第一篇　流 体 力 学

目　　录

第 一 章　流 体 的 性 质

第 二 章　液体和气体的平衡

第 三 章　流 体 动 力 学

第六章　边界层

第七章　因次分析与模型理论

我们将用上述方程计算气体的膨胀和压缩。

第二章 液体和气体的平衡

在讨论流体的受力时，常用的方法是在流体中想象地切出一个微元体积。这个微元体积就其体积来说，比流体流过的渠道，被流体绕过的物体或充满流体的容器小得多，只是微小的一部分，但其中包含的流体的分子却又是许许多多，以致将流体分子的各项性质的平均状态用于该微元体积而不会带来错误。流体中包含了许许多多流体微团，这些微团相当于力学中的质点，以后就称它们为质点，虽然不严格但使用方便，流体中存在两种力，即内力和外力。内力是指两个质点间的作用力，它们总是成对地出现而方向相反，因此内力总是成对地抵消。外界作用于流体微元体积表面上的力叫作外力，它由处在微元体积表面的质点来承受，要使微元体积保持平衡，外力的合力必须等于零。内力和外力是相对的，通过改变微元体积的范围可以把内力转换为外力，譬如有一个微元体积如图(2-1)所示，此微元体积承受了外加的压力如箭头所示。如果想象有一截面将元体积分为I和II两部分，则对I来说(图2-1b)，原来II作用在I上的内力变作外力，如果I处在平衡中，则这个力必须与原来就作用在I上的外力相等。

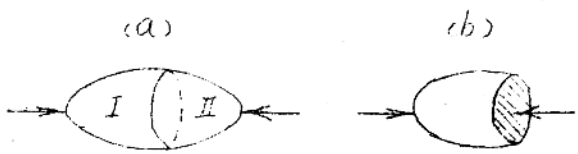

图2-1 微元体积的受力

在研究流体内部的应力时可以广泛应用上法，即用一个想象中的截面把内力变作外力的方法。在确定微元体积时我们可以用几个截面自流体内部划出一个平行六面体微元，或棱柱体微元，或四面体微元来研究它在平衡状态下的受力，通过这个方法可以推导出数条有用的定理。

§2-1 流体中的压力和压力分布（重力不计）

流体是有重量的，但是当在压力很大的条件下，重力的影响就可以略去不计，以简化讨论。本节将在略去重力的条件下讨论流体中的压力和压力分布。

假如两个相接触的固体之间没有摩擦，当这两个固体处在平衡状态时，它们所受的压力必与此两物体的接触面相垂直。同样，由于流体易于流动，当流体平衡时，流体内部的压力必然与它所作用的面相垂直，这是流体的特性。

现在考虑一个简单的平衡状态，设想在流体内用截面分隔出一个三棱柱体微元，并设顶底两端面与棱边垂直（图2-2）。当棱柱体处于平衡时，根据流体的特征，棱柱三个侧面上的力必与该面相垂直，因此它们必定位于与棱边相垂直的平面内，如图（2-3）所示。

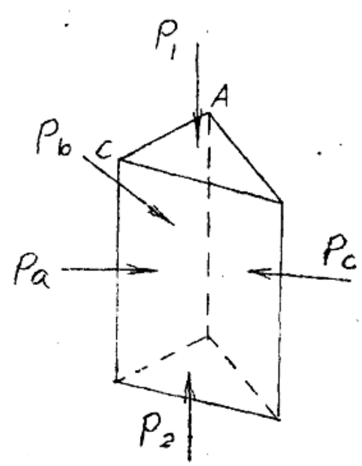

图2-2
棱柱体体元

棱柱端面上的压力与侧面上的压力相垂直，因此在图（2-3）中不作考虑。如一角的两边垂直于另一角的两边则两角必相等，据此图（2-2）中的两个三角形相似。于是

$$\frac{P_a}{BC\times h}=\frac{P_b}{AC\times h}=\frac{P_c}{AB\times h} \qquad (2-1)$$

