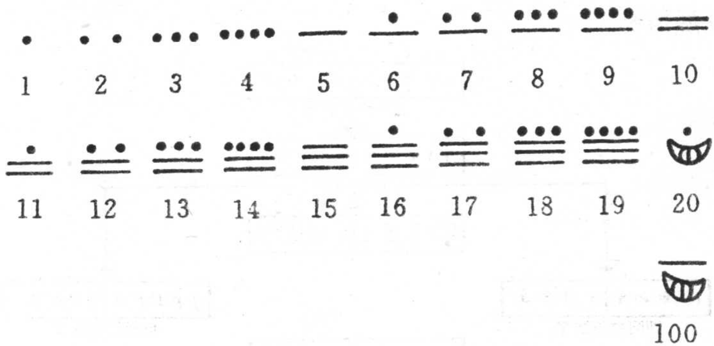


为什么这些数字笔划都像钉子形状呢?原来,他们为了保存某些数字文件,用粘土制成泥块,再用小刀在泥块板上压制刻上,因此,每一笔都像一个钉子的形状了。

古代玛雅人发明了它们专门的数字 —— 玛雅数。这些数可以说是世界上最奇特的了。他们仅仅用三个数码:·、—、◡,即石子、小棒、贝壳的形状表示数字。一点表示 1,一横划表示 5,在一个数下画上一个◡,则表示把这个数扩大 20 倍。他们还规定:在一个数的下方添上第二个◡,这个数就不是再乘 20,而是再乘 18,这样,不是表示 400,而是表示 360 了。

由于他们习惯于打赤脚,所以,他们采用二十进制。

请看他们的数字:



更有趣的是，玛雅人还用人的表情来表示数字：

数字 2 仿佛按捺不住高兴的心情，正在偷偷地笑；

数字 3 显得安详；

数字 4 却满脸不高兴；

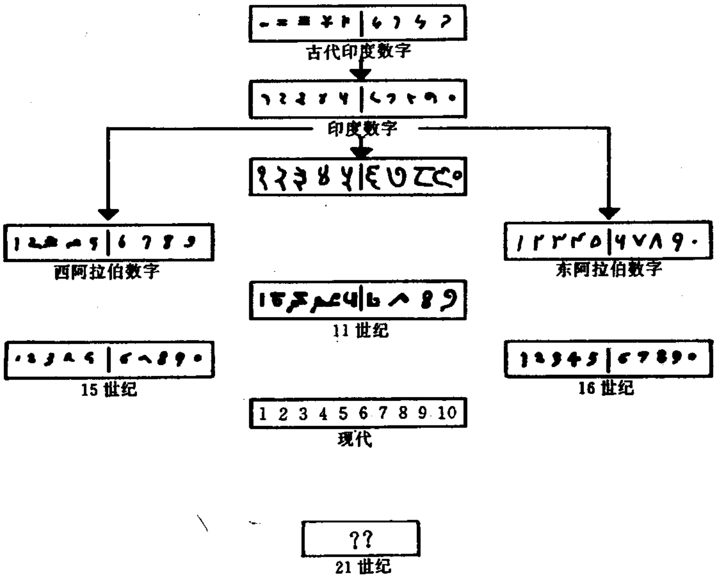
数字 6 简直在大声吼叫了……

你看：

这种用表情表示的数，专门刻在一些石柱上，用来记录流逝的日期。既然玛雅人能用点、划、贝壳这三个简单的符号来表示任何一个自然数，为什么还要用这种世界上最繁杂的人面形象来表示数呢，真是一个奇怪的谜。

从下面这个表中，我们可以看到从古印度起到现代数字的

发展情况。



自然数家族的小弟弟

当你打开一本按部首排列的大字典时，你会发现它的正文第一页第一行的“一”字。解释是“数之始也”，意思就是，“1”是数目或计数的开始。

确实，“1”是自然数中最小的一个数，在它上面逐次加 1，可以得到全部自然数。

这个古老而巨大的自然数家族，是由全体自然数 1、2、3、4、

5、6、7、8、9、10、11、……、n、…… 集合在一起组成的。其中最小的弟弟是“1”，找不到最大的大哥。如果你有兴趣的话，可以找一找。也许你认为可以找到一个最大的自然数(n)当作老大哥，但是立刻就会发现另一个自然数($n+1$)，它大于n，这就说明，在自然数家族中永远找不到最大的老大哥，也就是找不到最大的自然数。

