

可靠性评定讲义

七机部一院一九七八年印

三 院 三 部 翻 印

前 言

钱学森同志早在六十年代初期就强调小子样统计的重要性，针对产品在研制、贮存过程中，产品质量不断变动的事实，在一九七五年及一九七七年又两次强调，要搞“变动统计”及“小子样变动统计学”。我们理解就是要结合我国的实际情况，研究 *Bayes* 方法的应用。

近几年来，我们根据上述指示，对复杂系统可靠性评定的 *Bayes* 方法进行了一些工作。七八年应七机部一院科技部的要求，编写成这份讲义。讲义取材的原始报告曾得到我院付院长卢庆骏教授以及魏宗舒、夏道行、王梓坤等教授，张尧庭、茆诗松等老师的审阅指导，在此一并致谢。

这次重印，因时间太紧，未能将这两年来国内外有关方面的材料编入，只好另印“可靠性、平均寿命增长、下降过程评定的贝叶斯方法”，作为补充，一起使用。错误之处请予指正。

一九八〇年四月二十二日

目 录

予 备 知 识	1 ~ 2 9
一、可靠性的基本知识	
§ 1. 可靠性的定义	1 ~ 4
§ 2 可靠性工程的研究对象	4 ~ 5
§ 3. 可靠性问题的提出	5 ~ 7
二、概率的基本概念	7 ~ 2 9
§ 1. 事件与概念	7 ~ 1 5
§ 2 随机变量及其分布	1 5 ~ 1 7
§ 3. 常用的几种概率分布	1 7 ~ 2 3
§ 4. 均值与方差	2 3 ~ 2 7
§ 5. 贝叶斯定理	2 8 ~ 2 9
第一章 一般产品可靠性、寿命的评定	3 0 ~ 5 2
§ 1. 贝叶斯估计理论的基本知识	3 0 ~ 3 5
§ 2 伯努利过程参数 R 的估计	3 5 ~ 4 0
§ 3. 广义伯努利过程参数的估计	4 0 ~ 4 3
§ 4. 泊松过程参数及其常用的函数的估计	4 3 ~ 5 2
第二章 成败型数据时, 复杂系统的可靠性评定	5 3 ~ 8 2
§ 1. 问题的提出	5 3 ~ 5 4
§ 2 串联产品可靠性的置信下界	5 4 ~ 6 9

§ 3.	并联产品的可靠性置信下界	69~71
§ 4.	若干成分无失败的可靠性评定	71~75
§ 5.	复杂系统可靠性评定的步骤与方法	75~82
第三章	寿命为指数分布时, 串联产品的可靠性评定	83~94
§ 1.	问题的提出	83~84
§ 2	串联产品失效率的精确解与近似解	84~89
§ 3.	例	89~91
§ 4.	当成分试验无失败时的情况	91~94
第四章	寿命为威尔分布时, 串联产品的可靠性评定	95~104
§ 1.	问题的提出	95~96
§ 2	串联产品可靠性的精确解与近似解	96~101
§ 3.	例	101~104
参 考 文 献		105~108
附表一: 二项分布参数经典置信下界表		
附表二: χ^2 —分布表		

预 备 知 识

一、可靠性的基本知识

§ 1. 可靠性的定义：

产品在规定的时期内，在规定的条件下及规定的时间内完成规定任务的概率，叫该产品的可靠性。

1. 首先，必须指明研究的对象，是哪个产品的可靠性，是全弹还是发动机，弹头，还是某电子元、器件。

2 一般说，一产品出厂后越久，则它完成规定任务的可能性越低，故一定的可靠性是对一定的时期而言的，这个时期叫产品的保险期。

这个指标影响到产品装备、生产的周期，对战备、经济、安排生产的能力有着重大的意义，因此，必须有一支稳定的搞贮存队伍，配以一定的专业人员，对保险期进行认真的研究。

3. 规定的条件：

这包括产品出厂，使用过程直到产品寿命终止所遇到的一切条件：

(1)贮存维护条件：贮存的气象条件，维护人员状况，定期检测周期等；

(2)环境条件：地面及飞行中的气象条件，冲击、振动、噪声等力学环境条件，辐射（宇宙线，核辐射等）条件，运输条件，…；

(3)使用时的应力条件：对产品所加电应力、机械应力…；

一般说，规定的条件越恶劣，产品失效越快，可靠性就越低。

4. 规定的时间：

是指执行任务的时间：对导弹而言，包括准备发射及飞行的时间，通常，规定的发射前准备时间越短，产品可靠就越低，（但准备时间太长，又要贻误战机）。飞行时间越长，产品可靠性就越低。

