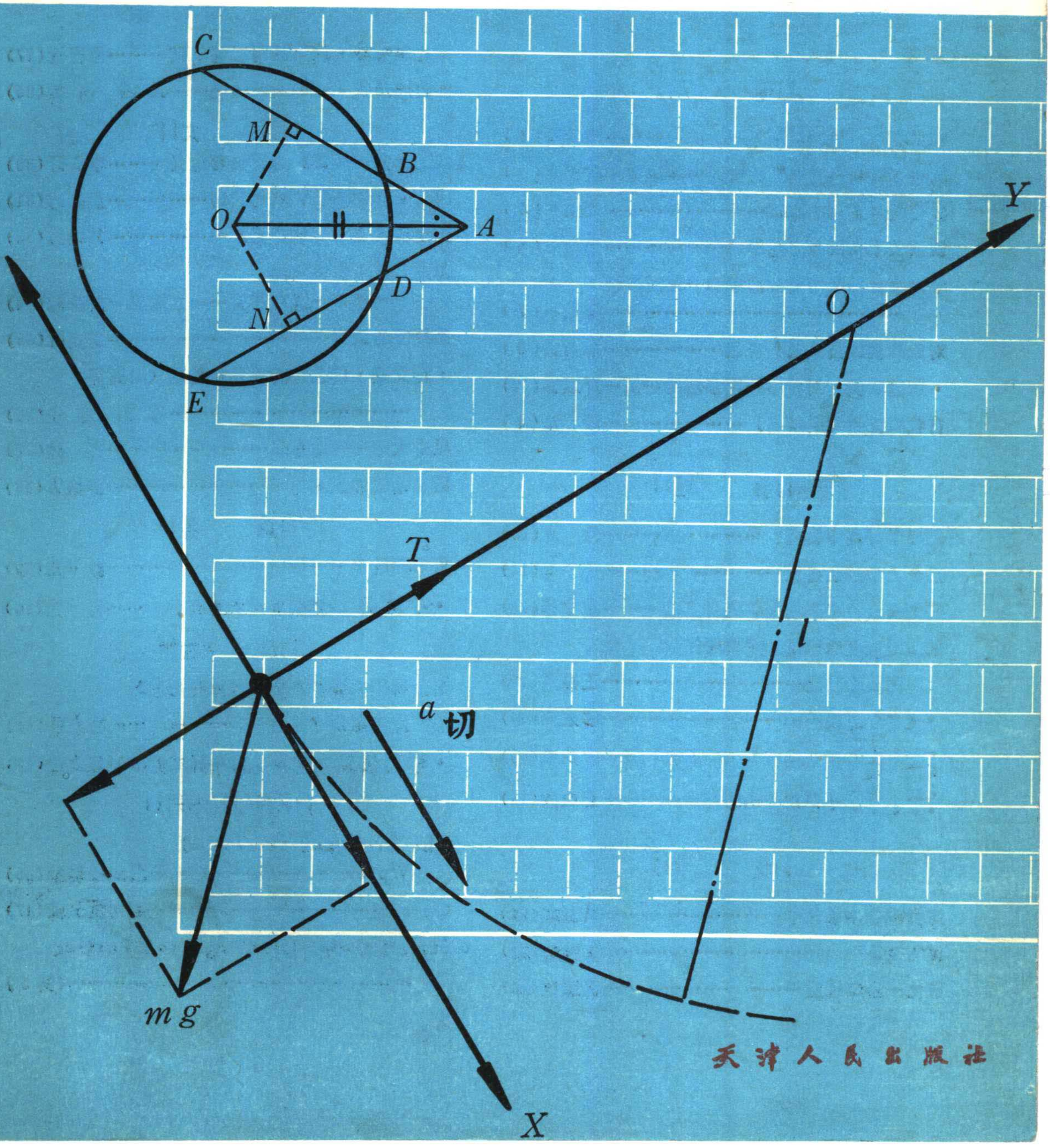
1

GAOZHONG KECHENGFUDAO

高中课程辅导



天津人民出版社

高中课程辅导

第一辑〔高一上学期〕

编辑出版 天津人民出版社

（天津市赤峰道124号）

1980年9月第一版

统一书号：7072·1180

印 刷 天津新华印刷二厂

发 行 天津市新华书店

1982年9月第三版第三次印刷

定价：0.26元

Study Column

Greetings and Parting
(问候和再见)

1. Good morning, Mr Zhang!
   张老师，您早！
2. Good afternoon, boys and girls!
   同学们，下午好！
3. Good evening, sir!
   老师，晚上好！
4. How do you do? 你好！
5. Hello, Wang! 小王，你好！
6. Hi! 你好！
7. How are you? 你身体好吗？
8. How's everything with you? 一切都好吗？
9. Lovely day, isn't it? 天气很好，不是吗？

1. Good-bye
   再见！
2. Bye-bye!
   再见！
3. See you later!
   一会儿再见！
4. See you tomorrow!
   明天见！
5. Good night, Liu!
   小刘，晚安！
6. So long!
   回头见！

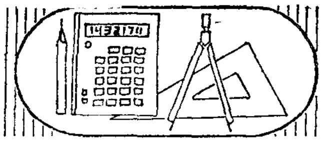
高中课程辅导

第 一 辑

【高一上学期】

目 录

数学



和高中生谈谈学数学

卞学诗

总结许多人的经验，在校生要学好数学，需要抓好四个环节，就是：听课、复习、做题和总结。下面分别谈一谈。

一、听课：这是掌握知识的前提 听课时要弄清楚每一个概念，每一个定理，每一个公式的意义、来源，掌握他们的证明、推导方法。通过学习例题，注意公式、定理的用途与用法。

高中生听课时应该记一点笔记。最好以听课为主，记笔记为辅。要把老师的体会、总结简要记下，特别是难点关键不要放过。书上已有的东西，可以划一划重点，不再记笔记。要培养自己记笔记时的选择能力。学数学主要是理解所学内容，记笔记不要有言必录，要简要。听课的同时，记下些笔记，不但可以加深印象，而且对课下复习也有好处。

有的同学有课前预习的习惯，听课时对预习中发现的疑问格外注意，这样听课效果更好。

二、复习：这是进一步系统掌握知识的关键 每一节课后，在做习题之前都要"过电影"，就是先合上书想一想这节课所讲的内容，把概念、定理、公式重复讲述，然后手脑并用，自己证明推导一次，最后再看书。如果在回忆过程中发现问题，看书时力求解决。如果还有困难，可以找老师同学讨论。总之，不要放过任何一个疑点。

复习时还要考虑这节课与前一节课的联系与区别，在比较中掌握它的特点，尽量使知识系统化。

特别需要强调的是要重视概念。因为概念是最根本的，其他都是概念的发展与延伸。只有把概念理解透了，才有可能使知识融会贯通。

三、做题：这是深入理解知识的途径 做题的过程，就是加深对知识理解的过程，就是培养分析问题与解决问题能力的过程，也是锻炼运算技能技巧的过程。

做题要注意循序渐进，先易后难。一定要重视简单题目。因为简单题目常常是为了巩固概念，或熟练某种运算安排的。通过演算一定数量的简单题目，定理、公式就会逐渐熟悉起来。

做题有"会、熟、活、巧"四个阶段。对简单题目达到熟的程度，自然就会出现活的思路与灵巧的解法，做综合题目就有了一定的基础。

做题时要有意识地联想概念、定理、定义和公式。任何一个概念都是在比较和鉴别中确立的。做题反复思考概念，会使理解深化。做题时要注意锻炼运算能力和技能、技巧。对一个题目要反复琢磨，尽量独立得到解答。因为在一段时间中，头脑中反复思考一个问题，终于得到解答，是对意志的很好磨炼。当然，必要时也可以与老师、同学共同研究。要注意一个题目的几种解法，注意摸索解题的规律。日积月累，通过一定的练习，解起题来就可以由"会、熟、"达到"活、巧"。

