1977年各省市高等院校招生

数学物理试题解答

北京十四中学编印

1978.4

78-10

1977年各省市高等院校招生

数学物理试题解答

北京十四中学编

编印说明

以华主席为首的党中央率领我们推翻了“四人帮”炮制的“两个估计”，砸碎了“四人帮”套在广大教师身上的精神枷锁，为教育事业继续沿着毛主席的革命路线前进扫除了障碍，广大革命教师无不欢欣鼓舞，干劲倍增，跃跃欲试，决心为早日实现祖国的四个现代化、为多出人材早出人材贡献自己的力量。《数学物理试题解答》这本小册子，就是在教育战线一片喜人的大好形势的激励下，由我校数学、理化两个教研组的同志，利用课余和假日休息时间，作为业务学习试做出来的。

由于我们业务水平的限制，试题解答中解法不高甚至错误的地方，恐怕为数不少，我们诚恳地希望各校的老师和同学，给予批评指教，以便及时得到改正。各省市试题，我们虽根据有关部门收集的资料作过核对，但由于时间紧迫，这次付印前没来得及与各省市一一校订，与原题有出入的地方，亦在所难免，特此说明。

这本小册子仅能供作报考高等院校同学复习时参考，不宜用较多的时间去做书中的试题，而应把主要精力和时间放在教育部编发的复习大纲中所列的各项基础知识的掌握和基本技能的训练上。这是我们要郑重向读者说明的第二点。

这本小册子在编写过程中，曾得到有关单位国运之、骆太乡、陈志汉、韩文鑫等同志和石景山、通县的部分物理教师的帮助和指教。北京九十五中的鲁非、何才波同志、二〇二中的王玉芳同志参加了数学部分一些试题的编写。谨在此对上述同志致以衷心的谢意。

一九七八年四月

中华人民共和国教育部编
一九七八年全国高等学校招生考试
复习大纲

（摘　　录）

数　　学

本大纲分代数、几何、三角三部分。复习时应注意各部分知识间的相互联系和它们的综合运用，特别应着重基础知识的学习、基本技能的训练和逻辑思维能力的培养。考虑到目前各地区教学的实际情况，反三角函数、复数、排列组合、参数方程、极限等暂不列入。

