

网架结构最优设计的研究——
网架的最优几何外形及选形

蓝天 俞建麟 钱若军

PW71/1384/0502

网架结构最优设计的研究 —

网架的最优几何外形及选型

蓝调原

俞建麟

钱若军

(中国建筑科学研究院)

(第一机械工业部设计总院)

(江苏省建筑科学研究所)

提 要

本文对常用的七种类型网架结构的优化问题进行了探讨。在建立优化的数学模型时综合考虑了网架的圆管杆件、空心球节点和围护结构的耗钢量及价格等因素,并以造价作为目标函数。文中采用了空间桁架位移法进行内力分析并用迭代法按离散截面进行杆件设计,并以模式搜索法对高度及网格两个变量进行优化,编制了适用于各种类型网架的电算程序。针对钢筋混凝土屋面板以及钢檩条、轻型屋面两种屋面体系,计算了24米至72米不同跨度网架的最优网格和高度。从所得的结果提出了几种网架的最优几何外形以及较适宜的网架类型。

采 用 符 号

A	网架短向跨度	H	网架高度
Δ_i	i 杆件截面积	L	杆件轴线长度
Δ_p	檩条截面积	L_i	i 杆件长度(减去节点)
a	网格尺寸,或网格短向长度 (矩形)	L_0	杆件计算长度
B	网架长向跨度	L_p	檩条长度
b	网格长向长度(矩形)	M_i	杆件总重
G_1	杆件的单位重量造价(包括 材料及制作费用)	M_j	节点总重
G_1'	每一杆件的造价	n	杆件数
G_2	节点的单位重量造价	N_a	杆件压力
		N_L	杆件拉力
		n	节点数

O_2'	每一节点的造价	Q	荷载
O_3	钢檩条(或钢筋)单位重量 造价	r	杆件回转半径
O_4	屋面板混凝土单位体积造价	θ	屋盖面积
O_5	围护墙单位面积造价	V_j	节点体积
O_6	建筑物单位体积的年采暖通 风费用	W_R	屋面单位面积钢材消耗量
O_7	屋面板造价系数	W_0	屋面单位面积混凝土消耗量
D	节点空心球外径	α	优化步长
a	杆件钢管外径	δ	节点空心球壁厚
E_H	基建效益系数	p	杆件稳定系数
F, F_0	目标函数, 总造价	λ	杆件长细比
F_k	一次消耗费用	ρ_i	钢杆件、檩条容重
F_x	采暖通风年消耗费用	ρ_j	节点空心球容重
G	网架短向网格数	σ	截面应力
		$[\sigma]$	钢材容许应力
		σ_s	钢材屈服点

一 前 言

近年来平板型网架在国内外获得广泛的应用。对于这种高次超静定结构,如何全面考虑设计施工等因素,选择适当的结构类型、几何外形以及杆件截面,使结构设计得更为经济合理就日益显得重要。对于这些参数,设计者往往是根据过去的经验或直觉来选择,不一定有科学的依据。我国在1981年颁发的《网架结构设计施工规定》(1)的有关条文中曾对网架的选型、网格尺寸和高度作了一些范围较宽的规定。其中选型主要是通过各种类型网架的多方案比较,根据网架用钢量和施工制作条件而确定,而网格与高度则是对国内已建成网架工程统计分析所得。随着电子计算机与运筹学的发展,出现了优化设计这门新兴的学科,因此运用结构优化技术对网架的选型与几何外形进行研究成为一件有意义的工作。

国内外在网架优化方面已做了一些工作。初期的工作大多是在结构类型与几何外形已定的条件下寻求杆件的最优截面以便得到结构的最轻重量。经验表明这样的优化结果收益并不显著,必需进一步将网架的高度及网格的变化考虑进去才能收到更大的效果。例如文献(2)-(5)已进行了这些研究。

盖格尔(Geiger)(2)以总造价来衡量方案的优劣。总造价包括两部分,即屋面压型钢板与网架本身压型钢板(包括有檩或无檩)的单位面积重与上弦杆件长度以及屋面活荷载有关,由一经验公式确定,造价则以重量乘以单价求得。网架的重量通过拟板法分析得出,在计算造价时分别

考虑了材料、制作、安装和油漆等分项费用，这些单价分别取自材料供应与施工部门。所研究的网架仅限于斜放四角锥一种，文中采用了穷举法进行优化，跨度在30.5米（100英尺）至183米（600英尺）范围内，增量为30.5米，根据设计经验在计算时给定了不同的边长比、网格与高度，并分别给予上下限的限制，总共计算了756个网架。从这些计算结果总结了不同参数对造价的影响。

平田康浩〔3〕在研究斜放四角锥与星形四角锥网架时也采用总造价作为目标函数。总造价中除了网架杆件与屋面檩条外还有网架节点的价格。网架分析采用拟板法，优化则用切函数法（SUMT），这时利用截面特性的经验公式将离散截面连续化，但对上下弦杆及腹杆只限于二种截面，节点则只限一种规格。文中研究了在不同跨度（150米以下）时造价与跨高比的变化，以及跨度为72米时不同荷载对造价的影响、不同网格与高度对节点造价的影响。

林立岩〔4〕在研究网架的优化设计时，其目标函数除包含网架杆件的重量外，还将外墙造价及采暖设备一次投资增量和在一定折旧年限内的通过外墙耗热量用都与网架杆件价格相比，换算为折合耗钢量计算。文中考虑优化时给定网架，因此屋面及节点变化不大，在目标函数中不列入这些因素，仅考虑网架高度的优化，采用爬山法实现。网架杆件截面则以满应力准则来选择。按照上述原则，并采用矩阵位移法作结构分析，编制了优化通用程序，可适用于各种类型的网架。