四、总结：这是巩固知识的重要步骤 每学习一段知识以后，要注意对这一段内容总结。弄清它与前后的联系，弄清这一内容在全局中所处的地位。这样可以知其然，又知其所以然。

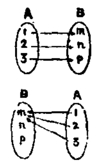
总结的方法也是多种多样的。把这一部分内容系统地加以整理是很必要的。对这一章节典型题目、典型方法进行比较分析，找一些综合题目来做，也是很好的。还要注意总结运算技巧和一些特殊解法，注意归纳解每一类习题的思路和途径。这样每一小段有一个小结，每一章有一个总结，坚持下去，养成习惯，知识就系统化了，也渐渐摸到规律了。最到再说明两点：

1．听课、复习、做题、总结是互相区别又互相联系的，重要的是把知识融会贯通，是培养能力。近一二年见到部分学生只注意做题，努力做难题，不注意其它环节，结果也许学到数学中的一招一式，而对提高数学修养很不利，这是要避免的。

2．读书不要贪多，最好选一较好的课本精学，吃透，把最基本的东西掌握到手，其它参考书可以根据自己的情况选学一些。看起来好象比别人学得少了，慢了，其实这种扎扎实实，稳扎稳打的作法反而会收效更大。

这是个人对中学生如何学好数学的一点看法。从四个现代化的要求来说，我们需要有更广阔的知识、多方面的能力，因此在学习中要强调各科的联系，在生活中要注意观察各种事物，发现问题，扩大视野，把所学知识与实际联系，养成独立思考的习惯。

浅谈"集合与对应"的学习



张鸿顺　张克东

在全日制十年制学校数学课本高中第一册中，添加了一节"集合与对应"的内容．这是因为集合与对应是现代数学中的重要概念；运用它们能更准确地、更透彻地表达初等数学中的一些概念（如函数、反函数概念等），同时也为中学生学习一些科技书籍创造一定的条件．

这里想谈谈课本对这部分知识是怎样要求的，以及学习这部分知识时应注意些什么，以便切实地掌握它们．

关于集合主要有两点，一是有关的概念，即"集合"、"子集"、"交集"、"并集"、"补集"，以及符号$\in$，$\subseteq$，$\subset$，$\cap$，$\cup$等等的涵义；一是集合的表示法，特别是描述法．

关于对应，就是要弄清单值对应、一一对应、逆对应等概念．

下面具体谈谈有关的注意事项．

1．集合　课本是把集合作为原始概念，只给它以描述性的解释，即"把具有某种属性的一些对象看做一个整体便形成一个集合"，对于这个解释，我们应当理解为：凡是具有某种属性的对象，就属于同一个集合，不会漏掉；反之，这个集合中的元素都具有这种属性，不会有混入的．所以，当我们说一个集合是给定的，那么我们就能区分哪些对象是属于这个集合的，而哪些对象不属于这个集合．如4属于偶数集，而5不属于偶数集．又如-3属于$x+3\geqslant 0$的解集，而不属于$\frac{1}{x+3}\geqslant 0$的解集．

2．集合的表示法　课本介绍了列举法与描述法．用描述法表示集合是课本对集合这部分知识的重点要求，在今后的学习（如三角、立体几何、解析几何）中将要遇到大量的用描述法表示的集合，为此，必须熟练掌握它．一定要既能根据所给元素的公共属性（或规律），把由这些元素组成的集合表示出来，又能对于一个用描述法表示的集合，清晰地知道它所包含的元素．如，所有使方程$x^2+y^2=1$成立的一对有顺序的数所组成的集合，或者说圆心在原点，半径为1的圆的圆周上所有点的集合，可用$B=\{(x,y):x^2+y^2=1\}$表示．

$B'=\{(x,y):x^2+y^2<1\}$则表示这个圆内所有点的集合．

因此，$(0,1)\in B$，而$(0,1)\notin B'$．

3．子集　明确这是表示集合与集合之间的包含关系，随之而来的就是相等关系．这些关系相当于两数之间的等与不等关系．这样也就易于理解符号"$\subset$"，"$=$"，"$\supset$"的涵义．用符号"$\subseteq$"（或$\supseteq$）时，说明两集合有可能相等，不排除相等．但用符号"$\supset$"时，说明一个集合包含于另一个集合之内，两集合不会相等．

例如$\{(x,y):x^2+y^2\leqslant r^2\}\subseteq\{(x,y):x^2+y^2\leqslant R^2\}$，说明以原点为圆心，分别以$r$及$R$为半径的两个圆，在$r$不大于$R$时的关系．当$r<R$时，第一个圆在第二个圆内；当$r=R$时，第一个圆与第二个圆重合．而{偶数}$\subset${整数}，说明偶数集必定包含在整数集之内，即整数集中除偶数之外还有其它元素．

在这里要特别注意区分符号$\in$与$\subset$，前者表示元素与集合的从属关系，而后者表示集合与集合之间的包含关系．如$a\in\{a\}$，而$a\not\subset\{a\}$．又如$\{1,2\}\subset\{1,2,3\}$，而$\{1,2\}\notin\{1,2,3\}$．

同样，不要把数0，集合$\{0\}$，空集ϕ相混淆．数0不是集合，$\{0\}$是含有一个元素0的集合，$0\in\{0\}$，而ϕ不含任何元素．

4．交集、并集　A与B的交集是由A，B两个集合中所有公共元素组成的集合．或者说由同时属于A，B两个集合的元素所组成的集合，用式子表示就是$a\in A$又$a\in B$则$a\in A\cap B$，或$a\notin A$且$a\notin B$则$a\notin A\cap B$．

例如，求$\begin{cases}x+3>0\\x-2<0\end{cases}$的解，就是求既满足$x+3>0$，又满足$x-2<0$的$x$值．所以这个不等式组的解集为

$\{x\ x-3>0\}$与$\{x:x-2<0\}$的交集，表示为

$$\{x:x-3>0\}\cap\{x:x-2<0\}.$$

A与B的并集是由A，B两个集合中所有元素

组成的集合，就是说A与B的并集中的元素，或属于A，或属于B，或同时属于A，B两个集合（即$A\cap B$），或者说A与B的并集的元素是至少属于A，B中的一个集合的元素.

例如，求$(x+3)(x-2)>0$的解集，就是求$\begin{cases}x+3>0\\x-2>0\end{cases}$或$\begin{cases}x+3<0\\x-2<0\end{cases}$的解集，

也就是求$\left\{x:\ \begin{cases}x+3>0\\x-2>0\end{cases}\right\}$和$\left\{x:\ \begin{cases}x+3<0\\x-2<0\end{cases}\right\}$的并集，表示为

$$\left\{x:\ \begin{cases}x+3>0\\x-2>0\end{cases}\right\}\cup\left\{x:\ \begin{cases}x+3<0\\x-2<0\end{cases}\right\}$$

在解方程组、不等式组时，经常要用到交集、并集的概念，要予以充分重视.

在几何中，如果a，b表示两条线，而大写字母A表示点，那么$a\cap b=A$，表示这两条线相交于A点。

$\{(x,y):x=0\}\cup\{(x,y):y=0\}$表示两坐标轴，而$\{(x,y):\ x=0\}\cap\{(x,y):y=0\}$只表示原点，即（0，0）.

直线a与直线b平行，可用$a\cap b=\phi$表示（a,b在同一平面内）.

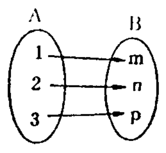
圆O'内含于圆O，可用$\odot O'\subset\odot O$且$\odot O'\cap\odot O=\phi$表示.

但是要注意，“A点在直线a上”不能用$A\cap a=A$表示，只能用$A\in a$表示，因为a是点的集合，而A是一个点（元素），它属于集合a.

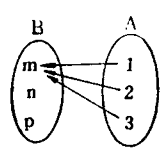
5．**全集、补集** 首先应明确全集是怎样的集合，然后才能谈全集的某一子集的补集.