代　　数

一、实数

1．理解有理数的概念，初步了解无理数的概念及实数的分类。

2．正确理解绝对值的概念，会比较有理数的大小，能在数轴上表示有理数。

3．掌握有理数的运算法则，熟练地进行整数、分数、小数、正负数的四则运算。

二、整式和分式

1．熟练地合并同类项和进行整式的加减运算。

2．熟悉幂的运算法则，能熟练地进行单项式、多项式的乘法运算。

3．牢记并熟练运用下列乘法公式：

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$$

$$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$$

$$(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)=a^3\pm b^3$$

4．熟练地运用分式的基本性质进行约分和通分。

5．熟练地进行分式的四则运算。

三、平方根式

1．掌握正数的平方根和它的算术平方根的定义。

2．掌握平方根式性质，并能用于化简平方根式和有理化分母。

3．熟练地进行平方根式的运算。

四、因式分解

熟练掌握下列因式分解方法：提公因式法、公式法、十字相乘法。也要会分组分解法。

五、方程

1．理解一元一次方程、一元二次方程和二元一次方程组的有关概念。

2．熟练掌握一元一次方程的解法。

3．熟练地运用消元法（代入法、加减法）解二元一次方程组。也能解三元一次方程组。

4．熟练地运用求根公式和因式分解法解一元二次方程。也要掌握配方法。

5．熟练掌握一元二次方程的根的判别式。掌握根与系数的关系。

6．会解可化为一元一次方程或一元二次方程的分式方程。

7．会解与上述方程和方程组有关的应用题。

六、不等式

熟练掌握不等式的性质及一元一次不等式的解法。

七、指数和对数

1．熟练掌握正整数指数幂、零指数幂、分数指数幂、负指数幂的定义，并能运用幂的运算法则进行计算。

2．掌握对数的定义、性质和运算法则，并能运用常用对数解决有关的问题。

3．掌握对数的换底公式。

八、函数和它的图象、

1．理解有关函数的概念，并能求一些简单的函数的定义域。

2．熟悉下列函数的性质和图象：正比例函数、反比例函数、一次函数、二次函数、指数函数和对数函数。

九、数列

掌握等差数列与等比数列的通项公式与 n 项和公式。

几　何

一、平面几何的基础知识

1．熟练掌握线段、射线、直线、相交线、角、角度制等基本知识。

2．熟练掌握平行线的概念、性质和判定定理。

二、三角形

1．熟练掌握三角形的内角和以及三角形的外角性质。

2．熟练掌握三角形全等的判定定理，会按已知条件作三角形。

3．熟练掌握勾股定理与直角三角形全等的判定定理。

4．熟练掌握等腰三角形的性质及其判定定理。

5．熟练掌握线段的垂直平分线和角平分线的性质，会用元规、直尺作三角形的角平分线、中线和高线。

6．掌握平行线分线段成比例定理和有关比例的性质和定理。

7．熟练掌握相似三角形的性质和判定定理。

三、四边形

1．熟练掌握平行四边形的概念、性质、判定定理以及特殊平行四边形的基本知识。

2．熟练掌握和运用梯形的概念和性质。

3．能熟练地计算三角形、平行四边形和梯形等面积。

四、元

1．掌握三点定元的问题。

2．熟练掌握角度制与弧度制的概念及两者间关系。

3．掌握元心角、半径和弧长之间的关系。

4．熟练掌握弧、弦、直径、元心角、元周角、弦切角等有关基本性质。

5．能运用元规、直尺把元周四、五、六等分。

6．熟练掌握切线的性质、判定以及切线长定理，并会过元外一点作元的切线。

7．掌握两元的位置关系。

8．掌握弧长以及扇形、弓形面积的计算公式。

五、立体几何

1．掌握空间两条直线、直线与平面、平面与平面的位置关系。

2．能运用柱体、锥体、台体、球体的表面积和体积的计算公式进行有关计算。

六、平面解析几何

1．掌握平面上点与坐标的关系。

2．掌握两点间距离公式和中点公式。

3．理解曲线和方程之间的对应关系。

4．正确理解直线的倾斜角和斜率的概念。

5．掌握直线方程的几种不同形式以及它们的系数和常数的几何意义。

6．掌握直线的斜率公式以及两条直线的平行、垂直条件。

7．掌握元、抛物线的定义、标准方程及其图形。

8．了解椭元、双曲线的定义、标准方程及其图形。

三　角

一、锐角三角函数

1．熟练掌握锐角三角函数的定义和特殊角的三角函数值。

2．熟练掌握直角三角形的解法及其应用。

二、任意角三角函数

1．熟练掌握任意角三角函数的定义和诱导公式。

2．掌握正弦函数和余弦函数的基本性质和它们的图象。了解正切函数的基本性质和它的图象。

3．掌握正弦定理和余弦定理，能利用它们解决有关问题。

三、三角公式

1．熟练掌握同角的三角函数之间的关系以及互为余角的三角函数之间的关系。

2．熟练掌握和角、差角、倍角、半角公式。

物　理

对本大纲所列内容，考生应注意下列各点：

1．对于物理现象，应该了解它的产生条件和变化过程。

2．对于物理实验，要懂得它的目的要求，能正确使用有关仪器。

3．对于物理概念、物理定律，要着重于理解；对于物理量的单位，要能正确使用。