莫特罗（Motro）在文献〔5〕中着重于网架选型的研究。文中考虑了正放四角锥、棋盘形四角锥等七种常用的网架，以杆件重量作为衡量选型的准则。优化时选用平面尺寸为25.2米正方形，网架给定为14格。高跨比则在 $1/9$ 至 $1/3.5$ 范围内，对九种不同高度进行计算，设计中对上下弦杆只采用一种截面，结构分析则为矩阵位移法。通过计算比较可以得出重量最轻的网架类型，同时还研究了各类网架杆件的满应力程度。

从已往的研究来看，都存在着这样或那样的缺点。例如：有的研究在制定目标函数时，忽略了节点、屋面等因素；有的研究在结构分析中采用拟板法，其精度尚存在一些问题；有的研究将杆件与节点的规格限制为一、二种，也嫌粗略。总之，上述工作所考虑的因素似不够全面，与实际工程的实践也有差别，同时至今尚未对网架优化进行过系统的分析。在以上基础上，本文对网架结构优化的数学模型和优化方法进行了探讨，所研究的网架是在正方形或矩形周边简支网架中我国常用的七种类型，即（a）两向正交正放网架、（b）两向正交斜放网架、（c）正放四角锥网架、（d）正放抽空四角锥网架、（e）棋盘形四角锥网架、（f）斜放四角锥网架及（g）星形四角锥网架。以上几种类型的网架均已列入我国《网架结构设计及施工规定》，其杆件布置分别如图1（a—g），通过优化可以找到可供设计采用的最优网格和高度等参数以及较好的网架类型。

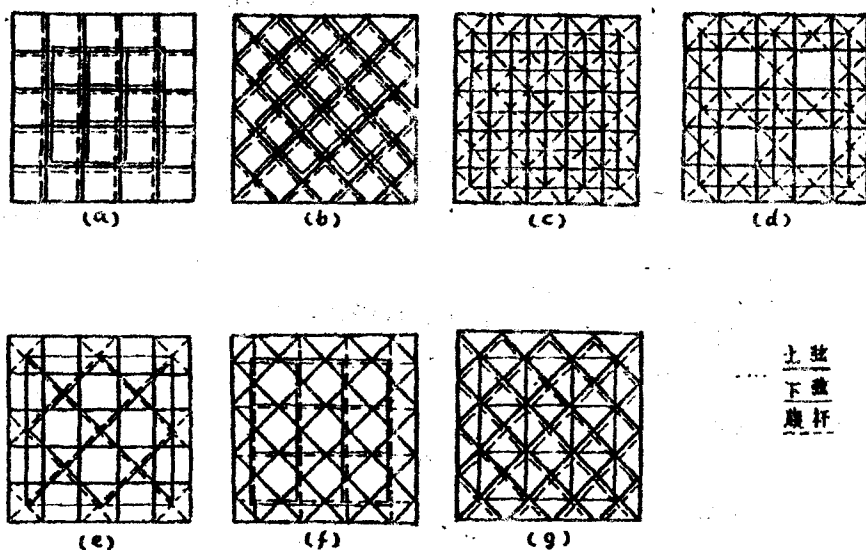


图 1 网架类型

三 数学模型的建立

1. 目标函数

一般网架都有数百根甚至上千根杆件，这对于目标函数的建立、优化方法的选择和优化过程都带来了很大困难。因而必需从中选取对结构的分析和优化起决定性作用的参数作为设计变量。经过分析，我们发现在材料已定的情况下影响网架耗钢量或造价的主要因素是网架的高度和网格数，因此我们用这两项作为设计变量。

有些网架结构的优化设计只考虑了杆件的重量，这并不能完全地反映最优结构的情况。经验表明网架节点及围护结构的重量与造价对于网格数与高度均有较大影响。例如，网架的节点一般要占总耗钢量的 15—20%，如果不考虑节点，势必使网格数趋向于增多。再者，屋面材料消耗量一般要随网格尺寸增大而增加，如果不考虑屋面又会使网格数趋向于减少。此外，网架四周的围护墙显然对高度也会有影响，因此在目标函数中应全面考虑这些因素。

已往研究工作中有关目标函数的规定具有一定的参考价值。例如文献〔3〕中将目标函数定为网

架、檩条与节点的总造价, 其式为:

$$F_0 = \sum C_1 \rho_1 A_1 L_1 + \sum C_3 \rho_1 A_p L_p + C_2 M_j \quad (1)$$

整个网架节点采用一种空心球, 在确定造价时假定其直径为最大杆件直径的三倍, 厚度为最大杆件壁厚的二倍。

苏联高尔杰夫等〔6〕在制定目标函数时还考虑了建筑物使用期间采暖与通风的费用, 即总造价是年消耗费用 F_X 与一次消耗 F_K (通过基建效益系数 E_H 折算为每年) 之和, 即

$$F_0 = F_X + E_H F_K \quad (2)$$

$$\text{其中} \quad F_X = C_6 SH \quad (3)$$

$$F_K = C_7 M_1 + C_1' n + C_2' n + C_5 (A+B) H + C_7 Q^{\frac{1}{2}} \cdot a \cdot S \quad (4)$$

式(4)中的前三项考虑了网架杆件与节点的材料、制作、运输、拼装与吊装等费用。第四、五项相应为墙体及屋面板的造价。值得注意的是, 在上述价格中, 还考虑了网架的杆件数。在某些钢结构优化设计〔7〕也是如此规定, 即不但考虑网架重量, 也考虑数量。这主要是因为钢结构制作有时是以数量而不是重量计价。