例如，全集$\mathrm{I}=\{2,4,6,8,10\}$，那么子集$A=\{4,8\}$的补集$\overline{A}=\{2,6,10\}$．若全集$\mathrm{I}=\{-2,2,4,6,8\}$那么子集$A=\{4,8\}$的补集就不再是$\{2,6,10\}$，而是$\{-2,2,6\}$.

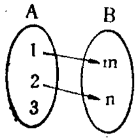
所谓一个集合的补集，就是补上它就构成全集。如在$\{4,8\}$中补上$\{2,6,10\}$，就得到全集$\{2,4,6,8,10\}$．因此补集是相互的，即$\overline{A}$是A的补集，反之A又是$\overline{A}$的补集.



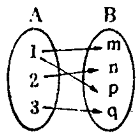
I



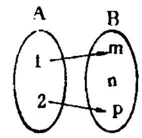
II



III



IV



V

还要注意全集与空集是互为补集的集合.

6．**单值对应** 它的定义是“设A与B是两个集合，如果按照某种对应关系，使A的**任何一个**元素，在B中都有**唯一**的一个元素和它对应，这样的对应关系叫做**从**集合A**到**集合B的单值对应.”为了更直观些，我们画以下几个对应图来进行分析，

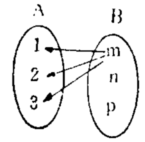
这里要特别注意以下几点：

(1) A中**任何一个**元素都要在B中有象，也就是要考虑A中**所有**的元素.如图Ⅲ就不是单值对应，因为A中的3没有象.

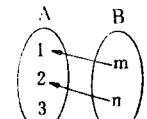
(2) 在B中有**唯一**的元素与它对应，也就是对于A中的元素来说在B中只许有一个象，不许多于一个，如图Ⅳ，A中元素1的象有m与p，所以不是单值对应.

(3) B中的元素可以不是A中元素的象，如图Ⅱ，B中的n与p；图Ⅴ中的n都不是A中元素的象，但这两个对应还是单值对应.

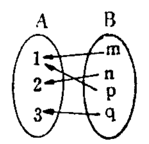
(4) 要明确**由哪个集合到哪个集合**的单值对应，如图Ⅱ是A到B的单值对应，如果改为图Ⅱ′，由B到A就不是单值对应了.



Ⅱ′



Ⅲ′



Ⅳ′

又如图Ⅲ，Ⅳ都不是A到B的单值对应，如果改为Ⅲ′，Ⅳ′，则都是由B到A的单值对应.

(5) 单值对应不外乎Ⅰ与Ⅱ两种情况，即单对单、多对单.Ⅴ也是单值对应，它也是单对单，与Ⅰ不同之处，就是B中有的元素没有原象（如n）.

7．**函数** 弄清了单值对应，就应把函数的概念提高到集合与对应的观点来认识.由自变量x的值组成的集合叫做定义域，就是A，由函数值所组成的集合叫做值域，也就是B. 函数关系就是由定义域A到值域B的单值对应关系.

对于一个给定的函数来说，它的定义域、值域和对应法则都已经给出了，否则就不能叫函数.但是，课本已明确指出：凡是用自变量x的表达式来反映x与y（函数）的对应关系时，它的定义域是指所有使这个表达式有意义的x值的集合.这样，就可以用对应法则表示函数关系，而不指明定义域与值域各是什么集合（实际上已经暗含地给出了）.这时就要求我们能够迅速地找出它的定义域A与值域B，并清楚地知道所给的对应法则是从A到B的对应。

如函数$y=\dfrac{1}{x-1}$，　它的定义域A是$\{x: x\neq 1\}$，值域是$\{y: y\in R, y\neq 0\}$；对应法则是：$x\to\dfrac{1}{x-1}$.

又如：函数$y=\sqrt{x-1}$，它的定义域A是$\{x: x\geqslant 1\}$；值域B是$\{y: y\geqslant 0, y\in R\}$；对应法则是$x\to\sqrt{x-1}$.

只有这样，我们才能判断由B到A的对应f'是不是单值对应，如果不是，就说明f'不是函数，因此B与A不能叫做f'的定义域与值域.弄清了这些，有助于进一步学习反函数.

8. **一一对应**　首先要肯定它是单值对应；其次这个对应必须是单对单（排除了图Ⅱ那种单值对应，即排除了多对单）；再次，必须B中的元素都要有原象（排除了图Ⅴ那种单值对应）.这样就剩下图Ⅰ那种单值对应，它叫做一一对应.为了进一步弄清一一对应的概念，可以选择一些函数，找出它们的定义域、值域，然后判断反映这个函数关系的单值对应是不是一一对应.

例如，函数$y=2x+5$，$y=2x^3-1$，$y=\sqrt[5]{x+1}$中的对应法则$x\to y$都是一一对应.而函数$y=5x^2-1$，$y=3x^{\frac{2}{3}}-1$中的对应法则$x\to y$就不是一一对应.

透彻理解了一一对应的概念，就不难理解逆对应了，而且只有一一对应才给出了逆对应的概念。由于A到B的一一对应保证了集合B的每一个元素b_i都是集合A中元素a_i的象，因此可以建立一个由B到A的单值对应，这个对应法则就是使$b_i\to a_i$.显然，这个单值对应也是一一对应.如图Ⅰ中所建立的B到A的对应法则就是$m\to 1$，$n\to 2$，$p\to 3$.这个对应法则就叫原对应法则的逆对应.

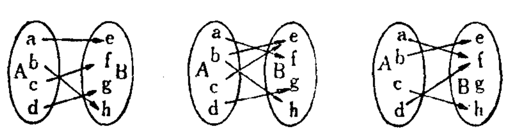
由逆对应建立的函数叫做原函数的反函数，可见原函数的对应法则如果不是一一对应，就没有逆对应，当然就没有反函数；如果原函数的对应法则是一一对应，那么它就有逆对应，而这个对应是由B到A的对应，即由原函数值域集合到定义域集合的对应，所以由这个逆对应建立起来的反函数，它的定义域B正是原函数的值域，它的值域A正是原函数的定义域.

弄清了这些，对于进一步学习指数函数、对数函数、三角函数与反三角函数是有益的.

自我检查题（60分钟）

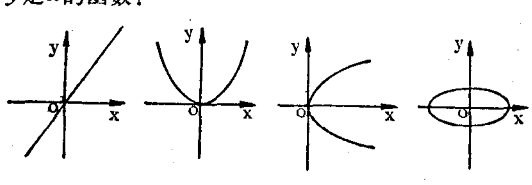
1. 设$I=R$　$A=\{x: x\leqslant 5\}$，
$B=\{x: x<3\}$.
求，$\bar{A}$，$\bar{B}$，$A\cup B$，$A\cap B$.

2. 下图的两个集合A，B中，表示A到B的元素对应关系，试说明哪个是单值对应？哪个是一一对应？



（1）　（2）　（3）

3. 下列图象表示x与y的关系时，哪个图象的y是x的函数？



（1）　（2）　（3）　（4）

4. 函数$f(x)=b+c\cdot a^x$中，若$f(0)=3$，$f(1)=7$，$f(2)=19$，求出函数$f(x)$的表达式.

5. 确定下列函数的定义域：

（1）$y=\dfrac{\lg(5-x)}{\sqrt{5^x-1}}$；

（2）$y=\lg\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}$.

6. 比较下列各组数的大小：

（1）$1.3^{\frac{2}{5}}$与$2.9^{\frac{2}{5}}$；

（2）$0.6^{-0.1}$与$0.6^{-0.5}$.

7. 确定下列各函数是偶函数还是奇函数.

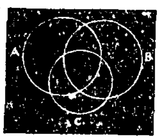
（1）$f(x)=\dfrac{|x|}{x^2+1}$；

（2）$f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$.

8. 解方程：$\lg(x^2-2x-3)=\lg(x+1)+1$.

9. 证明$f(x)=x^{-2}$在区间$(-\infty,0)$是增函数.