5. 规定的任务：

如：要求导弹正常起飞后，主动段各级正常工作，各级间正常分离，头体正常分离，头部无损地落入预定的目标区；

一般规定的任务越多越严，产品的可靠性就越低。例如，规定 $B_0 \times B_8 = 4 \times 4 \text{ km}^2 \rightarrow B_0 \times B_8 = 2 \times 2 \text{ km}^2$ ，可靠性就降低。

6. 可靠性是一个概率：

可靠性研究的是随机现象，如同型号同批产品在试验中会有成有败。所以，在可靠性的数学研究中，概率论，数理统计应用是很广泛的。

产品在规定时间内完成规定任务的概率，由两个因素确定：

(1) 需要执行任务时，它处于可工作状态的概率，这叫产品的有效性（如导弹在规定的准备时间内可以发射的概率）。

它由下述因素确定：

1° 产品的故障率的大小。

2° 发现及排除故障时间的长短，（包括人员是否熟练，备分件

是否充分，产品的局部的可更换性等等）。

(2) 产品在工作时间（飞行时间）内不出故障的概率，这通常叫狭义可靠性，它由性能可靠性及结构可靠性组成，它们是指性能，结构符合设计要求的概率。

总之，完整的可靠性概念，应包括上述六项内容。而产品保险期，有效性，狭义可靠性是可靠性的三大指标。

在本文介绍中，主要讨论狭义可靠性的评定问题，（当然，其方法也可适合于有效性的评定）。建议在适当的时候，组织有关同志来介绍导弹的保险期及有效性评定，分析问题。

在本节结束之前，简单讨论产品质量与可靠性的关系。产品质量是其性能与可靠性两者综合。产品性能是指，产品完成其规定任务时，所必需具备的技术指标。如：

导弹的射程、精度、威力，…等，但只有先进的性能指标，而没有高的可靠性，先进的性能指标，就谈不上先进，有时甚至适得其反，如会暴露目标，以至伤害我方等。所以，在设计时，当可靠性指标与性能指标有矛盾时，宁愿适当降低性能，而确保产品的高可靠性。

可靠性工作是以产品质量控制（包括可靠性设计，严格的工序控制，合理的抽检等）为基础的，两者是不可分割的。在保证与提高可靠性的工作中，主要的工作是：工程实践与科学的组织管理，主要靠设计、生产与管理部門的同志来搞，数学分析工作只占较小的一个比

例，即使象产品可靠性评定这样的工作，故障登记，数据收集，汇总工作，各种组织管理工作，结果分析工作仍是占主要的份量，而最终的评定计算，只占不大的份量。

§ 2 可靠性工程的研究对象：

可靠性工程是系统工程的一部分，其目的是实现系统的高可靠，为达到这个目的，而在产品研究、设计、生产、使用诸环节中所采取的技术及组织管理措施，都是可靠性工程的研究对象。

大致包括：

1. 发现产品的薄弱环节：各种可靠性试验，方法，设备；
2. 研究产生薄弱环节的内因：故障物理学或可靠性物理学；
3. 研究产生故障的外因：环境条件的测量，分析、制定及进行环境试验；
4. 研究故障的统计规律，研究可靠性设计、分析、评估、验收的数学方法；
5. 研究提高可靠性的组织、管理方法。

具体说，有下述各方面，如：

采用先进的设计、工艺，选用先进的元件，材料。合理使用元件，如电子元、器件的降额使用，老化筛选，对元、器件的品种规格进行压缩优选。改善仪器工作的微环境，如降温，减震，采用冗余，容错技术。加强元器件，原材料的入库检验，搞好产品质量控制，落实三检制（自检、互检、专检）。进行文明生产，开展质量信得过运动。