然而，有人会因横写的8字(∞)称作无穷大，就说“∞”是最大的自然数，这是不对的。无穷大“∞”不代表固定的数，更不代表最大的自然数，它表示某一变数正在越变越大，大到比你任意指定的数都大。

古时候，印度人把很大的数叫做“恒河沙”和“那由他”。在俄文中，一些很大的数叫做“不可思议”、“说不出”等。那时候，人们仿佛觉得存在着一个最大的自然数。其实，这是不存在的。假定这个最大的自然数是n，那么只要在它上面再加上1，岂不比n还大吗?所以，自然数是无限的，而“1”是自然数中最小的。

有人会提出异议，不同意“1”是最小的自然数，说“零比1小，零应该是最小的自然数。”这是不对的。因为自然数指的是正整数，“零”是唯一的非正非负的整数，因而“零”不属于自然数家族。“1”确是自然数家族中最小的弟弟。

可别小看这位小弟弟“1”，它是自然数的单位，是自然数家族中的第一代，人类最先认识的是“1”，有了“1”，才能得到2、3、4、5等等。

“1”在数学解题中能发挥很大作用：解应用题时，常用“1”代表全体的量或100%。它的作用可算得上“以一当百、百战百胜”。

“1”又像孙悟空一样能千变万化，本领高强：任何自然数都能被“1”整除；任何自然数乘“1”仍得原数；“1”只有一个正约

数;任何自然数都是“1”的倍数。

“1”既能大又能小:一个太阳系或一个银河系不是很大吗?一个细胞、一个粒子不是很小吗?“1”既能代表“大1”,又能代表“小1”。

“1”还有隐身术:在代数式 a 和 $(m+n)$ 中,它们的系数和指数都是“1”,但不公开写出来,隐蔽了身份。

“1”的变幻形式千奇百怪,何止七十二变!例如:$\frac{2}{2}$、$\frac{5}{5}$、100%、10×0.1、$\frac{1}{5}\times\frac{5}{1}$、$\cos 0°$、$\sin 90°$……都是“1”的化身;“1”又能变偶数为奇数,变奇数为偶数。很明显,任何偶数加“1”就变成奇数,任何奇数加“1”就变成偶数。

“1”还有一种神奇的现象:

30多年前,日本数学家角谷静发现了一个关于“1”的现象:一个自然数,如果它是偶数,那么用2除它;如果是奇数,则将它乘以3以后再加上1。这样反复运算,最终必然得到“1”。

例如:自然数6是偶数,除以2,得3;因为3是奇数,乘以3加1,得10;10是偶数,除以2,得5;……运算过程如下:$6\to 3\to 10\to 5\to 16\to 8\to 4\to 2\to 1$。最后变成“1”。

再例如:自然数11是奇数,它的运算过程是:$11\to 34\to 17\to 52\to 26\to 13\to 40\to 20\to 10\to 5\to 16\to 8\to 4\to 2\to 1$。

如果是自然数27,通过这两种运算也能得到1,但是七拐八弯,要112步才能得到“1”。

角谷静试图对“1”的这种神奇现象加以论证,但是没有证出。后来很多数学家也作了尝试,都以失败而告终。要想说它不正确吧,至今还没有找到一个反例。这就是说,不能说它对,也不能说它错。这个现象,后来被人称为“角谷猜想”。

说到“1”,我们不妨记住这两句格言:

滴水能穿石，因为它目标始终如一。

一万个 0 抵不上一个 1，一万次空想抵不上一次实干。

特殊的数“0”的特殊性

“0”究竟是什么数？

“0”的最初含义就是“没有”。古人认为，既然什么也没有，就不必要为它确定专门的符号。因此，在不少民族的文化史上，不同形式的数码出现了很久，但“0”却一直没有出现。