集合概念的一个应用



刘 玉 翘

〔**例题**〕 某校先后举行数、理、化三科竞赛，学生中至少参加一科的：数学807人，物理739人，化学437人，至少参加两科的：数学、物理593人，数学、化学371人，物理、化学267人，三科都参加的有213人，试计算参加竞赛的学生总数．

粗看一下，这个问题似乎有点纠缠重叠，没有头绪，用设未知数的办法，比较复杂，不好解决．但是我们不妨用图解法来考察一下：

如图，用三个圆分别代表数学、物理、化学各科竞赛的参加人数，那么

只参加数学、物理竞赛的人数是

$593-213=380$,

只参加数学、化学竞赛的人数是

$371-213=158$,

只参加物理、化学竞赛的人数是

$267-213=54$,

只参加数学竞赛的人数是

$807-213-380-158=56$,

只参加物理竞赛的人数是

$739-213-54-380=92$,

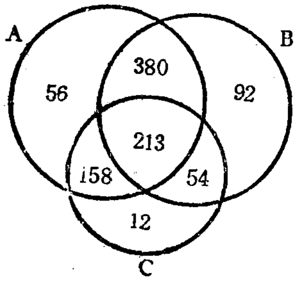
只参加化学竞赛的人数是

$437-213-158-54=12$,

所以，参加竞赛的学生总数是

$213+380+158+54+56+92+12=965$.

这种图解法，只用到加减运算，而且一目了然．此法很容易解出象上例这样一类的问题．但是上例给出的是参加三科竞赛的情况，如果是四科或更多科，虽然仍可用图解法来解，但由于重叠交叉的多，用图形直观表示容易乱，甚至看不清楚了，有没有更好的办法呢？



下面我们将用集合论的知识对上面的图解法进行总结，推广到更一般的情况：

我们把参加数学竞赛的所有的同学，看作是一个集合，记为A，每个参加数学竞赛的同学就是集合A的一个元素。同理，集合B，C分别表示参加物理、化学竞赛的所有的同学，A与B的公共部分（即既参加数学竞赛又参加物理竞赛的所有同学）叫集合A与B的交，记为$A\cap B$，同时参加三科竞赛的所有同学就是A，B，C的交，记为$A\cap B\cap C$参加竞赛的所有的同学组成的集合为$A\cup B\cup C$．

在集合论中，用符号$n(X)$表示集合X所包含的元素的个数，那么$n(A)$表示参加数学竞赛的人数，由题设有$n(A)=807$。同理$n(B)=739$，$n(C)=437$，$n(A\cap B)=593$，$n(A\cap C)=371$，$n(B\cap C)=267$，$n(A\cap B\cap C)=213$．所要求的参加竞赛的学生总数为$n(A\cup B\cup C)$，由公式

$$n(A\cup B\cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(A\cap B)-n(A\cap C)-n(B\cap C)+n(A\cap B\cap C) \quad ①$$

可得
$$n(A\cup B\cup C)=807+739+437-593-371-267+213=965.$$

利用公式①可以求$n(A\cup B\cup C)$，也可以求$n(A\cap B\cap C)$或其他任何项．

例如，有如下一段统计："在一千个同学中，喜好球类运动的816人，喜好游泳的723人，喜好滑冰的645人，既喜好球类运动又喜好游泳的562人，既喜好球类运动又喜好滑冰的463人，既喜好游泳又喜好滑冰的470人，至于三种运动都喜好的才有310人。"有人指出这个统计有错误。他是怎样看出错误的呢？原来他就是利用公式①计算的．

$$n(A\cup B\cup C)=816+723+645-562-463-470+310=999$$

算出来的总数不是一千人，因此这个统计中所列举的数字是有错误的．

利用这种方法，常可检查出一些统计报表中的错误来．

公式①是三个集合的情况，对于多个集合（如K个），我们有如下的公式：

$$n(A_1\cup A_2\cup\cdots\cup A_K)=n(A_1)+\cdots+n(A_K)-n(A_1\cap A_2)-\cdots-n(A_{K-1}\cap A_K)+\cdots+(-1)^{K-1}n(A_1\cap A_2\cap\cdots\cap A_K). \quad ②$$

利用公式②，我们可以求任何集合的与上面二例类似的问题．

谈谈关于函数概念的学习

余元希

函数是数学里的一个重要概念．同学们在初中已经学过函数的初步知识，进入高一就要用一个学期的时间，更系统地学习初等函数的一些重要知识，这些知识不仅在中学学习解析式的恒等变形、方程、不等式、微积分初步以及解决实际问题时有着广泛的应用．而且为今后进一步学习高等数学也打下重要基础．所以，大家一定要深入领会函数及其有关的数学概念，特别是下面几个概念．

1．对应的概念 象"集合"一样，"对应"也是数学中的一个重要的不定义概念．对于两个集合A和B来说，除去要研究它们的交、并、补这些运算之外，对应关系也是两个集合的元素之间的一个十分重要的关系，对于对应的概念领会深入了，才能学好函数的概念．

对应包括有"一对一的对应"、"多对一的对应"、"一对多的对应"、"多对多的对应"，其中"一对一的对应"和"多对一的对应"统称为单值对应．从集合A到集合B的单值对应，通常也用符号

$$f: A\to B$$

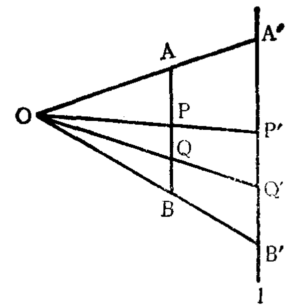
来表示。这里f就表示定义中所指的某种对应关系．

大家还要注意，在$f: A\to B$中，集合A和B可能是相同的集合，也可能是不同的集合。例如当A为实数集R时，按对应关系

（1）$x\to 2x+1$是R到R的单值对应；

（2）$x\to x^2$是R到非负实数集的单值对应．

2．映射的概念 单值对应也叫映射，映射是现代数学中的一个重要概念，它是从函数概念的基础上发展起来的更广泛的概念．在高等数学中也把映射叫做函数，它与单值对应、变换等概念有着同样的涵义．大家要注意理解"映射"、"象"与"原象"的概念．例如，从线段AB外一点O出发，并过AB上任意一点P作射线交直线l于P'，这样就可以把AB上任意一点与直线l上的线段$A'B'$上的唯一的点对应起来．这是一个单值对应，也是映射．线段$A'B'$上的点P'是它所对应的线段AB上的点P的象，而P则是P'的原象．"映射"、"象"、"原



象"在日常生活中是存在的，如照像、放映电影等都可说明．

3．函数的概念 函数的概念从十七世纪引入数学以后，曾经历了多次发展，它的定义逐步趋于严密化、一般化．大家在学习了课本上的函数概念之后，为了加深函数概念的理解，下面再给大家介绍一种用集合到集合的映射的观点定义的函数概念，并和大家一起深入分析这个函数概念．

什么是函数呢？如果两个集合X，Y的元素间的关系，使得第一个集合X的每一个元素至多和第二个集合Y的一个元素对应，那么这种关系叫做函数。

怎样理解这个概念呢？

（1）函数就是一种关系，它使定义域的每一元素和值域的唯一的一个元素对应；

（2）如果一种关系是函数，那么关系的定义域叫做函数的定义域，而关系的值域叫做函数的值域。定义域和值域并不限定为数集；

（3）定义域是X，值域是Y的函数，也叫做集合X到集合Y上的映射；

（4）如果x是函数f定义域中任意一个元素，y是函数值域中和它对应的元素，那么就记作$f(x)=y$，或者$x\xrightarrow{f}y$；

（5）函数不一定都要（都能）用式子表示，也可以用列数对（列表）或者用图象的方法给出．

在学习函数概念时，还要弄清f，$f(x)$和$y=f(x)$之间的区别．符号f表示的是函数，是一种对应的规律；$f(x)$表示的是函数f在x的值，是一个数或一个元素；而$y=f(x)$表示y是x的函数，也可以表示借以确定f的方程．