4．对于物理公式，要理解它的物理意义，明确它的适用范围或条件，并能熟练地进行文字运算和数字计算。

5．要理解各部分知识之间的联系，并能综合应用。

力　学

一、力

1．理解力的概念和力的矢量性(三要素及图示法)，掌握力的单位及换算关系。

2．理解重力和重心的概念；熟练掌握比重的定义及其单位。

3．理解弹力的概念；掌握胡克定律($F=K\Delta l$)及应用，了解弹簧秤的应用。

4．理解静摩擦、滑动摩擦、滚动摩擦的概念，掌握滑动摩擦力的计算。

二、物体的平衡

1．理解合力与分力的概念；掌握力的平行四边形法则，能计算合力与分力。

2．理解力的平衡的概念，掌握共点力平衡条件。

3．正确理解力矩的概念；掌握有固定转轴的物体的平衡条件。

4．掌握杠杆、轮轴、定滑轮、动滑轮等简单机械的特点及应用。

三、运动学

1．理解运动和静止的相对性。

2．理解匀速直线运动的特点和速度的概念，掌握速度的单位。

3．理解平均速度、即时速度的概念；掌握平均速度公式 $\bar{v}=\frac{s}{t}$ 的应用。

4．正确理解加速度的概念，掌握加速度的单位；掌握匀变速直线运动的特点及其公式的应用。

5．理解重力加速度的概念，熟练掌握自由落体运动和上抛运动公式的应用。

四、动力学

1．理解牛顿第一定律和惯性的概念，能说明简单的惯性现象。

2．掌握质量的概念及其单位，理解质量与重量的联系与区别；掌握用天平测量物体质量的方法。

3．熟练掌握牛顿第二定律及其应用；掌握米·千克·秒制，了解厘米·克·秒制。

4．正确理解、熟练掌握牛顿第三定律，会分析物体间的作用力和反作用力。

5．能正确地、熟练地分析物体受力情况，画出物体的受力图，掌握简单的隔离体解题方法。

6．理解动量的概念和公式 $F=\frac{mv-mv_0}{t}$ 的意义；熟练掌握动量守恒定律，了解反冲运动及其应用。

五、功和能

1．理解功的概念。掌握公式 $A=FS\cos\alpha$ 的应用及公式中各物理量的单位。

2．理解功率的概念，掌握功率的计算及其单位。

3．理解能量、动能、重力势能的概念，熟练掌握动能公式和重力势能公式的应用。

4．熟练掌握机械能转化和守恒定律及应用条件。

5．掌握机械效率的物理意义及计算方法。

6．理解功和能的联系与区别。熟练掌握功能原理：

$$A_{动}-A_{阻}=\left(\frac{1}{2}mv_2^2-\frac{1}{2}mv_1^2\right)+(mgh_2-mgh_1)$$ 的应用。

六、曲线运动　万有引力

1．了解物体作曲线运动的条件。

2．理解速度的合成与分解；掌握平抛运动的特点与运动规律。

3．理解匀速元周运动、角速度、线速度的概念；掌握公式：$\omega=\frac{\phi}{t}=2\pi n$，$v=\omega R=2\pi Rn$ 的应用。

4．理解向心加速度和向心力的意义，掌握公式：

$$a=\frac{v^2}{R}=\omega^2 R,\ F=\frac{mv^2}{R}=m\omega^2 R$$

的应用。了解离心机械（离心泵、离心调速器）的原理。

5．掌握万有引力定律；了解地球上物体重量变化的原因。

6．会计算第一宇宙速度，了解第二、三宇宙速度的意义。

七、振动和波

1．理解振动的概念，掌握振动的振幅、周期、频率等概念的物理意义。

2．了解简谐振动的特点，掌握单摆振动公式。

$\left(T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right)$，能利用单摆测重力加速度。

3．了解共振现象。

4．理解波的概念，掌握波长、波速、频率等概念的物理意义及它们之间的关系；了解横波与纵波的特点。

八、流体静力学

1．理解液体压强的概念，掌握公式 $P=hd$ 的物理意义与应用，掌握压强的单位。

2．理解帕斯卡定律(液体内部压强传递的规律)，了解水压机的工作原理。

3．理解浮力的概念，掌握阿基米德定律及其应用。了解比重计的原理。

4．理解大气压强的概念，了解托里拆利实验，掌握标准大气压的数值。

热　学

一、热量和热膨胀

1．理解温度的概念，掌握摄氏温标和绝对温标的关系。

2．理解热量的概念，掌握热量的单位。

3．理解燃料的燃烧值概念。

4．理解比热及其单位，熟练掌握公式 $Q=cm(t_2-t_1)$ 和热平衡方程的应用。

5．了解物体热胀冷缩现象，掌握公式 $L=L_0(1+\alpha t)$ 的意义和应用。

二、物态变化

1．理解熔解、凝固、熔点、熔解热的概念，掌握公式 $Q=\lambda m$ 的应用。

2．理解蒸发、沸腾、沸点、汽化热、液化的概念，掌握公式 $Q=Lm$ 的应用。

三、能量转换和守恒定律

1．理解热功当量 $J=4.18$ 焦耳/卡(或427千克米/千卡)的意义及其应用。

2．理解能的转化和能量守恒定律。

3．了解内燃机的工作原理和热机的效率。

四、气体定律和气态方程

1．掌握气体的等温、等压变化规律(玻义耳-马略特定律，盖·吕萨克定律)。

2．熟练掌握理想气体状态方程 $\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{T_2}$ 的应用。