搞自动线生产。制订各种可靠性标准，进行可靠设计，进行可靠性普及与教育，建立失效登记制度，可靠性数据收集，反馈制度，建立可靠性数据网，建立学会，加强学术交流，出版刊物，建立环境试验与研究中心，建立可靠性研究中心等等。

§ 3. 可靠性问题的提出：

恩格斯指出：“科学的发生和发展，一开始就是由生产决定的”。而可靠科学的产生和发展正是现代化生产的必然产物。我们从下列诸方面看一看可靠性科学产生的必然性：

1. 产品的复杂程度的剧增：

现代化生产、现代化的科学技术的发展，出现了导弹、卫星、飞船、核装置，地缆，海缆，载波、微波通讯，大型计算机，大型雷达网等等。

这些系统的复杂性剧增，可从所含元件数看出：

例1. 战略轰炸机：1940年，有电子元件 10^3 个，1950年，有电子元件 10^4 个，1960年，有电子元件 10^5 个。

例2 中程弹含电子元件 10^4 个，洲际弹含电子元件 10^5 个，阿波罗系统有710万个电子元件。

在元件可靠性确定的条件下，元件越多，系统的可靠性越低。为了使系统达到一定可靠性，对元件的可靠性要求越来越高。

2 使用环境越来越恶劣：

如导弹由近程发展到宇航，由地面到入海（潜艇），其机械、电、气象，辐射，生物等环境条件越来越恶劣。

在这样的环境下工作，比标准的实验室（如大型电子计算机工作间）条件下工作，其可靠性大大降低，产品此时的失效率与实验室条件下失效率之比可叫环境因子，有的杂志报道，野外地面为10，船舰达20，车辆达25，现代火箭主动段达1000。

另外，电子产品的小型化使理论装填密度迅速增大，如用晶体管 10^4 元件/ cm^3 ，集成电路 10^5 元件/ cm^3 ，MOS电路 10^6 元件/ cm^3 。

装填密度越大，温升就越大，有人认为温升 25°C ，则平均寿命降低10倍。使可靠性问题突出。

3. 工作时间长：

通讯卫星要求能长期稳定工作，如几年。地缆、海缆要求20年不出故障，对元件的可靠性要求极严格。

4. 对系统可靠性要求特高：

如对载人飞船要求极高的可靠性，否则，宇航人员安全得不到保障。又如核装置的引爆系统的可靠性要求也极高。

5. 经费昂贵：

使可靠性问题更加突出：

例1. 美国一卫星，价值220万美元，因一个两美元的元件失

效而失败，价格比达10%。

例2 我国的××××，因导线断裂而失败。

所以，从这种意义上讲，可靠性发展史，就是一部失败的教训史。我们认为只有党委挂帅，发动群众，专业队伍与群众结合，学习国外先进经验，认真去办，才能搞好，近几年来，可靠性工作受到我国电力部门，邮电部门的重视，也牵动了科学院与一些大学，发展速度远远超过以前。国防科委及七机部也在逐步重视起来。相信尖端事业的可靠性会有一个大的发展。

二、概率的基本概念

§ 1. 事件与概率：

由于大多数同志学过一些概率论的基本知识，这里仅作一简要复习。

概率论的研究对象是随机现象，它是研究随机现象的数量规律性的科学。

随机现象是相对于确定性现象而言。

确定性现象：是在一定条件下，必然要发生的现象，例如，在没有外力的作用下，动者恒动，静者恒静，导体通电发热，…研究这类现象所应用的数学方法统称确定性数学。如代数学，分析学，微分方程，积分方程，…。