后来，采用位值制的民族经常碰到有缺位的数，比如 208，怎样表示中间的那个缺位呢？古代巴比伦人用符号“⪤”表示，印度人用“◦”表示，大约公元八世纪以前，印度古文“梵文”中已有应用。我国古代就用空位，之后用“□”表示，后来用“0”，大概后者写起来方便吧。目前通用的“0”就是数“0”的符号。

由于时代过于遥远，已经很难确定是哪个民族首先发明“0”的了。据英国科学史家李约瑟博士考证，“0”最先出现于中印边界接壤处，很可能是两国人民共同创造的。

在旧《唐书》、《宋史》等古籍书中，在讲到历法时，都用“空”来表示天文数据的空位。南宋蔡沈所著的《律吕新书》中，把 118098 记作“十一万八千□九十八”，把 104976 记作“十□万四千九百七十六”。可见，当时是用“□”来表示空位。后来才将“□”形顺笔改作“0”形，而成为表示“零”的数码。根据数学家、历史学家和考古学家的共同研究考证，13 世纪 40 年代，南宋数学家李冶在河北，秦九韶在浙江，他们的著作中不约而同地用“0”表示数字的空位，这说明“0”作为一个数字被采用，在我国是在公元 1240 年以前的事了。

从人类认识“1”到认识“0”，竟用了五千年的时间，可见“0”的发现很不“自然”，很不容易。

“0”诞生以后，印度数学家首先把它作为一个数进行了研究。这些研究对算术的发展起到了很重要的作用。

罗马数字不是采用位值制。它是用几个表示数的符号，按照一定的规则，把它们组合起来表示不同的数目，不牵涉到缺位问题。所以，他们不需要认识“0”这个数字。

当时，罗马教皇尤斯蒂尼昂为了加强罗马帝国和罗马神教的统治，宣布：“罗马数字是上帝创造的，不允许0存在，这个邪物加进来会弄污神圣的数。”并下令禁止任何人使用0记数。

有个罗马学者，从一本被查禁的天文书中看到阿拉伯数字中的0给记数、运算带来的极大方便，就不顾教皇的禁令，把有关知识记录下来，并在熟识的人中间悄悄流传。这件事被人密告教皇，教皇大发雷霆，立即派人捉住那位学者，并且投入监狱。由于那位学者毫不屈服，教皇又下令对他施刑，用夹子把十个手指紧紧夹住，使他两手残废，再也不能握笔写字。这位学者最后在饥寒中死去。

罗马的禁令，推迟了西欧文化的进步，却无法阻止历史的潮流。“0”终于通用于欧洲，而罗马数字却要被淘汰了。

“0”不是自然数，它是属于整数家族中的一个成员，既不是正整数，也不是负整数。

“0”作为一个数，有它的许多特殊作用：

1.“0”在计量过程中，表示一个单位也没有；

2.“0”在记数中起占位作用；

3.“0”表示起点；

4.“0”在摄氏温度表上作为冰点；

5.“0”在经度中表示本初子午线；

6."0"在纬度中表示为赤道;

7."0"乘以任何数都得"0":

$8 \times 0 = 0; 0 \times 125 = 0; 0 \times 0 = 0$。

8."0"被不等于零的数除,商仍是"0":

$0 \div 156 = 0; 0 \div \frac{4}{5} = 0$。

9.在除法中,除数不能为"0"。因为除数为"0"的除式无意义。例如:$8 \div 0$,那么根据除数与商的积等于被除数,就得不出一个商与0相乘为8;假如:$0 \div 0$,那么任何一个数与0相乘却得到0,商就有无数个,所以无意义。根据除数不能为0这一特性,在运算时要特别注意0的这个怪脾气。例如:在分数中分母不能为"0";在比中,比的后项不能为"0"等等。

世界上的许多学者、专家对"0"也大感兴趣。希腊哲学家艾诺曾用"0"比喻说:"圆圈内是已掌握的知识,圆圈外是浩瀚无边的未知世界。"法国卓越的数学家笛卡儿,曾发出"愈学愈发现自己无知"的感叹。我国的许多学者、科学家、艺术家、企业家等取得了辉煌成就的人都会谦逊而自豪地讲:"一切从零开始!"