电　学

一、电场

1．理解正电荷和负电荷、导体和绝缘体的概念。

2．掌握真空中库仑定律的应用及电量的单位。

3．了解电场的基本概念，理解电场强度的意义，掌握电场强度的定义$\left(E=\frac{F}{q}\right)$及其单位。

4．理解电势的意义，掌握电势的定义$\left(U=\frac{W}{q}\right)$及其单位。

5．理解电势差(电压)的意义，掌握公式 $A=q(U_a-U_b)=qU_{ab}$ 的应用。

6．理解电力线与匀强电场的概念。掌握匀强电场中电势差与电场强度的关系($V=Ed$)。

7．理解电容器的电容概念，掌握电容的定义$\left(C=\frac{Q}{V}\right)$及其单位，了解平行板电容器的电容与哪些因素有关。

二、直流电路

1．理解电流的产生条件，掌握电流强度的定义及其单位。

2．掌握电流表及电压表的使用方法。

3．理解电阻的概念，掌握电阻的单位、电阻定律$\left(R=\rho\frac{L}{S}\right)$的应用及滑线变阻器的使用方法。

4．熟练掌握部分电路欧姆定律的应用。

5．熟练掌握串联电路、并联电路的特点及其公式的应用；掌握简单混联电路的计算。

6．理解电功和电功率的意义。掌握电功和电功率的公式及其单位。

7．理解电流的热效应，掌握焦耳-楞次定律的应用。

8．理解电源电动势的概念，熟练掌握全

电路欧姆定律的应用。

9．理解电源内电阻对路端电压的影响，掌握路端电压随外电路电阻变化的规律。

10．掌握 n 个相同电池串联和并联时电动势及内电阻的计算。

11．理解分流、分压的概念，掌握电流表、电压表扩大量程的方法及计算。

三、磁场

1．了解磁体、磁极的相互作用、磁场及磁力线的概念。

2．了解电流周围存在磁场，熟练掌握右手螺旋法则。

3．了解磁场对通电导线的作用，理解磁感应强度的概念，掌握磁感应强度的单位。

4．掌握磁通量的概念及其单位。

5．掌握磁场对电流的作用力公式的应用，熟练掌握左手定则的应用。

6．了解通电线圈在磁场中的转动现象及磁电式仪表的简单原理。

四、电磁感应

1．理解电磁感应现象，掌握产生感生电流的条件。熟练掌握楞次定律及右手定则。

2．理解感生电动势的概念，掌握法拉第电磁感应定律$\left(\varepsilon=n\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right)$及公式 $\varepsilon=BLv\sin\alpha$ 的应用(此公式中单位：ε 为伏特，B 为韦伯/米^2，L 为米，v 为米/秒)。

3．了解自感现象。

4．了解交流发电机的原理和交流电的变化规律，掌握周期、频率、最大值及有效值的概念。

5．了解变压器的原理及其作用，掌握变压器的公式：$\frac{V_1}{V_2}=\frac{n_1}{n_2}$和$\frac{I_1}{I_2}=\frac{n_2}{n_1}$。

光　　学

1．掌握反射定律和平面镜成象的特点及其应用。

2．掌握折射定律和透镜成象公式$\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f}$的应用，能画出凸透镜成象的光路图，能判定象的虚实、正倒、放大或缩小。

3．了解光通过棱镜的色散现象。

原子核物理

1．了解原子核的组成。

2．了解天然放射性现象和人为嬗变。

3．了解原子核的裂变、聚变的概念和原子能的利用。

目　录

试 题 解 答

数 学 部 分

附　录

物 理 部 分

附　　录

数 学 部 分

北 京 市（理科）

一、（本题 8 分）。解方程：

$$\sqrt{x-1}=3-x.$$

解：将原方程两边平方得

$$x-1=9-6x+x^2$$

$$x^2-7x+10=0$$

$$(x-2)(x-5)=0$$

$$\therefore\quad x_1=2,\ x_2=5$$

检验：$x_2=5$ 是原方程增根舍去

$\therefore\quad x_1=2$ 是原方程的根

另解：将原方程写成

$$(x-1)+\sqrt{x-1}-2=0$$

$$(\sqrt{x-1}-1)(\sqrt{x-1}+2)=0$$

$$\sqrt{x-1}=1,\ x-1=1,$$

$$\therefore\quad x=2$$

$$\sqrt{x-1}=-2\text{（无解）}$$

检验：$x=2$ 是原方程的根

二、（本题 8 分）。计算

$$2^{-\frac{1}{2}}+\frac{2^{\circ}}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}-1}.$$

解：

$$\text{原式}=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}$$

$$=\frac{2}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}+1}{2-1}=\sqrt{2}-\sqrt{2}-1=-1$$

另解

$$\text{原式}=\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

$$=\frac{2(\sqrt{2}-1)-\sqrt{2}}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}$$

$$=\frac{\sqrt{2}-2}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}=\frac{\sqrt{2}(1-\sqrt{2})}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)}=-1$$

三、（本题 8 分）。

已知：$\lg 2=0.3010$，$\lg 3=0.4771$，

求：$\lg\sqrt{45}$

解法一：

$$\lg\sqrt{45}=\frac{1}{2}\lg(9\times5)=\frac{1}{2}(\lg 3^2+\lg 5)$$

$$=\frac{1}{2}\left(2\lg 3+\lg\frac{10}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{2}(2\lg 3+\lg 10-\lg 2)=0.8266.$$