在学习全日制十年制学校高中数学课本第一册的1.3节"单值对应、函数"（第12页）时，都会遇到这些概念，一定要加深理解，并且弄清它们之间的这些联系和区别．

学习指数函数与对数函数的一些问题

张国栋

指数函数与对数函数这部分知识不仅在解决实际问题中有广泛的应用，而且在理论上也是十分重要的，在今后的学习中还会经常遇到它们．同学们在初学这些知识时，并不觉得十分困难，但是往往不能灵活运用．出现这种情况的原因是多方面的，其中原因之一是对指数函数和对数函数的理解还停留在表面上．在学习方法上也存在一些问题．现在让我们一起讨论几个问题，以期更好地掌握它们．

一、在理解的基础上掌握基本知识

我们称$y=a^x$为指数函数．对于x取任何实数时a^x都有意义，且使有理指数幂的性质和运算法则仍都适用。我们规定a为大于零的常量，且$a\neq1$．由此可知，函数$y=a^x$的定义域是全体实数的集合，值域是全体正实数的集合．

我们通过列表描点的方法，画出$y=2^x$，$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$及$y=10^x$的图象（图1）．仔细观察这三个

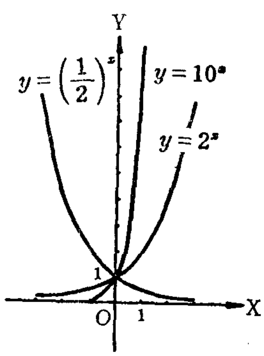


图1

指数函数的图象，它们反映了a取不同数值时指数函数的性质．直接从图象上分析可归纳出指数函数的四条性质；（1）x取任何实数值时，指数函数$y=a^x$的值总是正的；（2）不论底数a为任何正数，当$x=0$时，指数函数$y=a^x$的值都是1；（3）当底数$a>1$时，对于任意的$x>0$，都有$a^x>1$，对于任意的$x<0$，都有$a^x<1$，当底数$a<1$时，对于任意的$x>0$，都有$a^x<1$，对于任意的$x<0$，都有$a^x>1$；（4）底数$a>1$时，$y=a^x$是增函数，底数$a<1$时，$y=a^x$是减函数．认真研究图象的特征，目的并不仅仅为了记住这四条性质．甚至可以说不必死记这些性质，什么时候需要，只要一两笔勾出一个草图来，性质就清楚地摆在面前．

【例1】比较下列两个值的大小：

（1）$2^{3.2}$，$2^{3.3}$

（2）$(0.5)^{-5}$，

$(0.5)^{-6}$；

直接利用图象就可以回答．

(3) $(3.8)^{-7}$，$(3.8)^{-8}$过去没有画过$y=(3.8)^x$的图象怎么办？由于$3.8>1$，它与$y=a^x(a>1)$的任一个图形的增减性质是一致的，因此可以“借用”任意一条$a>1$的指数函数的图形便能正确地答出$3.8^{-7}>3.8^{-8}$．

（4）　$10^{-\frac{1}{2}}$，$2^{-\frac{1}{2}}$，$(10^{-\frac{1}{2}}<2^{-\frac{1}{2}})$

注意　这两个函数值是$x=-\frac{1}{2}$时，通过两条曲线反映出来的．

（5）　$2^{0.78}$，　0.3^5

因为$2^{0.78}>1>0.3^5$，故有$2^{0.78}>0.3^5$．我们不妨可以认为$y=1$是$y=1^x$的图象（注意：作为一般指数函数$y=a^x$我们不考虑$a=1$的情形）$y=1$是$y=a^x$的图象由（$0<a<1$）递减转化到（$a>1$）递增的一个关节．

关于对数函数，首先要弄懂它的定义，还应当注意指数函数与对数函数互为反函数，注意它们的区别和联系．$y=a^x$与$x=\log_a y$它们互为反函数．它们的图象是完全相同的，习惯上对数函数自变量也用x表示，函数用y表示，即对数函数表示为$y=\log_a x$，它们的图象是关于$y=x$对称的，这在课本中已经讲过了．

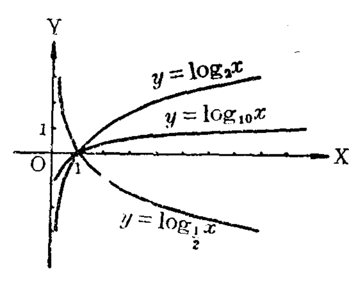


图2

对数函数的四个性质即：（1）对数函数 $y=\log_a x$ 的定义域是（0，$+\infty$）．（2）1的对数是0．（3）对于底数 $a>1$，当 $x>1$ 时，$\log_a x>0$；当 $x<1$ 时，$\log_a x<0$．对于底数 $a<1$，当 $x>1$ 时，$\log_a x<0$；当 $x<1$ 时，$\log_a x>0$．（4）底数 $a>1$ 时，$y=\log_a x$ 是增函数；底数 $a<1$ 时，$y=\log_a x$ 是减函数．可以类似地由它的图象得到，也可以类似地研究下面的问题．

【例2】 比较下列各组值的大小：

（1）$\log_7 5$，$\log_7 \frac{11}{2}$；（$\log_7 5<\log_7 \frac{11}{2}$）

（2）$\log_{0.5} 7$，$\log_{0.5} 8$；

（$\log_{0.5} 7>\log_{0.5} 8$）

（3）$\log_5 7$，$\log_7 5$；

（$\log_5 7>1>\log_7 5$）

（4）$\log_a(a+2)$，$\log_a(a+3)$．

当 $0<a<1$ 时 $\log_a(a+2)>\log_a(a+3)$

当 $a>1$ 时，$\log_a(a+2)<\log_a(a+3)$

正确处理、理解、消化和记忆它们的关系不仅可以减轻记忆负担，而且为灵活运用它们作好了准备．

二、总结规律，提高能力

通过解题不仅是为了巩固所学的知识，还应注意反回来加深对所学基本知识的理解．更重要的是通过归纳类比总结规律，培养分析问题解决问题的能力．因此，作过一些题后小结一下心得体会是十分重要的一个步骤．

【例3】 已知 $y_1=\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2}$，$y_2=\left(\frac{1}{5}\right)^{2-x}$，问 x 取什么值时 $y_1=y_2$？$y_1<y_2$？$y_1>y_2$？

解 如果 $y_1=y_2$

那么 $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2}=\left(\frac{1}{5}\right)^{2-x}$，

即 $x^2=2-x$，$x^2+x-2=0$，$x_1=-2$，$x_2=+1$；

如果 $y_1<y_2$，$\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2}<\left(\frac{1}{5}\right)^{2-x}$

$\because$ $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$ 是递减的，

$\therefore$ $x^2>2-x$，$x^2+x-2>0$，

$\therefore$ $x<-2$ 或 $x>1$；

如果 $y_1>y_2$，即 $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2}>\left(\frac{1}{5}\right)^{2-x}$

同理可得 $x^2<2-x$，$x^2+x-2<0$，

$\therefore -2<x<1$．

【例4】 已知 $f(x)=\log_2 x^2$，

$g(x)=\log_2(3x+4)$，求

（1）$y=f(x)-g(x)$ 的定义域；

（2）解方程 $f(x)=g(x)$；

（3）解不等式 $f(x)<g(x)$；

（4）$f(x)\geqslant g(x)$．

解 （1）$y=f(x)-g(x)$ 即 $y=\log_2 \frac{x^2}{3x+4}$

$\because x^2>0$，$3x+4>0$，

$\therefore x>-\frac{4}{3}$ 且 $x\neq 0$．

（2）$f(x)=g(x)$，

即 $\log_2 x^2=\log_2(3x+4)$，

$x^2=3x+4$，$x^2-3x-4=0$，

$\therefore$ $x=-1$，$x=4$，经检验适合．

（3）$f(x)<g(x)$，

即 $\log_2 x^2<\log_2(3x+4)$，

$\because y=\log_2 x$ 是递增的，

$\therefore$ $x^2<3x+4$，

$x^2-3x-4<0$，$-1<x<0$ 或 $0<x<4$，

（4）$f(x)\geqslant g(x)$，

即 $\log_2 x^2\geqslant\log_2(3x+4)$，

$x^2-3x-4\geqslant 0$，$x\leqslant -1$ 或 $x\geqslant 4$

$\therefore \begin{cases} x\leqslant -1, \\ x^2>0, \\ 3x+4>0. \end{cases}$ 无解

$\therefore x\geqslant 4$．

我们看到这两个题目，要求回答几个小问题，如果我们去掉例3中的 x 取什么值时 $y_1=y_2$ 和例4中解方程 $f(x)=g(x)$ 的要求，解题是否更容易呢？并非如此．因为，为了解“不等式”的问题，总要先解决“等式”问题，其实这个小问题起了提示作用．