在计算网架的造价时, 杆件与节点的重置相对说来是比较容易求得的, 而网架制作、施工的费用, 由于我国尚无劳动量与费用的消耗定额, 就比较难以确定, 经我们向有关安装施工单位了解, 网架的各项施工费用均按重量计算。材料、制作、运输、拼装与吊装各项费用的比例则因工程而异, 没有统一的规定。因此我们只能采用一个单位造价系数来考虑以上各项因素, 但杆件及节点的系数不同, 以考虑在加工价格上的差别。至于建筑物长期采暖等因素, 我们认为由于缺少充分的数据, 尚不能确定诸如 E_H 、 C_6 这类系数, 而这些系数的差别却对优化结果产生较大的影响, 目前不宜考虑。此外, 屋面及墙体围护结构在网架优化过程中也是应该考虑的因素, 对于不同的屋面, 由于网格的变化, 其耗钢量、重量和造价是不同的, 从而使网架所承受的荷载也不一样, 也会影响到网架的耗钢量和造价以及网格数。同样, 围护墙对网架高度也有影响, 因此, 结合我国的具体情况, 本文选用了造价作为目标函数, 其表达式如下:

$$F_0 = C_1 \sum_{i=1}^n \rho_1 A_1 L_1 + C_2 \sum_{j=1}^n \rho_j V_j + C_3 A \cdot B W_R / 1000 \\ + C_4 A B W_0 / 2500 + 2 C_5 (A+B) H \quad (5)$$

上式中 W_R 与 W_0 分别反映了屋面钢材与混凝土的消耗量。如果要在优化过程中每次都进行设计计算, 工作量相当大, 我们认为采用经验公式较为简便。从我国已建成的网架来看, 屋面的构造形式多种多样, 但最常用的典型情况还只有钢筋混凝土屋面和钢檩条、轻型屋面两种。钢筋混凝土双向板的跨度即网格尺寸, 周边设主肋, 中间设十字形小肋, 混凝土为 300 号, 板内钢筋为低碳

冷拔丝，肋中主筋为 $16 M_n$ ，对 2 米到 5.9 米共 40 种不同跨度、承受 65 公斤/米^2 到 175 公斤/米^2 共 12 种不同外加荷载的情况进行计算。将计算结果通过回归分析得到钢筋混凝土屋面板的钢筋和混凝土消耗量与其跨度及荷载的关系式：

当 $a > 2.0 \text{ m}$

$$W_R = -13.209 + 6.761a + 0.047 Q_I - 0.005aQ_I - 0.61a^2 \quad (6)$$

当 $a \leq 4.0 \text{ m}$

$$W_R = 63.675 + 4.5a + 0.034 Q_I \quad (7)$$

当 $a > 4.0 \text{ m}$

$$W_R = 140.566 - 28.013a - 0.352 Q_I + 0.099aQ_I + 3.807a^2 \quad (8)$$

式中 Q_I 是屋面板上外加的荷载，如活载、雪载、防水层等，不包括自重。

钢檩条，轻型屋面考虑采用槽形冷弯型钢檩条，沿网格对角线对称设置，上搁木椽及木屋面板其上设防水层。檩条采用 3 号钢，对 2.2 米到 7.0 米共 25 种不同跨度，承受 50 公斤/米^2 共 11 种不同外加荷载的情况进行了计算，通过回归分析得到钢檩条耗钢量的经验公式为：

$$W_R = -3.15 + 1.1496a + 0.0304 Q_I \quad (9)$$

式中 Q_I 是钢檩条以上的荷载，包括屋盖以及活载、雪载等。

按照我国的实践，当跨度较大时，往往在平面桁架系的网架上设置再分杆，这样就使檩条的数量增加而截面减小，网架上弦由于增加了支承点使计算长度减半而减小截面，与此同时又要增加一些再分杆的钢材。因此是否设置再分杆对网架整个的耗钢量及造价均有影响。我们曾对 48×48 米及 72×72 米两个两向正交正放网架在不同网格情况下作有无再分杆的对比计算，计算时假定网架高度等于网格大小，即斜腹杆为 45° 。计算结果表明：当网格在 $3 \sim 4$ 米范围内，杆件与节点总重相差仅在 1% 之内，当网格 ≥ 4.8 米时，设置再分杆会使耗钢量降低。我国所设计的网架，绝大部分在网格 ≥ 4 米时设置再分杆，因此本文另考虑了在两向正交正放网架中设置再分杆的方案，并取 4_m 网格作为界限，这时在再分点上加设与对角线平行的钢檩条。通过计算得到有再分杆时的钢檩条耗钢量为：

$$W_R = -2.881 + 0.985a + 0.0312 Q_I \quad (10)$$

2、结构设计

网架优化的目标函数不是变量 a 与 H 的显式，其中杆件截面积 A_i 与节点位移 V_j 取决于杆件内力，要通过内力分析与 a 、 H 发生关系。因此，网架结构设计中的强度条件和稳定条件可作为隐式约束来考虑。考虑到周边支承网架的挠度一般均能满足要求，不必作为约束条件，实践证明这样做并不影响最终结果。

本文的网架内力分析采用空间桁架位移法,这种方法精度高,通用性也好,适用于各种类型的网架。作用在网架上的荷载均布在上弦和下弦平面,化成集中荷载作用在节点上,即杆件只考虑中心受压或受拉。在内力分析后进行杆件的强度和稳定性计算,并选择截面。按照钢结构设计规范(TJ 17-14)〔8〕受拉和受压杆件分别按下式计算:

$$\sigma = \frac{N_l}{A_l} \leq [\sigma] \quad (11)$$

$$\sigma = \frac{N_c}{\varphi A_1} \leq [\sigma] \quad (12)$$

式中 φ 是根据杆件最大长细比决定的稳定系数,当长细比 $\lambda \leq \lambda_c$ 时

$$\varphi = \frac{1.043 \left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2}{1 + 0.28 \left(\frac{\lambda}{\lambda_c} \right)^2} \quad (13)$$