解法二：

$$\lg\sqrt{45}=\frac{1}{2}\lg\frac{90}{2}=\frac{1}{2}(2\lg 3+\lg 10-\lg 2)$$

$$=0.8266$$

解法三：

$$\lg\sqrt{45}=\lg(3\sqrt{5})=\lg 3+\frac{1}{2}\lg 5$$

$$=\lg 3+\frac{1}{2}(\lg 10-\lg 2)=0.8266.$$

四、(本题8分)证明：

$$(1+\mathrm{tg}\alpha)^2=\frac{1+\sin 2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

证明一、

$$(1+\mathrm{tg}\,\alpha)^2=\left(1+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)^2=\frac{(\cos\alpha+\sin\alpha)^2}{\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{1+\sin 2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

证明二、

$$(1+\mathrm{tg}\alpha)^2=1+2\,\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}^2\alpha=1+\frac{2\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$+\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}=\frac{\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha+\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{1+\sin 2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

证明三、

$$右边=\frac{1}{\cos^2\alpha}+\frac{2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}+\frac{2\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$=\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}+\frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}+\frac{2\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$=1+2\,\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}^2\alpha=(1+\mathrm{tg}\alpha)^2$$

$$=左边$$

证明四、

$$左边=\left(1+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)^2$$

$$=1+\frac{2\sin\alpha}{\cos\alpha}+\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{1+\sin(\alpha+\alpha)+\sin(\alpha-\alpha)}{\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{1+\sin 2\alpha}{\cos^2\alpha}=右边$$

证明五、

$$右边=\frac{1+\dfrac{2\,\mathrm{tg}\alpha}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}{\dfrac{1}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}}$$

$$=\left(1+\frac{2\,\mathrm{tg}\alpha}{1+\mathrm{tg}^2\alpha}\right)(1+\mathrm{tg}^2\alpha)$$

$$=1+\mathrm{tg}^2\alpha+2\,\mathrm{tg}\alpha$$

$$=(1+\mathrm{tg}\alpha)^2=左边$$

证明六、

$$左边=1+2\,\mathrm{tg}\alpha+\mathrm{tg}^2\alpha=1+2\,\mathrm{tg}\alpha$$

$$+\frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}$$

$$=1+2\,\mathrm{tg}\alpha+\frac{1-1+2\sin^2\alpha}{1+2\cos^2\alpha-1}$$

$$=1+2\,\mathrm{tg}\alpha+\frac{2\sin^2\alpha}{2\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\,\mathrm{tg}\alpha\cdot\cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{1+\sin 2\alpha}{\cos^2\alpha}=右边$$

证明七、

$$左边=\left(\frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ}+\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\right)^2$$

$$=\frac{(\sin 45^\circ\cos\alpha+\cos 45^\circ\sin\alpha)^2}{\cos^2 45^\circ\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{\frac{1}{2}(\cos^2\alpha+\sin^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha)}{\frac{1}{2}\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{1+\sin 2\alpha}{\cos^2\alpha}=右边$$

证明八、令 $\sin\alpha=\dfrac{y}{r}$， $\cos\alpha=\dfrac{x}{r}$，

$\mathrm{tg}\alpha=\dfrac{y}{x}$，则

$$左边=(1+\mathrm{tg}\,\alpha)^2=\left(1+\frac{y}{x}\right)^2$$

$$=\left(\frac{x+y}{x}\right)^2$$

$$=\frac{x^2+y^2+2xy}{x^2}$$

$$右边=\frac{1+\sin 2\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{\sin^2\alpha+\cos^2\alpha+2\sin\alpha\cos\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$=\frac{x^2+y^2+2xy}{x^2}$$

∴ 左边＝右边

五、(本题8分)求过两直线 $x+y-7=0$ 和 $3x-y-1=0$ 的交点，并且过点(1，1)的直线的方程。

解：1. 求两直线交点坐标

$$\begin{cases}x+y-7=0 & (1)\\ 3x-y-1=0 & (2)\end{cases}$$

(1)＋(2)　$4x=8$　∴　$x=2$　代入(1)

∴　$y=5$

∴　两直线的交点坐标是(2，5)

2. 求直线方程：

解：① 由两点式得：两直线交点(2,5)过已知点(1，1)

$$\therefore\quad \frac{y-5}{5-1}=\frac{x-2}{2-1}\quad \therefore\quad 4x-y-3=0$$