【例5】 解不等式 $\log_2(-x)<\log_2(x+3)$．

解一 $\log_2(-x)-\log_2(x+3)<0$，

$\log_2 \frac{-x}{x+3}<0$ 由 $y=\log_2 x$ 草图可知

$0<\frac{-x}{x+3}<1$，

由 $\frac{-x}{x+3}>0$，即 $\frac{x}{x+3}<0$，

得 $-3<x<0$；

由 $\frac{-x}{x+3}<1$，即 $\frac{-x}{x+3}-1<0$，

$\frac{-2x-3}{x+3}<0$，$\frac{2x+3}{x+3}>0$，

得 $x<-3$ 或 $x>-\frac{3}{2}$．

即 $\begin{cases} -3<x<0, \\ x<-3 \end{cases}$；或 $\begin{cases} -3<x<0, \\ -\frac{3}{2}<x. \end{cases}$

$\therefore -\frac{3}{2}<x<0$ （下转28页）

$\log_b N=\frac{\log_a N}{\log_a b}$ 对数的换底公式及应用

唐与询

根据对数的定义，$\log_a N=b(a>0，a\neq1，N>0)$，对于同一个真数$N$，由于底数取不同的值，它的对数也就不同，例如，$\log_9 81=2$，$\log_{\frac{1}{3}}81=-4$，$\log_{\sqrt[3]{9}}81=6$，等等.虽然从理论上讲，底数可以取不等于1的一切正数，但是在实际应用与计算上，有的运用方便，计算简单，而有的却很烦琐.因为实数通常是采用十进制的，所以它给以10为底的对数进行计算就带来了很大的便利，这就是常用对数的优点.以任意正数为底的对数都可通过换底公式转化为以10为底的对数来进行运算.

诚然，常用对数简化了运算，但是对一些复杂的实际问题，如在工程技术和自然科学中，经常会碰到以e（$e=2.718\cdots$）为底的指数函数，而在分析研究它们的形态变化规律时，又离不开以e为底的对数，即自然对数．也还有不少事物的变化规律是直接以自然对数函数形式给出的.

虽然自然对数也有专门的数表可查，但其结构和查法均较复杂，远不如常用对数表那样普遍，而又易于计算.这样在理论上和实际上经常遇到的就是以10和以e为底数的两种对数．而这两种不同底数的对数又可互相转化，它所依据的就是对数的换底公式.

一般地，对数换底公式是：

$$\log_b N=\frac{\log_a N}{\log_a b}. \qquad ①$$

在①式中，令$a=10$，则得

$$\log_b N=\frac{\lg N}{\lg b}.$$

令$b=e$，$a=10$，则得

$$\log_e N=\frac{\lg N}{\lg e}.$$

以e为底的对数$\log_e N$通常表示为$\ln N$，

即 $\ln N=\frac{\lg N}{\lg e}$，或

$$\lg N=\lg e\cdot\ln N.$$

由常用对数表查得$\lg e=0.4343$，

$$\therefore\quad \frac{1}{\lg e}=2.303,$$

于是 $\ln N=2.303\lg N$，

$\lg N=0.4343\ln N$.

这样，常用对数和自然对数就可借助转换模数（$\lg e=0.4343$称为常用对数对于自然对数的模数，$\ln 10=2.303$称为自然对数对于常用对数的模数）而互相转化，大大地便于计算.

对数换底公式除以上的应用之外，在一些对数的证明题计算题中也经常用到.

【例1】 计算：

$$(\log_4 3+\log_8 3)(\log_3 2+\log_9 2)-\log_2\sqrt[4]{32}.$$

解 把原式化为，

$$\left(\frac{\lg3}{\lg4}+\frac{\lg3}{\lg8}\right)\left(\frac{\lg2}{\lg3}+\frac{\lg2}{\lg9}\right)-\log_2 2^{\frac{5}{4}}$$

$$=\left(\frac{\lg3}{2\lg2}+\frac{\lg3}{3\lg2}\right)\left(\frac{\lg2}{\lg3}+\frac{\lg2}{2\lg3}\right)-\frac{5}{4}$$

$$=0.$$

【例2】 若a,b,c,p,q,r均为不等于1的正数，且$\log_a p+\log_b q+\log_c r=3$，

$\log_p a+\log_q b+\log_r c=0$，求

$(\log_a p)^2+(\log_b q)^2+(\log_c r)^2$的值.

解 $(\log_a p)^2+(\log_b q)^2+(\log_c r)^2$

$$=(\log_a p+\log_b q+\log_c r)^2-2(\log_a p\cdot\log_b q+\log_a p\cdot\log_c r+\log_b q\cdot\log_c r)$$

$$=9-2\left(\frac{1}{\log_p a\cdot\log_q b}+\frac{1}{\log_p a\cdot\log_r c}+\frac{1}{\log_q b\cdot\log_r c}\right)$$

$$=9-2\,\frac{\log_p a+\log_q b+\log_r c}{\log_p a\cdot\log_q b\cdot\log_r c}=9.$$

注： $\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$

【例3】 已知：$\log_{12}27=a$，求证

$$\log_6 16=\frac{4(3-a)}{3+a}.$$

证 $\because\quad a=\frac{\lg27}{\lg12}=\frac{3\lg3}{2\lg2+\lg3}$，

解题研究

对数中一题多解的一例

严以诚

一题多解，对提高分析问题和解决问题的能力是大有好处的。它能起到开阔思路巩固知识的作用. 下面就以新编高中《数学》第一册中第一章第三节第4题（1)为例，来说明它.

【例】 不查表计算：

$(\lg 5)^2+\lg 2\cdot\lg 50$.

分析：题中各数的对数，都是以10为底的. 而 $10=2\times 5$，$50=2\times 5^2$，因此，在计算时，可以把题中各数的对数，化成同一数的对数. 这样就想到把题中各数的对数用lg2来表示，或用lg5来表示，试着去解它；另方面，因为 $\lg 2+\lg 5=\lg 10=1$，所以本题也可以考虑到把lg50化为 $1+\lg 5$ 而lg2不变；或把lg50化为 $\lg 2+2\lg 5$ 试着去解它. 为简便计算，我们用 $\lg^2 5$ 来代替 $(\lg 5)^2$. 下面把这题的不同解法，分别写出.