当 $\lambda > \lambda_c$ 时

$$\varphi = \frac{\frac{\pi^2 E}{\lambda^2 \sigma_s}}{1.41 - 0.13 \left(1 + \frac{\lambda - \lambda_c}{250 - \lambda_c} \right)} \quad (14)$$

当采用3号钢时 $\lambda_c = 123$,采用16Mn钢时 $\lambda_c = 103$, σ_s 为钢材的屈服点。

杆件的长细比 λ 为

$$\lambda = \frac{L_0}{r} \quad (15)$$

式中 L_0 为杆件的计算长度。按照《网架结构设计施工规定》,采用焊接空心球节点时,弦杆的计算长度为 $0.9L$,腹杆的计算长度为 $0.75L$, L 是网架杆件轴线长度。 r 为杆件的回转半径。

对于内力为零的那些杆件,可根据容许长细比计算 r_{min} ,由 r_{min} 选取适当的截面。

节点上的焊接空心球与汇集于该节点处所有杆件中的最大的一根杆件相匹配。球直径假设为最大杆件管径的2.7倍,而厚度则根据同一规格钢管中最大的拉力或压力分别按下列公式解出:

$$\text{拉力 } N_l = 0.68 \delta a n(\sigma) \quad (16)$$

$$\text{压力 } N_c = 3.3 \delta d - 1.1 \frac{\delta^2 d^2}{D} \quad (17)$$

式中空心球外径 D 、壁厚 δ 与杆件管径 d 均以厘米计。同时在构造上规定空心球壁厚应不小于1.2倍的钢管壁厚,并化为毫米的整数取用。

三 优化方法与程序

网架的优化采用了模式搜索法。模式搜索的过程由探索移动和模式移动两部分组成。首先考虑到网架结构在两个方向的网格尺寸必须相等的构造特点,作为设计变量的网格数的变化范围也有一定的限制,也就是说可以根据构造上的限制或设计经验确定网格数的上下限,这样搜索空间减小了,有利于加快搜索。其次,注意到网格数必须是整数,因此不仅给出的初始点是整数,而且在探索移动时给出的步长也必须是整数,当缩小步长重新进行探索移动时依然要保持为整数。同样,在进行模式移动时,移至新的一点时也必须是整数。为此,网架高度也按建筑模数进行离散化,这在模式搜索法中都能方便地实现。我们对网格数进行探索移动时取步长 $\alpha = 2$,对于高度步长取40厘米(当跨度 ≥ 48 米)或20厘米(跨度 < 48 米)。当缩小步长重新进行探索移动时步长分别为1和20厘米(或10厘米)。对于某些只允许为奇数网格的网架,如正放抽空四角锥、棋盘形四角锥等,则一次取网格步长为2,高度步长为20厘米(或10厘米),不再缩小步长。这样既能保证优化过程中网格数都是整数,又不致使收敛过慢。

一个网架至少有上百根杆件,即使利用对称条件或是进行分组,数量还是相当大的。加之,实际的杆件又必须采用规格化截面。因此,我们将杆件截面不作为优化的变量,而将其作为结构设计过程中的因变量,这样大大简化了优化过程,并且也能充分满足实际工程的要求。

在优化设计中我们将网架视为空间铰接杆件系统用矩阵位移法求解,程序中采用了高效的改进的平方根法解线性联立方程,从而使运算工作量减少。同时还采用一系列措施来减少分解总刚度矩阵的填入量,并加快存取总刚度元素的速度。因而在计算时间和费用上使本程序达到实用的程度。

网架的设计从选择几何外形开始,然后重复进行设计。在每一轮设计先进行结构分析,再从用户提供的截面规格中选择杆件,以满足规范所规定的应力与稳定要求。由于超静定结构的刚度分布对结构的内力有一定的影响,截面设计过程中采用了迭代运算;通过不断地调整杆件截面,使内力分布与截面面积(也就是刚度分布)相适应。本文优化过程的迭代运算可以做到:在相同的规格化截面的一组杆件中,其中内力最大的一根杆件达到或接近满应力。由于迭代运算占用一定的计算机时间,有必要选择恰当的迭代次数和收敛准则。在搜索过程中,规定选择杆件截面的迭代次数为三次,而在求得最优点后则以需要调整截面的杆件数与总杆件数之比不大于5%作为收敛准则,由此确定最优结构的所有杆件截面。

根据以上原则编制了网架结构的最优设计程序SOPD,其框图见图2。优化子程序见图3。

在优化过程中,随着不同的搜索点,网架的网格数及高度也有所不同,因而节点与杆件的数量以及节点编号、杆件信息也在变化。为了尽量减少初始输入数据准备的工作量,并适应搜索过程中的变化,各有关信息必须自动形成,这些信息包括:标准的节点编号、标准的杆件关联信息、节点坐标、杆件截面类型及特征信息以及某些附加的(对称面上)节点及杆件信息。