而研究随机现象所应用数学方法统称非确定性数学，包括概率论，

数理统计，随机过程等等。

近20多年来，随着实践需要的发展，两者互相渗透，出现了如随机微分方程，随机积分方程等学科，来深入研究实际上既有确定性又有随机性的现象。

(一)事件：概率论中首先要遇到的概念是随机事件：它是在一定条件下，可能发生，也可能不发生的事件，也可理解为随机现象的一个表现或结果，简称事件。

例：打三发弹成功两发；弹头再入，防热材料经烧蚀后的剩余厚度 $\geq 10\text{ mm}$ ；某仪器寿命 ≥ 1000 小时等等都是一个事件。

通常事件用大写字母A, B, ...表示。

必然事件：在一定条件下，在每次试验中必然发生的事件，记作 Ω ；

不可能事件：在一定条件下，在每次试验中一定不发生的事件，记作 $\varnothing$ ；

Ω 例：在标准大气压下，将水加热到 100°C ，水沸；

$\varnothing$ 例：在室温下，焊锡溶化。

注意， Ω , $\varnothing$ 不是随机事件，但把它们当作随机事件的两种特例，有助于问题的分析。

事件间的相互关系：

1. 包含与相等：

事件 A 发生，导致事件 B 必然发生，叫 B 包含 A，记作 $B \supset A$ ，若 $A \supset B$ ， $B \supset A$ ，叫 A，B 等价（或相等），记作 $A = B$ 。

例：A = 产品可靠，B = 产品性能可靠，则 $B \supset A$ 。

2 和（或并）：事件 A，B 至少有一个发生的事件，记作 $A \cup B$ 或 $A + B$ 。

例：甲、乙打靶，甲中叫 A，乙中叫 B，则命中即 $A \cup B$ ，（它分成三种情况：甲中乙不中，乙中甲不中，甲、乙均中）。

3. 积（或交）：事件 A，B 同时发生，记作 $A \cap B$ ，或 AB ；

例：A = 产品结构可靠，B = 产品性能可靠，产品可靠 = AB 。

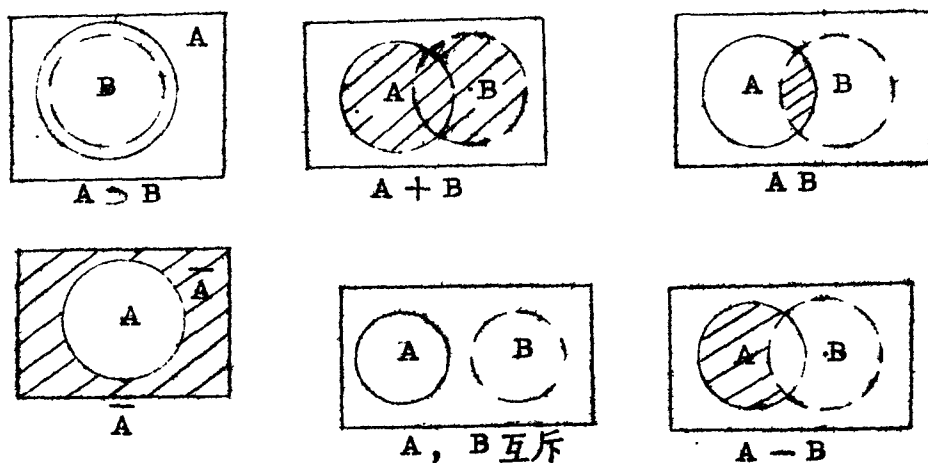
互斥事件：在一次试验中不可能同时发生的事件， $AB = \emptyset$ ，A，B 互斥。

4. 逆事件：在一次试验中必定发生其一，且互斥。事件 A 的逆，记为 $\bar{A}$ ，

$$\therefore A \bar{A} = \emptyset \quad A + \bar{A} = U$$

例：命中与脱靶；产品合格与不合格…。

用图表示如下，常称 Venn 图



5. 差：A 发生而 B 不发生，所组成的事件，记作 $A - B$ ，例：
A 中，B 未中。

$$\therefore A + B = (A - B) + AB + (B - A)$$

(二) 概 率：

1. 频率的稳定性：

打乒乓球时决定发球权的抽签器，当扔掷次数越来越多时，出现红面的频率，稳定在 0.5 左右。

对同一生产条件下的 T T L 组件，进行常温测试，当测试量不断增加时，发现其合格比例稳定在某一个数的附近，例如 0.9，见下表：

测 试 数	200	500	1000	2000	10000
合 格 数	182	450	905	1798	9001
合格频率	0.9100	0.9000	0.9050	0.8990	0.9001