解一 把题中lg5，lg50都用lg2来表示

$$\text{原式}=(1-\lg 2)^2+\lg 2\cdot\lg\frac{100}{2}$$
$$=1-2\lg 2+\lg^2 2+\lg 2(2-\lg 2)=1;$$

解二 把题中lg2，lg50都用lg5来表示

$$\text{原式}=\lg^2 5+(1-\lg 5)(1+\lg 5)$$
$$=\lg^2 5+1-\lg^2 5$$
$$=1;$$

解三 把题中lg50化为 $1+\lg 5$

$$\text{原式}=\lg^2 5+\lg 2(1+\lg 5)$$
$$=\lg^2 5+\lg 2+\lg 2\lg 5$$
$$=\lg 5(\lg 5+\lg 2)+\lg 2$$
$$=\lg 5+\lg 2$$
$$=\lg 10$$
$$=1;$$

解四 把lg50化为 $\lg 2+2\lg 5$

$$\text{原式}=\lg^2 5+\lg 2(\lg 2+2\lg 5)$$
$$=\lg^2 2+2\lg 2\lg 5+\lg^2 5$$
$$=(\lg 2+\lg 5)^2$$
$$=(\lg 10)^2$$
$$=1.$$

从这几个解法中，可以看出不同的思路导出不同的解法，从而锻炼了思维，巩固了基础知识.

$$\therefore\quad \frac{4(3-a)}{3+a}=\frac{4\left(3-\dfrac{3\lg 3}{2\lg 2+\lg 3}\right)}{3+\dfrac{3\lg 3}{2\lg 2+\lg 3}}$$

$$=\frac{4\lg 2}{\lg 2+\lg 3}=\frac{\lg 16}{\lg 6}=\log_6 16,$$

$$\therefore\quad \log_6 16=\frac{4(3-a)}{3+a}.$$

【例4】 不查表，证明

$$\frac{1}{\log_5 19}+\frac{2}{\log_3 19}+\frac{3}{\log_2 19}<2.$$

证 左边 $=\log_{19}5+2\log_{19}3+3\log_{19}2$

$$=\log_{19}(5\times 3^2\times 2^3)$$
$$\log_{19}360<\log_{19}361=2,$$

$$\therefore\quad \frac{1}{\log_5 19}+\frac{2}{\log_3 19}+\frac{3}{\log_2 19}<2.$$

【例5】 圆锥的高为h，底面半径为R，且h和R满足 $\log_{(3-2\sqrt{2})}h+\log_{(\sqrt{2}-1)}R=3$，求它的体积.

解

$$\because\quad \log_{(3-2\sqrt{2})}h+\log_{(\sqrt{2}-1)}R=3,$$
$$\therefore\quad \log_{(\sqrt{2}-1)^2}h+\log_{(\sqrt{2}-1)}R=3,$$
$$\frac{1}{2}\log_{(\sqrt{2}-1)}h+\log_{(\sqrt{2}-1)}R=3,$$
$$\log_{(\sqrt{2}-1)}(h\cdot R^2)=6$$
$$hR^2=(\sqrt{2}-1)^6=[(\sqrt{2}-1)^2]^3$$
$$=99-70\sqrt{2}.$$

故圆锥体积 $=\dfrac{1}{3}\pi R^2 h$

$$=\frac{1}{3}\pi(99-70\sqrt{2}).$$

注：$\log_{a^m}b=\dfrac{1}{m}\log_a b$，

$\log_{a^m}b^m=\log_a b$.

自我检查题解答

1. **解：** $\overline{A}=\{x:x>5\}$，$\overline{B}=\{x:x\geqslant 3\}$；
$A\cup B=\{x:x\leqslant 5\}$；$A\cap B=\{x:x<3\}$.

2. **答：** 图（1），图（3）是单值对应；图（1）是一一对应.

3. **答：** 图象（1），（2）表示的y是x的函数；图象（3），（4）表示的y与x的关系不是函数关系.

4. **解：** 根据题意得

$$\begin{cases} b+c=3, \\ b+ca=7, \\ b+ca^2=19, \end{cases}$$

解之得 $$\begin{cases} a=3, \\ b=1, \\ c=2. \end{cases}$$

由此得到函数表达式为：

$$f(x)=1+2\cdot 3^x.$$

5. （1）依题意得

$$\begin{cases} 5-x>0, \\ 5^x-1>0. \end{cases}$$

解不等式组 $\begin{cases} 5>x, \\ 5^x>5^0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5>x, \\ x>0, \end{cases}$

$$\Rightarrow 0<x<5.$$

由此得到函数 $y=\dfrac{\lg(5-x)}{\sqrt{5^x-1}}$ 的定义域是

$\{x:0<x<5\}$；

（2）依题意得

$$\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}>0,$$

解此不等式得

$x<1$，$2<x<3$，$x>4$.

由此得到函数 $y=\lg\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}$

的定义域是

$(-\infty,\ 1)$，$(2,\ 3)$，$(4,\ +\infty)$.

6. **解** （1）幂函数$y=x^n$，当$n=\frac{2}{5}>0$时，在第一象限内，函数是增函数.

$\because$ $1.3<2.9$，

$\therefore$ $1.3^{\frac{2}{5}}<2.9^{\frac{2}{5}}$.

（2）指数函数$y=a^x(a>0)$，当$a=0.6<1$时，函数是减函数.

$\because$ $-0.1>-0.2$，

$\therefore$ $0.6^{-0.1}<0.6^{-0.2}$.

7. **答** （1）$\because f(-x)=\dfrac{|-x|}{(-x)^2+1}=\dfrac{|x|}{x^2+1}$
$=f(x)$，

即 $f(-x)=f(x)$.

$\therefore$ $f(x)$是偶函数.

（2）$\because f(-x)=\dfrac{e^{-x}-e^{-(-x)}}{2}=\dfrac{e^{-x}-e^{x}}{2}$

$$=-\frac{e^{x}-e^{-x}}{2},$$

即 $f(-x)=-f(x)$，

$\therefore$ $f(x)$是奇函数.

8. **解** $\lg(x^2-2x-3)=\lg(x+1)+1$，

$\lg(x^2-2x-3)-\lg(x+1)=1$，

$\lg\dfrac{x^2-2x-3}{x+1}=\lg 10$，

$\dfrac{x^2-2x-3}{x+1}=10$，

解此方程得$x_1=13$，　$x_2=-1$.

经检验　$x_2=-1$不是原方程的解，所以原方程的解为$x_1=13$.

9. **证明** 设x_1，x_2是区间$(-\infty,\ 0)$上任意二实数，且$x_1<x_2$.

那么，$f(x_1)=x_1^{-2}=\dfrac{1}{x_1^2}$，

$$f(x_2)=x_2^{-2}=\frac{1}{x_2^2}.$$

$$f(x_2)-f(x_1)=\frac{1}{x_2^2}-\frac{1}{x_1^2}$$

$$=\frac{1}{x_1^2\cdot x_2^2}(x_1^2-x_2^2)=\frac{x_1+x_2}{x_1^2\cdot x_2^2}(x_1-x_2).$$

$\because$ $x_1\in(-\infty,\ 0)$，$x_2\in(-\infty,0)$，

$\therefore$ $\dfrac{x_1+x_2}{x_1^2\cdot x_2^2}<0$.

又 $x_1<x_2$，

$\therefore$ $x_1-x_2<0$.

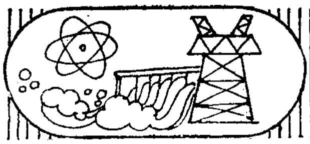
由此得 $f(x_2)-f(x_1)>0$，

即 $f(x_1)<f(x_2)$.

也就是说，函数$f(x)=x^{-2}$在区间$(-\infty,0)$上是增函数.

（沙　薮）

物理



怎样学好高中物理？

徐　惠

同学们已经学完初中物理，初步学会了物理学的一些基本概念和规律，也能运用这些知识初步解决一些有关问题。目前要继续学习高中物理。高中物理的内容比初中物理更加丰富，在深度和广度方面都有较大的增加，尤其是对各种能力的培养方面要求更高，那么，怎样才能把它学好呢？

一、坚持做好课前预习是学好物理的前提

常言道："不打无准备之仗"，要上好物理课也是如此。在课前做好预习之后，对下次物理课所要讲授的内容就"心中有数"，就能知道下次讲授的主要内容是什么，哪些自己能看懂，哪些自己看不太懂和根本不懂。如果用铅笔在课本上的这些地方做一个符号，就可以做为在上课时要集中注意力听的标记了。尤其是在上物理实验课之前，只有做好充分的预习，才能对所做实验的目的、要求、原理、仪器性能、操作规程以及实验步骤等有所了解。这样才能在实验过程中逐步培养自己独立进行实验的能力，达到良好的实验效果。