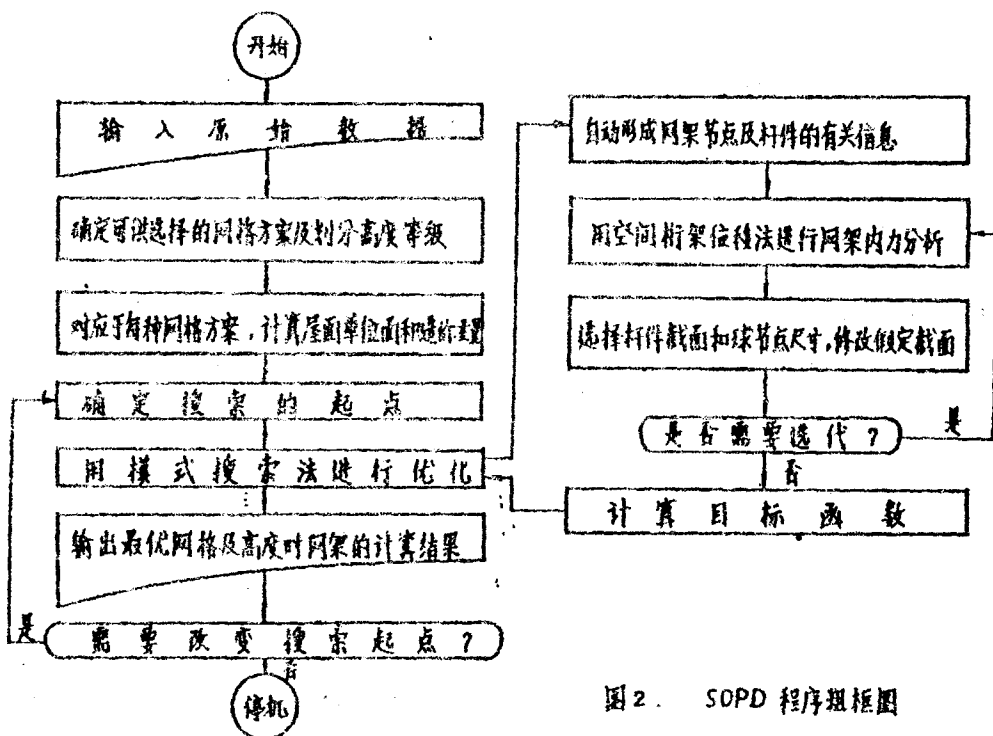


图2. SOPD 程序框图

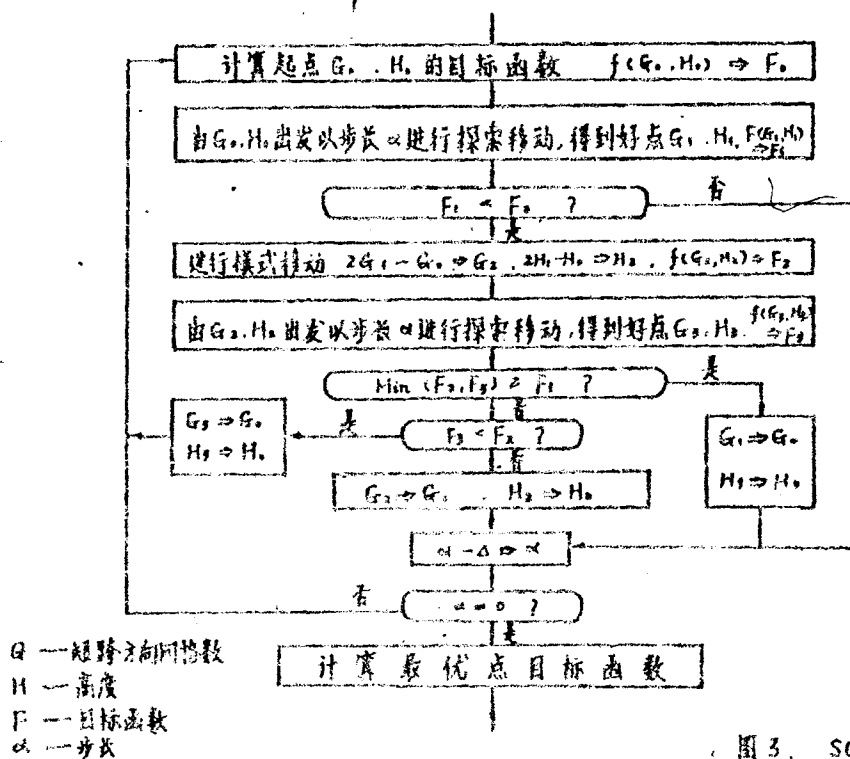


图3. SOPD优化子程序

由于采取上述措施，初始数据准备工作量大大减少。针对本文所研究的七种类型网架，程序中提供了更为简单的表格，使用者只需提供少量参数，所有信息 and 数据即由程序自动形成。

SCFD 网架优化程序适用于周边支承、由平面桁架或四角锥体组成的方形或矩形网架。屋面有钢筋混凝土屋面板及钢檩条两种体系。使用该程序时可任意选择网架类型、屋面体系、钢管材料标号及搜索起始步长。输入初始数据包括：跨度（短跨及长跨），平面为矩形时跨度允许的伸长与缩短值，上下弦荷载，各种造价系数以及钢管种类与规格。输出的数据包括在优化过程中所搜索的各方案，如网格数、高度、分项（杆件、节点、屋面、墙体）耗钢量与造价以及总耗钢量与总造价。对最优方案还打印出节点编号、杆件长度、节点位移、杆件内力、杆件截面规格、空心球尺寸以及不同规格钢管的重量。