总之，随机事件有一个极重要的不依主观意志而转移的特性——频率稳定性，由此我们

定义：当试验次数越来越多时，事件出现的频率在某一个数 P 附近摆动，且随次数增多，摆动的平均幅度越来越小，这个稳定值叫做事件 A 的概率，记作 $P(A)$ 。

粗略地说，即在大量试验时，事件发生的可能性。

概率的性质：1. $0 \leq P(A) \leq 1$

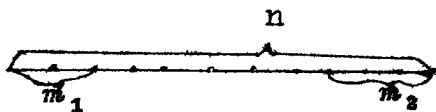
$$2. P(U) = 1$$

$$3. P(V) = 0$$

2 概率的运算法则：

(1) 加法定理：

A, B 互斥，则 $P(A+B) = P(A) + P(B)$



设 n 次试验中， A 出现 m_1 次， B 出现 m_2 次， A, B 互斥， $A+B$ 出现 $m_1 + m_2$ 次。

$$\text{证：见图} \because \frac{m_1 + m_2}{n} = \frac{m_1}{n} + \frac{m_2}{n}$$

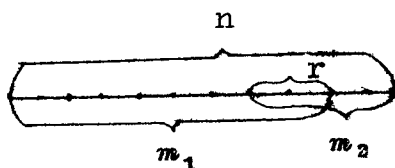
$$\therefore P(A+B) = P(A) + P(B)$$

当 A, B 相容，即可能同时出现时：

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

证明可见 Venn 图，可将概率当作事件所占的面积即得。

(2) 乘法定理：



在 n 次试验中， A 出现 m_1 次， B 出现 m_2 次， A, B 同时出现 r 次。

定义：在 A 发生的条件下， B 出现的概率，叫条件概率 $P(B|A)$ ；

定理： $P(AB) = P(A)P(B|A)$

证：见图， $\therefore \frac{r}{n} = \frac{m_1}{n} \cdot \frac{r}{m_1}$

$$P(AB) = P(A)P(B|A)$$

同理 $P(AB) = P(B)P(A|B)$

定义：事件 A 的发出，不影响 B 的发生，叫 B 与 A 独立。即

$$P(B|A) = P(B) ;$$

注意， $\therefore P(A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(B|A)}$

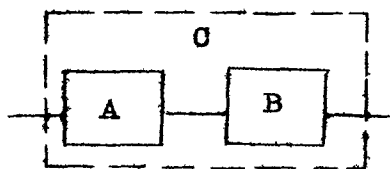
$$\therefore P(A|B) = P(A)$$

即 A 与 B 独立， $\therefore$ 独立是对等的。

推论：当 A, B 独立时， $P(AB) = P(A)P(B)$

例1. 可靠性串联：当成分A，B均成功时，系统C才成功，这种可靠性连结关系，叫可靠性串联， S_A ， S_B ， S_C 分别表示A，B，C成功这些事件则

$$\therefore S_C = S_A S_B$$



若 S_A 与 S_B 独立，由概率乘法定理

$$P(S_C) = P(S_A) P(S_B)$$

或 $R_C = R_A R_B$ (R_C ， R_A ， R_B 表示C，A，B的成功概率，即可靠性)

(1)

例2 可靠性并联：当成分A，B中任一个成功时，系统C就成功，这种可靠性连结关系，叫可靠性并联。

$$\therefore S_C = S_A + S_B$$

注意到 S_A ， S_B 相容，故由概率

加法定理有：

$$P(S_C) = P(S_A) + P(S_B) - P(S_A S_B)$$

$$\text{即 } R_C = R_A + R_B - R_A R_B \quad (S_A, S_B \text{ 独立})$$

另一方面 $\bar{S}_C = \bar{S}_A \bar{S}_B$ ，即A，B同时失败，C才失败，

$$\therefore P(\bar{S}_C) = P(\bar{S}_A) P(\bar{S}_B)$$

$$P_C = P_A P_B \quad (2)$$