二、听好课堂讲授是学好物理的关键

在课前做好预习的基础上再听课是主动的。对已懂的知识主要是进一步巩固并加深理解；不懂的难点则是听课的重点。由于有了思想准备就可以集中精力去听。在听课的过程中，要注意培养记笔记的能力。听与记的关系要处理好。要以听为主，记为辅。一定要防止只忙于记而影响听的现象。笔记主要是那些重点、难点和课本以外的补充内容。

在听老师讲授基础知识（主要是物理概念和物理规律）时，一定要注意观察好课堂上演示的物理现象和所举出的那些实例。因为这些大量的感性材料是分析事物本质的源泉。在对大量感性材料进行分析的过程中，要注意抽象出物理概念或规律的科学方法。切忌只注意结论不求方法的错误偏向。此外还应有意识的训练自己运用文字、公式或图象等形式，去客观地描述那些物理概念和物理规律的能力。由于物理概念和规律都具有相对性，必须切实注意建立这些概念和规律的条件和适用范围。总之，对我们学习的知识，一定要搞清它的来龙去脉。按上述要求听课，不仅能很好地帮助理解和掌握所学知识，更重要的是可以逐步提高自己的分析、归纳和抽象等思维能力，学会研究问题的科学方法。

三、课后及时做好复习和习题是巩固并加深理解知识的唯一途径

课后，应及时复习课上所讲授的内容，并及时整理好所记笔记，使所学的新知识条理化。然后，在此基础上再做习题，切忌听完课马上做作业的单纯完成任务的偏向。古语说"温故而知新"，是很有道理的。通过做习题，一方面对所学的知识可以加深理解，另一方面可以发现对所学知识还有哪些地方理解不深，以便进一步求教于老师或同学加以解决。

在解习题时，要注意培养自己的审题能力。首先要逐字逐句弄清题意，最好是在读题的过程中用文字、符号、简图等逐步按题意表示出来，使它在自己的头脑中形成一个较为具体的完整景象，再根据已知条件和要求分析各物理量之间存在什么样的物理过程以及同哪些概念和规律发生联系，最后选定应该运用的概念和规律，列出包含已知量和未知量的方程求解。

解题时，要本着先易后难的原则进行。先做基本练习题。对基本规律的运用熟练后，再做一些综合性习题。题目贵精不贵多。对一些比较典型的题，不仅要会解，而且要反复琢磨，寻求多种解法，研究怎样把它改变成其它类似的题目。对题目的类型要注意多样化。不仅重视计算题，对问答题、说明解释题、判断题和实验题等也不能忽视。

四、做好物理实验是学好物理的最根本手段

除去听课时注意观察好演示实验外，还应努力做好课本里安排的一些学生实验。这些实验有的是测定某些物理量，有的是探索或验证某些物理规律。做好这些实验对形成抽象的物理量（例如电压）的观念和形成物理概念（例如加速度），以及对训练观测、分析物理现象和总结出物理规律（例如法拉第电磁感应定律）的方法和技能都是非常重要的。怎样才能做好物理实验？首先，要做好充分预习。这在上面已经说过，不再重复。再者，坚持

系紧的鞋带为什么会松开

缪秉成

有时刚系紧的鞋带一会儿就松开了，甚至左脚往往踩住了右脚松开的鞋带，差点儿把你绊倒。你不得不又弯下腰来收拾鞋带。可是事与愿违，不久又松开了。到底是什么原因呢？你可以试着运用学过的物理知识，动动脑子，分析一下，就知道其中的道理了。

就单抽头活扣来说，如图所示，上端1和2、3、4、5连在一起，下端1′和2′、3′连在一起。在解鞋带时，抽动1，则2从3和2′的束缚下解脱出来，于是扣就松开了。如果把3和2′称作是横向鞋带，那么只要这两截没有相对位移，扣就不会松开。反过来说，如果2′相对3发生位移，1′缩短，2′加长，扣就松开了。

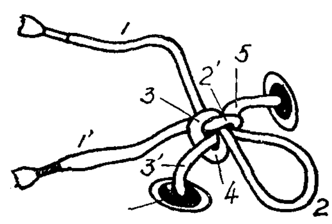
现在以2′作为受力分析的对象：系鞋带时，是1′把2′向左拉紧；在走路或者蹦跳的时候，眼圈对3′有一阵阵向左的拉力，3′发生弹性形变时对2′产生向右的弹力F，2′有向右运动的趋势，这时2′下面的鞋带以及2′上面的3，对2′都有向左的静摩擦力f，阻碍2′的相对运动。当静摩擦力f能与弹力F相匹敌时（即$f=F$），2′平衡，鞋带扣不会松开；当$F>f_m$时（f_m为最大静摩擦力）*，2′发生向右位移。由于这力是一阵阵的，2′把2逐渐松开，2松3也松，于是3又把2′松开，这样就一松到底。

要使2′不易发生相对位移，就要设法增大鞋带的其他部分对2′的静摩擦力。把鞋带系紧的过程就是把1′向左拉，把2的上部向右拉。系紧鞋带就能增大2′周围鞋带对2′的正压力N，由于$f_m=\mu N$，这样确能起到增大静摩擦的作用。如果系紧以后，一会儿又松开了。显然不是增大N就能见成效。于是应当考虑决定静摩擦力大小的另一个因素，即摩擦系数μ。如果μ太小，则N虽增大，却有一定限度，所以μN不一定大。平时如果你的鞋带经常松开，主要原因一定是μ太小了。

为什么μ会太小呢？冬天的棉鞋带，一般不常洗，而我们冬天手上要抹油脂，系鞋带时就把油脂抹到鞋带上了；至于皮鞋带当然就更容易蹭上鞋油，这样如同是在鞋带上抹了一层润滑油，摩擦系数就变小了。在这种情况下，你就是把脚背都勒疼了，鞋带还是会松开的。

怎么办呢？遇到上述情况，就把鞋带换下，认真的洗一洗，于是μ就增大了。那么，静摩擦力最大限度f_m就增大了。所以静摩擦力f可以和弹力F相匹敌的限度也就增大了，鞋带系紧以后也就不易松开了。

* 当$F<f_m$时，静摩擦力f总和弹力F相等。而$f_m=\mu N$。



眼圈

实事求是的严谨的科学态度，是把自己训练成科学工作者的最起码的必要条件。例如在观察现象或读数据时一定要仔细认真，决不允许歪曲事实或凑数，在实验过程中，一定要严格遵守操作规程；对实验误差要进行实事求是的分析等等。

此外，在实验过程中，要有意识地培养自己提高实验的技能技巧。例如，注意各种基本测量仪表的构造、工作原理、规格、性能以及操作规程（要记录在自己的实验记录上）；善于创造并保证一定的条件，能使物理现象在控制下反复产生；能根据实际条件选用合适的仪器组成一个实验装置进行实验；对实验数据能进行分析并提出实验的改进意见；写出简洁的实验报告等等。

除去做好课本内规定的实验外，有计划地适当参加一些课外的科学小组活动，例如航空模型或航海模型的制作、晶体管收音机的焊制、演示仪器的制作、摄影、电器安装等等，对培养自己独立工作的能力，提高学习科学的兴趣，学习有关的工艺技术都是非常有帮助的。但切忌影响正课的学习。因此，应力求得到教师的指导。

五、善于总结才能使所学知识“触类旁通”、“举一反三”

当我们学完一个小单元或一个大单元时，就应该把学过的全部知识集中起来进行整理，重新组织使其系统化。总结不是简单的重复，首先要注意发掘各部分知识之间的相互联系和主要规律。例如在静力学中就是抓两个平衡条件，在动力学中主要抓三个定律和两个守恒。其次是要对最根本的难题找出“把手”，例如无论是静力学还是动力学，分析“物体受力”就是最根本的课题。分析物体受力首先要选好受力对象，明确它的运动状态，再按重力（场力）、弹性力、磨擦力的顺序逐个分析它所受的力（包括方向）。这就是找出的所谓“把手”，使分析问题时，有所依据。

此外，还应经常阅读一些科学读物以扩大知识面，培养阅读能力，增进爱好自然科学的兴趣。