算 例 计 算 取 值

为了综合研究各类网架结构在大、中、小跨度情况下的最优几何外形并进行选型，我们运用了上述优化程序计算了跨度为 24、36、48、60、72 米的两向正交正放网架、棋盘形四角锥网架及斜放四角锥网架，以及 48 米的各类网架。至于屋面，分别考虑了钢筋混凝土屋面板和钢檩条两种体系。屋面外加荷载采用 $Q_1 = 120 \text{ kg/m}^2$ 。各项造价系数分别为：

杆件 $Q_1 = 1000 \text{ 元/吨}$

节点 $Q_2 = 2000 \text{ 元/吨}$

钢檩条 $Q_3 = 1000 \text{ 元/吨}$

钢筋 $Q_3 = 700 \text{ 元/吨}$

混凝土 $Q_4 = 100 \text{ 元/m}^3$

墙体 $Q_5 = 15 \text{ 元/m}^2$

屋顶 $W_v = 3 \text{ kg/m}^2$

杆件截面采用薄壁圆钢管，对不同跨度分别采用 8 至 12 种（方形）及 10 至 14 种（矩形）规格。详见表 1。

网架优化供给的钢管规格

表 1

跨 度 m		规格数	最大规格	截 面 积 cm ²	最小规格	截 面 积 cm ²	面积平均 级差 cm ²
24	方形	8	∅ 127×8	29.91	∅ 30×2	1.76	4.02
	矩形	10	∅ 133×10	38.64			4.10
36	方形	9	∅ 159×10	46.81	∅ 40×2	2.39	5.58
	矩形	11	∅ 168×12	58.81			5.64
48	方形	10	∅ 180×12	63.33	∅ 45×2	2.70	6.74
	矩形	12	∅ 219×12	78.04			6.84
60	方形	11	∅ 219×12	78.04	∅ 50×2	3.02	7.50
	矩形	13	∅ 273×12	98.39			7.95
72	方形	12	∅ 299×12	108.20	∅ 60×2	3.64	9.50
	矩形	14	∅ 299×14	125.35			9.36

由表 1 可见, 我们所采用的规格比一般实际工程中所用的稍多, 而最小规格也比常用的略小。这都是为了便于在优化过程中对各方案进行比较, 尽量避免杆件根据构造要求而确定。实际上, 一些大规格是为了较差方案出现较大内力时备用的, 最优方案不会用到前二、三个最大规格钢管。

根据实际工程的构造需要, 本文所优化的网架网格与高度是在一定范围内变化的。因此, 我们可以在优化过程中给予约束, 也就是说, 只在工程实践所允许的参数范围内进行搜索, 这样就可以大大减少计算工作量。在网架设计施工规定中已经给出适用网格与高度的建议, 在此基础上, 我们在优化时还扩大了范围, 包括了工程上所允许的做法。此外, 优化搜索的初始点如能选择得恰当也有助于减少搜索次数。对此, 我们根据过去的经验也作了适当的选择。详见表 2。

网架优化的约束与初始点

表 2

跨 度 米	网 格 数			跨 高 比			高 度 步 长 米
	规定建议	选用范围	初始点	规定建议	选用范围	初始点	
24	5-12	5-16	10, 12 [*]	10-14	8-24	12	0.2
36	10-16	5-20	10	12-16	8-24	12	0.2
48	10-16	5-20	12	12-16	8-24	12	0.4
60	10-16	5-20	12, 14 [*]	12-16	8-24	12	0.4
72	12-20	7-25	14	14-20	8-24	10	0.4

注: 有 * 号者用于钢檩条屋面

三 优化结果与分析

1、网架优化的等值线图

为了综合了解网架结构优化的特性，在深入研究之前我们曾对不同跨度的网架在各种高度与网格的情况下作了穷举计算，网架的结构分析采用了根板法。根据计算结果可以画出按网架耗钢量与造价的等值线图，其纵横坐标分别为高度及网格。图4与图5分别显示了采用钢筋混凝土屋面板的48m与72m网架的造价等值线图。由图可见，网架的最优点处于一个比较平缓的区域，即周围的目标函数变化不大，而且往往具有若干个局部最优点。这些都反映了土建结构优化设计的典型特点。此外，网架的等值线的最优区域还呈现为狭长的带状，即最优高度的范围较宽。从设计的观点来看，这样的结果是可以接受的，因为设计者只要求给出最优高度与网格的范围作为设计时考虑的依据。

2、最优网格与高度

三种主要门架接钢筋混凝土板与钢檩条两种屋面体系的计算结果分别列于表3、4及5，计算结果同样表明：接近于最优值的高度呈现了带状分布，因此在表中还列出了高度带，在该带中各点的造价与最优点相比不超过3%，在土建结构中，3%造价的差别是可以忽略的，因此可以认为在高度带范围内的跨高比均能取得最佳的经济效果。三种网架的跨度与网格数、跨高比的关系分别如图6、