② 根据同一条直线的斜率为常数：

$$\frac{y-5}{x-2}=\frac{y-1}{x-1}\quad \therefore\quad xy-5x$$

$$-y+5=xy-x-2y+2$$

$$\therefore\quad 4x-y-3=0$$

③ 设直线方程为：$y=ax+b$

∵　交点(2,5)和已知点(1,1)在直线上

$$\therefore\quad \begin{cases}5=2a+b & (1)\\ 1=a+b & (2)\end{cases}$$

(1)—(2)得

$$\therefore\quad \begin{cases}a=4\\ b=-3\end{cases}$$

∴　$y=4x-3$

④ 利用点斜式：

$$k=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-5}{1-2}=4$$

∴　$y-5=4(x-2)$或$y-1=4(x-1)$

∴　$y=4x-3$

六、(本题8分)某工厂今年七月份的产值为100万元，以后每月产值比上个月增加20%。问今年七月份到十月份的总产值是多少？

解：今年七月份到十月份的每月产值所组成的是等比数列。

$a_1=100$(万元)，$q=1+20\%=1.2$，

$n=4$

根据等比数列前 n 项和公式

$$S_n=\frac{a_1(1-q^n)}{1-q}$$

$$\therefore\quad S_4=\frac{100\times(1-1.2^4)}{1-1.2}$$

$$=500\times(2.0736-1)$$

$$=536.8(\text{万元})$$

答：今年七月份到十月份总产值为536.8万元

另解：分别求七、八、九、十月份产值，然后求这四个月的总产值。即

$$100+100\times(1+20\%)+100\times$$

$$\times(1+20\%)^2+100\times(1+20\%)^3$$

$$=100+120+144+172.8$$

$$=536.8(\text{万元})$$

答：同上

七、(本题8分)已知二次函数

$$y=x^2-6x+5$$

(1) 求出它的图象的顶点坐标和对称轴方程；(2) 画出它的图象；(3) 分别求出它的图象和 x 轴、y 轴的交点坐标。

解：(1) 求函数 $y=x^2-6x+5$ 的图象顶点坐标：

① 用配方法：

$$y=x^2-6x+5=x^2-6x+$$

$$\left(\frac{6}{2}\right)^2-9+5=(x-3)^2-4$$

∴　这个函数图象的顶点坐标是(3，－4)对称轴方程是 $x-3=0$

② 根据二次函数图象顶点坐标为 $\left(-\frac{b}{2a},\ \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$比较各项系数得：

$$a=1,\ b=-6,\ c=5$$

$$\therefore\quad -\frac{b}{2a}=-\frac{-6}{2}=3;\ \frac{4ac-b^2}{4a}=$$

$\frac{20-16}{4}=-4$ 对称轴方程为 $x=-\frac{b}{2a}=3$

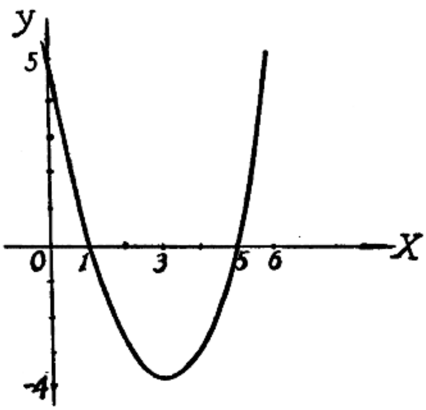
∴ 这个函数图象的顶点坐标是 $(3,-4)$ 对称轴方程是 $x-3=0$

（2）画函数 $y=x^2-6x+5$ 的图象：

描点法：根据这个函数图象的对称轴是直线 $x-3=0$；顶点坐标是 $(3,-4)$，列两变量的对应值表如下：

x	⋯	0	1	2	3	4	5	6	⋯
y	⋯	5	0	-3	-4	-3	0	5	⋯

（3）分别求出它的图象和 x 轴、y 轴的交点坐标：



令 $y=0$ 代入 $y=x^2-6x+5$ 中

∴ $x^2-6x+5=0$，$(x-1)(x-5)=0$

∴ $x_1=1$，　　$x_2=5$

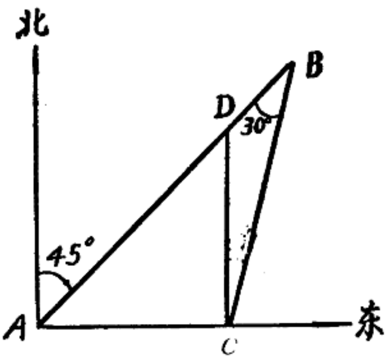
令 $x=0$ 代入 $y=x^2-6x+5$ 中得：

$y=5$

答：这个函数图象和 x 轴交点坐标是 $(1,0)$ 和 $(5,0)$ 和 y 轴交点坐标是 $(0,5)$

八、（本题 12 分）一只船以 20 海里/小时的速度向正东航行。起初，船在 A 处看见一灯塔 B 在船的北 45° 东（即北偏东 45°）方向；1 小时后，船在 C 处看见这个灯塔在船的北 15° 东（即北偏东 15°）方向。求这时船和灯塔的距离 CB。