"0"给人深思,"0"给人怀念,"0"给人神秘感,"0"给人启迪。正如恩格斯所说:"0比其他一切数都有更丰富的内容。"

具有魔力的"2"

排列在自然数列第2个的是"2"。"2"是一个既神奇又具有魔力的数。

"2"是个"双数",因此又叫"偶数"。能被2整除的数都是偶

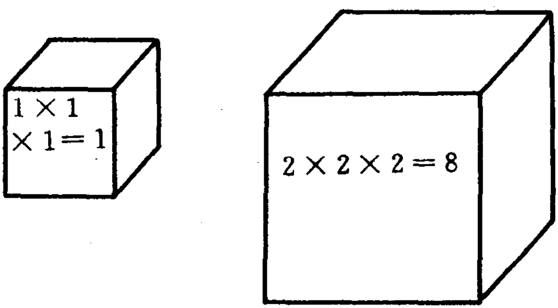
数。

“2”这个偶数很特别，它除了 1 和它本身以外，不再有别的正约数，所以，“2”又是“质数”，并且是偶数中唯一的质数。它是一个偶质数，并且是质数世界中唯一的一个偶质数。

“2”的神奇还在于日常生活中经常碰到。例如货币有 2 分、2 角、2 元。人们数物件也习惯两个两个（一对一对）地数。

“2”作为进制的“二进制数”在电子计算机上应用十分广泛。“2”的作用也就更大了。

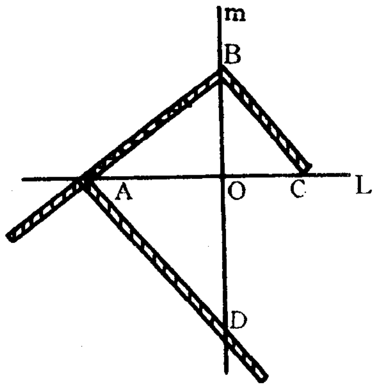
公元前 400 多年，据说在古希腊的雅典流行一种很厉害的伤寒病，雅典人为了消除这个灾难，便向太阳神阿波罗（古希腊神话里的神）祈祷。太阳神指示：“如果要消灾延寿，必须把我殿前的立方体香案的体积正好扩大一倍。”雅典人一听很高兴，以为这件事很容易办到，于是就把旧香案的各条棱长都放大了一倍，做了一个新的立方体香案。不料，太阳神大怒。原来新香案的体积并不等于旧香案体积的 2 倍，而是等于 8 倍了。



那末究竟新香案应该怎样做呢？这可是一个几何中有名的“立方倍积问题”，是几何三大难题之一。

这可把雅典人难住了，只好去请教当时著名的学者 —— 柏

拉图。据说柏拉图想出了下面的方法。



作两条互相垂直的直线 L 和 m，从它们的交点 O 起，在 L 上截取线段 $OC=1$，在 m 上截取线段 $OD=2$。用两根木工师傅的角尺相对叠合起来，使得两个直角顶 A、B 分别落在直线 L、m 上，而两条直角边分别通过 D 点和 C 点，那么线段 OB 就是要求的立方体的棱长。

早在 1579 年数学家韦达首先发现了一个极其有趣的式子，用无穷乘积来表示 π：

$$\pi=\frac{2}{\sqrt{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\cdot\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}\cdots\cdots}$$

在式子里，全是 1 和 2，你们说神奇不神奇。

利用“2”的魔力，可以把任意两个数相乘化成加法来进行，既简便又迅速。例如：

$$\begin{array}{lll}
85 & \times\ 16 & \text{把 16 依次除以 2，除一次就把 85 乘一次 2} \\
\downarrow(\times 2) & \downarrow(\div 2) & \text{（或加一次）} \\
170 & 8 & \\
\downarrow(\times 2) & \downarrow(\div 2) & \\
340 & 4 & \\
\downarrow(\times 2) & \downarrow(\div 2) & \\
680 & 2 &
\end{array}$$