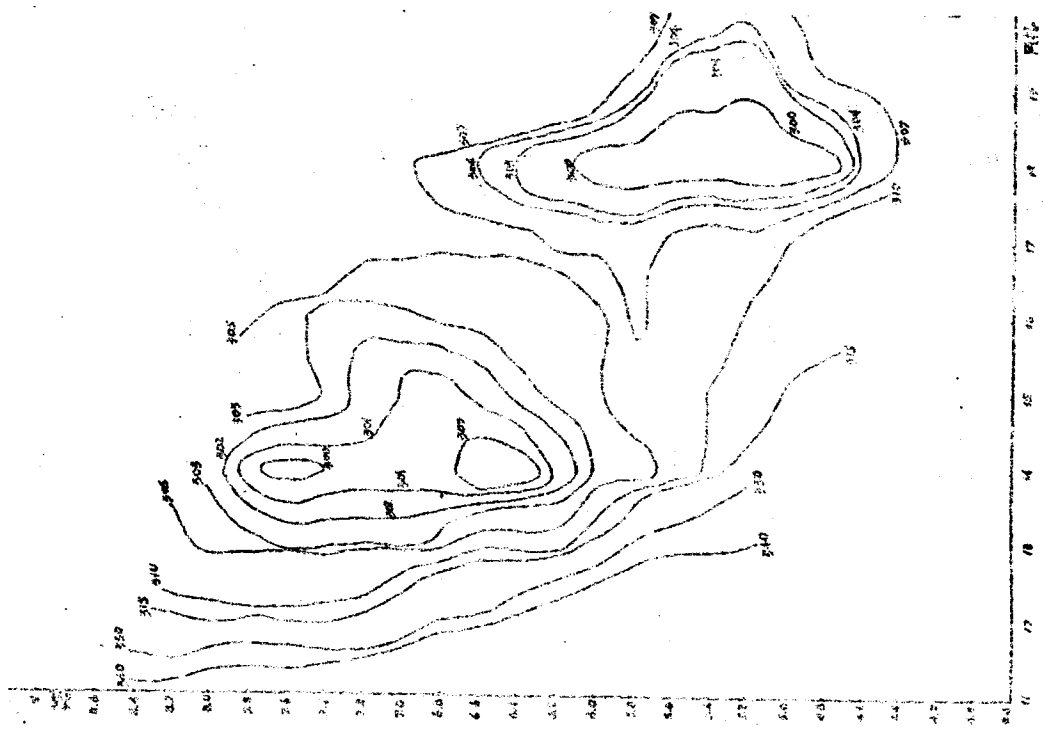


图 3 77x72 M 范围内正交正旋涡流场等位线图

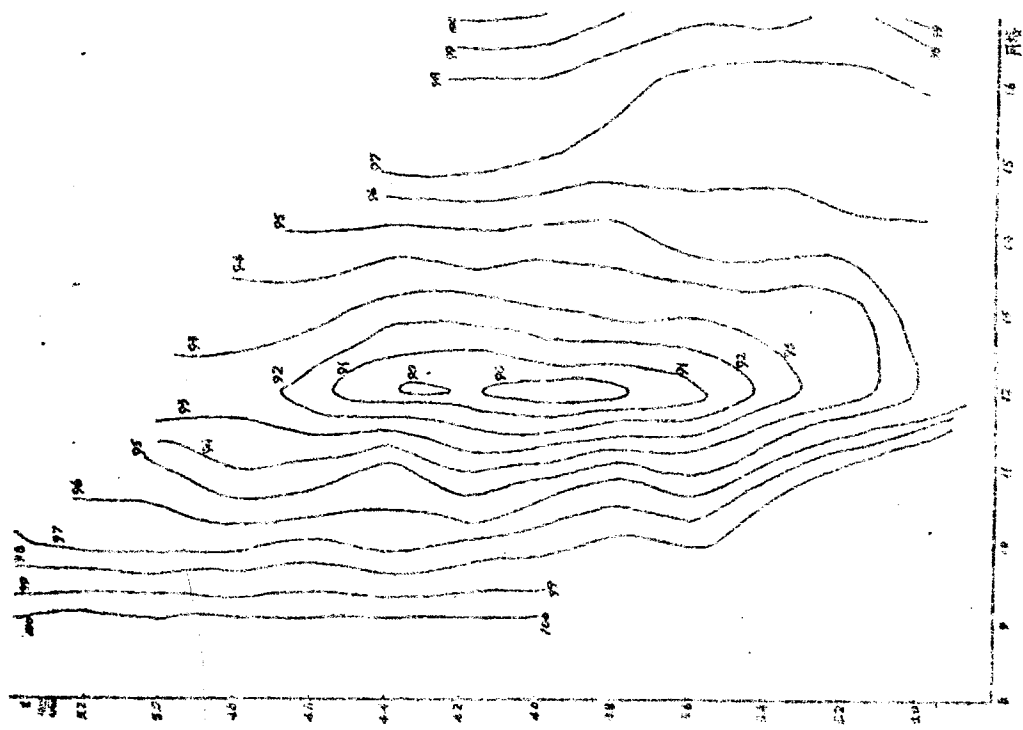


图 4 10x40 M 范围内正交正旋涡流场等位线图

表 3 双向正交正放网架的最优方案

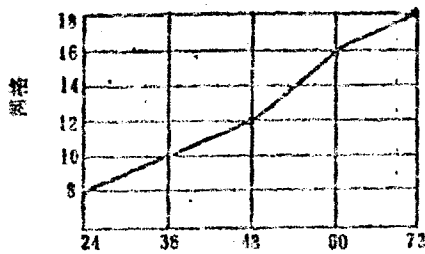
跨 度 (米)	最 优 网 格 数	网 格 尺 寸 (米)	最 优 高 度		高 度 带		网 架 耗 钢 量 公斤/米 ²	造 价 元/米 ²
			米	跨 高 比	米	跨 高 比		

钢筋混凝土屋面体系

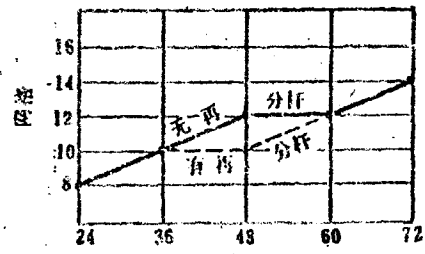
24	8	3.0	2.2	10.9	2.0—2.6	12—9.2	9.19	23.05
36	10	3.6	3.1	11.6	2.8—3.3	12.8—9.5	14.67	30.03
48	12	4.0	4.0	12	3.4—4.6	14.1—10.4	20.34	37.12
60	61	3.75	5.1	11.8	4.3—5.5	13.9—10.9	26.75	44.67
72	18	4.0	6.2	11.6	5.2—7.0	13.8—10.3	34.81	54.38