解法一：用正弦定理：



∵ $\angle BAC=45°$

∵ $\angle ACB=90°+15°$

∴ $\angle B=180°-45°-90°-15°=30°$

∵ $AC=20$ 海里

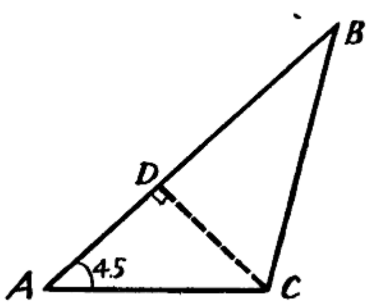
∴ $\frac{20}{\sin 30°}=\frac{CB}{\sin 45°}$

∴ $CB=\frac{20}{\sin 30°}\cdot\sin 45°$

∴ $CB=20\times2\times\frac{\sqrt{2}}{2}=20\sqrt{2}$（海里）

答：船和灯塔的距离 CB 是 $20\sqrt{2}$ 海里。

解法二：利用直角三角形和它的性质：



由点 C 作 $CD\perp AB$ 于 D 点

∵ $\angle A=45°$（已知）

∵ $\angle ADC=90°$

∴ $\angle ACD=180-90°-45°=45°$

∴ $AD=CD$（在同一三角形中角等所对的边等）

$\therefore\quad AC^2=AD^2+CD^2=2\,CD^2$（勾股定理）

$\because\quad AC=20$ 海里　$\therefore\quad CD=10\sqrt{2}$

$\because\quad \angle B=30^\circ$（见解法一）

$\therefore\quad CB=2\times10\sqrt{2}=20\sqrt{2}$

$\left(\text{对 }30^\circ\text{ 的直角边等于斜边}\frac{1}{2}\right)$

答：同解法一

解法三：见解法一图形用正弦定理：

$\because\quad \angle BAC=45^\circ$，$\because\quad CD\perp AC$

$\therefore\quad \angle ADC=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

$\therefore\quad \angle CDB=180^\circ-45^\circ=135^\circ$

（邻补角）

$\therefore$ 在 $\triangle BCD$ 中 $\dfrac{BC}{\sin135^\circ}=\dfrac{20}{\sin30^\circ}$

$\therefore\quad BC=20\times2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=20\sqrt{2}$（海里）

答：同解法一

解法四：见解法二图形

从 C 点作 $CD\perp AB$ 于 D 点，在 $\triangle ACD$ 中，

$\because\quad \sin45^\circ=\dfrac{CD}{AC}$，

$\therefore\quad CD=AC\sin45^\circ$

$\therefore\quad CD=20\sin45^\circ=10\sqrt{2}$；

在 $\triangle BCD$ 中，

$\because\quad \angle B=30^\circ$（见解法一）

$\therefore\quad CD=20\sqrt{2}$（已证）

答：见解法一

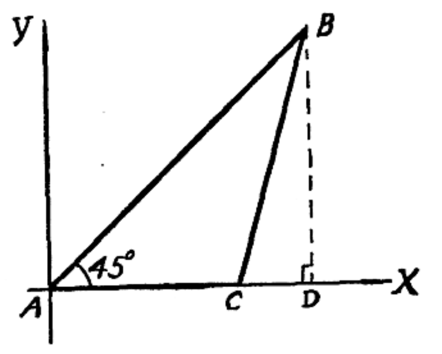
解法五：用直角坐标系以 A 为原点建立直角坐标系。并设点 B 的横坐标为 x。作 $BD\perp x$ 轴于 D 点，$\because\quad \angle BAD=45^\circ$

$\therefore\quad BD=AD$（等腰直角三角形性质）

$\therefore\quad B$ 点坐标为 (x,x)

$\because\quad \angle ACB=105^\circ$（已证），

$\therefore\quad \angle BCD=75^\circ$，在 $\triangle ABD$ 中，



$\because\quad |BC|=\sqrt{(x-20)^2+x^2}$（勾股定理）

$\therefore\quad \sin75^\circ=\dfrac{x}{\sqrt{(x-20)^2+x^2}}$，

$\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}=\dfrac{x}{\sqrt{(x-20)^2+x^2}}$

解方程得：$x_1=10(\sqrt{3}+1)$；$x_2=\frac{1}{3}10(\sqrt{3}+3)$

检验：x_2 为增根舍去

$\therefore\quad BC=\sqrt{(x-20)^2+x^2}$

$=\sqrt{[10(\sqrt{3}+1)]^2+[10(\sqrt{3}-1)]^2}$

$=10\sqrt{8}=20\sqrt{2}$（海里）

答：同解法一

解法六：求直线 AB、BC 两直线交点 B 的坐标：

$\because\quad \angle BAC=45^\circ,\angle BCD=75^\circ$（已证）

$\therefore\quad AB$ 的直线方程为：

$y=x\,\mathrm{tg}\,45^\circ$，即 $y=x$

$\therefore\quad BC$ 的直线方程为：

$y=(x-20)\mathrm{tg}\,75^\circ$ 即：

$\therefore\quad y=(x-20)\mathrm{tg}(30^\circ+45^\circ)$

$=(x-20)(2+\sqrt{3})$

$\therefore$ 这两条直线交点坐标是

$[10(\sqrt{3}+1),10(\sqrt{3}+1)]$

$\therefore\quad BC$

$$=\sqrt{[10(\sqrt{3}+1)-20]^2+10(\sqrt{3}+1)]^2}$$

$$=20\sqrt{2}\text{(海里)}$$

答：见解法一

解法七：图形与直角坐标系均见解法六并设点 B 坐标为(x,x)(已证)

$$\therefore\quad \operatorname{tg}75^\circ=\frac{x}{x-20},$$

$$\operatorname{tg}(30^\circ+45^\circ)=\frac{x}{x-20}$$

即：$2+\sqrt{3}=\dfrac{x}{x-20}$ 解方程得：

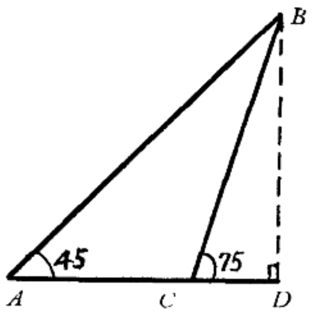
$$x=\frac{20(2+\sqrt{3})}{1+\sqrt{3}}=10(\sqrt{3}+1)$$

$\therefore\quad BC$

$$=\sqrt{[10(\sqrt{3}+1)-20]^2+[10(\sqrt{3}+1)]^2}$$

$$=20\sqrt{2}\text{(海里)}$$

答：见解法一



解法八：作 $BD\perp AC$ 交 AC 的延长线于 D 点。

在 $\triangle ABD$ 中，$\operatorname{ctg}=45^\circ=\dfrac{AD}{BD}$,

$\therefore\quad AD=BD\operatorname{ctg}45^\circ$，在 $\triangle CBD$ 中，

$$\operatorname{ctg}75^\circ=\frac{CD}{BD}$$

$\therefore\quad CD=BD\operatorname{ctg}75^\circ$,

$\therefore\quad AC=AD-CD$

$$=BD(\operatorname{ctg}45^\circ-\operatorname{ctg}75^\circ)$$

$$\therefore\quad BD=\frac{AC}{\operatorname{ctg}45^\circ-\operatorname{ctg}75^\circ}$$

$$=\frac{20}{1+(\sqrt{3}-2)}=\frac{20}{\sqrt{3}-1}$$

$=10(\sqrt{3}+1)$，在 $\triangle CDB$ 中

$\because\quad \sin75^\circ=\dfrac{BD}{BC}$，$\therefore\quad BC=\dfrac{BD}{\sin75^\circ}$

$$\therefore\quad BC=\frac{10(\sqrt{3}+1)}{\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}}=\frac{40}{\sqrt{2}}$$

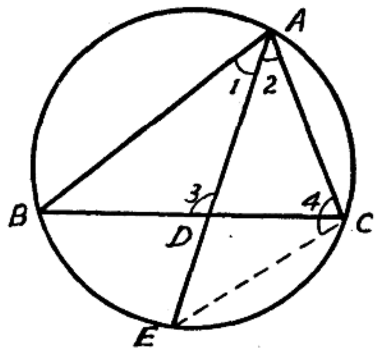
$$=20\sqrt{2}\text{(海里)}$$

答：见解法一

九、(本题 12 分)。有一个圆内接三角形 ABC，$\angle A$的平分线交 BC 于 D，交外接圆于 E。

求证：$AD\cdot AE=AC\cdot AB$

证明一：



连结 EC，在 $\triangle ABD$ 与 $\triangle AEC$ 中

$\because\quad \angle1=\angle2$(已知)

$\because\quad \angle B=\angle E$(同弧上圆周角)

$\therefore\quad \triangle ABD\backsim\triangle AEC$ (两个角对应相等，两三角形相似)

$\therefore\quad AD:AC=AB:AE$ (相似三角形对应边成比例)

$\therefore\quad AD\cdot AE=AC\cdot AB$

证明二：见证明一图，用正弦定理

$\because\quad \angle1=\angle2$，$\because\quad \angle B=\angle E$(已证)

$\because\quad \angle3=\angle4$

$\therefore\quad \dfrac{AB}{\sin\angle3}=\dfrac{AD}{\sin B}$，$\dfrac{AC}{\sin E}=\dfrac{AE}{\sin\angle4}$