钢檩条屋面体系

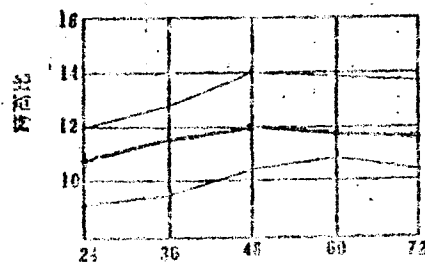
24	8	3.0	1.6	15	1.5—1.8	16—13.3	7.96	16.94
36	10	3.6	2.6	13.8	2.0—3.1	18—11.6	11.85	22.38
无再分杆	12	4.0	3.6	13.3	3.0—4.2	16—11.4	15.04	26.75
48 有再分杆	10	4.8	3.6	13.3	3.0—3.6	16—13.3	13.12	24.81
无再分杆	12	5.0	4.3	13.9	3.7—5.1	16.21—11.8	18.19	31.49
60 有再分杆	12	5.0	4.3	13.9	3.9—4.7	15.4—12.8	16.71	29.16
无再分杆	14	5.14	5.6	12.9	4.8—6.2	15—11.6	22.48	36.84
72 有再分杆	12	6.0	5.6	12.9	4.6—6.4	15.6—11.3	19.90	33.97



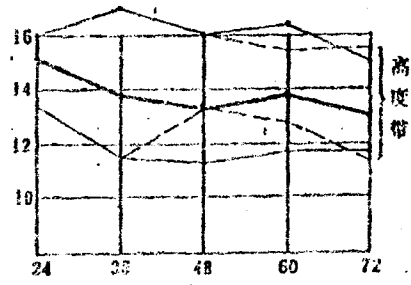
跨度(米)



跨度(米)



钢筋混凝土屋面体系



钢檩条屋面体系

图 6 双向正交正放网架跨度与最优网格数、跨高比的关系

表 4 棋盘形四角锥网架的最佳方案

跨 度 (米)	最 优 网格数	网 格 尺 寸 (米)	最 优 高 度		高 度 范 围		网 架 耗 钢 量 公斤/米 ²	造 价 元/米 ²
			米	跨 高 比	米	跨 高 比		

钢筋混凝土屋面体系

24	9	2.67	1.8	13.3	1.6—2.2	15—10.9	10.92	21.76
36	11	3.27	2.8	12.9	2.4—3.8	15—9.5	15.87	27.90
48	11	4.36	4.4	10.9	3.6—5.2	13.3—9.2	17.99	32.58
60	11	5.46	5.3	11.3	4.7—6.5	12.8—9.2	21.87	38.32
72	13	5.54	6.4	11.3	5.2—8.0	12.4—9	28.10	45.59

钢桁架屋面体系

24	9	2.67	1.3	13.3	1.3—2.2	18.5—10.5	8.63	16.23
36	11	3.27	2.4	15	2.0—3.2	18—11.3	12.60	21.22
48	11	4.36	3.8	12.6	3.0—5.0	16—9.6	15.42	24.93
60	11	5.46	5.3	11.3	3.9—6.3	15.3—9.5	16.23	28.27
72	13	5.54	5.8	12.4	5.0—7.4	14.4—9.7	21.35	33.65

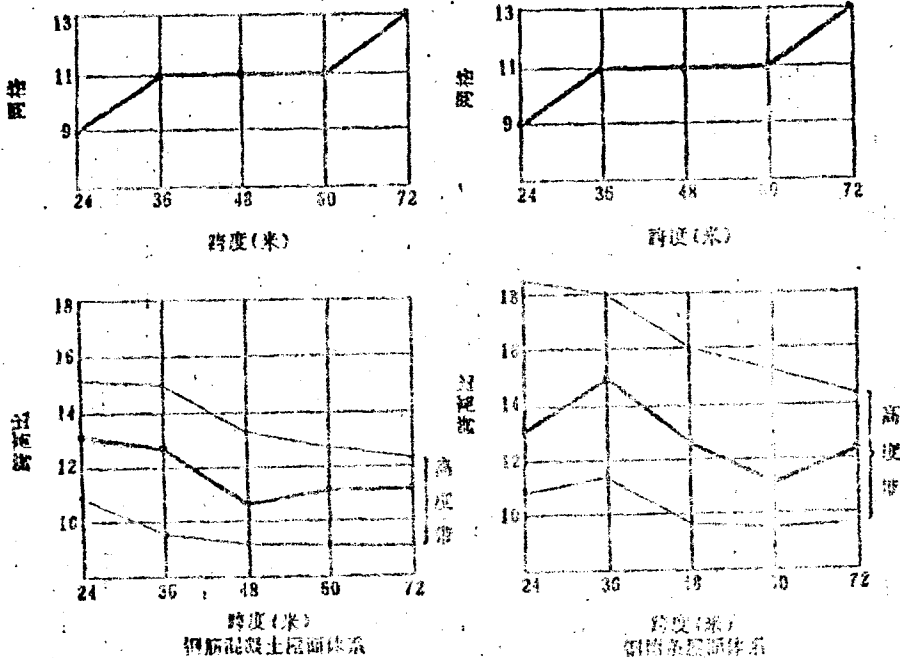


图 7 棋盘形四角锥网架跨度与最优网格数、跨高比的关系