h 为棱柱的高，$\frac{P}{面积}=$ 单位面积上的压力，由式（2-1）可知在棱柱体各侧面上，单位面积上的压力（即压强）相同。因为棱柱体是任意选取

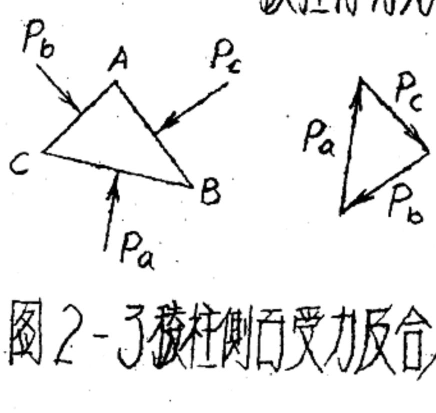

图2-3 棱柱侧面受力及合力

的，如果将棱柱体不断缩小，则可引伸得到流体内任一点的压力是各向均等的结论。不仅如此，利用上法还可导出流体内各点的压力是相等的，这又要考虑图（2－2）中棱柱体两个端面的受力，当平衡时，除了三个侧面上的压力相平衡外，两个端面上的力也必须平衡。设端面面积为A，则

$$p_1 A = p_2 A \qquad \therefore p_1 = p_2$$

因为棱柱体长度可取任意值，位置也可以任意，所以流体内部各点的压力是相同的。

总结上述，当流体平衡时，流体内部的压力与它所作用的面垂直，并且在没有重力和其他体积力时，在各点是各向均等的。

§2-2 液体在重力下的平衡

地球上的任何物质一般都处在重力作用下，研究均匀液体在重力作用下的平衡的实质是确定均匀液体在重力作用下的压力分布。这次仍然采用切取微元体积的方法。设在流体内切取一个小棱柱体，并将其轴保持在水平方向上，如图（2－4）所示。此时由于重力在轴向上没有分力，因而当棱柱体平衡时存在$p_1 = p_2$。如果在同一水平面上用同样的方法重复讨论，可以得出一个结论，同水平面上各点的压力都相同。

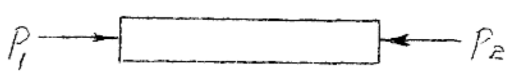

图2-4 水平方向上棱柱体的平衡

再取一个轴线成铅直方向的棱柱体，两个端面处在不同的水平面上（图2－5），通过这个棱柱体可以得到在不同水平面上的压力间的关系。棱柱体端面面积为a，高度为h，体积为ah，棱柱体受到的向下作用力为$p_1 a$。由于液体处在重力作用下，占有棱柱体的那部分液体的重量对棱柱体的平衡起的作用必须考虑在内。占有棱柱体体积的液体重量为$a\ h\rho g$，其中ρ为液体密度，g为重力加

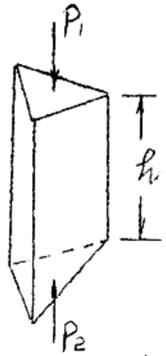

图 2-5 铅直棱柱体的平衡

速度。作用在下方端面向上的力为 $p_2 a$。

当棱柱体平衡时

$$p_1 a + a h \rho g = p_2 a$$

$$p_2 - p_1 = \rho g h \qquad (2-2)$$

由式（2-2）知液体内不同水平面1、2两点的压力差等于两点间单位截面积上铅直液柱的重量。如果固定端面1而将棱柱不断向下扩展，由于 $p_2 = p_1 + \rho g h$，所以压力不断向深处增加，h 值每增加1毫米，压力相应上升 ρg。如果液体的 ρ 值愈大，譬如钢水，则压力的增加值也愈大，上述关系对均质连续并处在静止状态下的液体适用。

如果液体是不均匀的，并且相互不混合，譬如钢包中的钢水与炉渣（液态）。实践表明，非均质液体在平衡时必然是分层的，密度小的液体处在密度大的液体之上，例如渣处在钢水之上。现在用截取微元体积的方法论证上述现象的必然性。设非均质液体在容器内不是分层存在、而是相邻存在，在容器内截取两个水平面相距为 h，在该空间里取两个小棱柱体，一个棱柱体中的液体的密度为 ρ_1，另一个为 ρ_2，如图（2-6）所示。其中 $\rho_1 > \rho_2$，如果这样存在的非均质液体能保持平衡，则两端面上的压力必然相同，于是得出 $p_1 = p_1'$，$p_2 = p_2'$。但 $p_2 - p_1 = \rho_1 g h$，

$$p_2' - p_1' = \rho_2 g h。$$

由于 $\rho_1 \neq \rho_2$，因而

$$p_2 - p_1 \neq p_2' - p_1'$$

所以 $p_1 = p_1'$，$p_2 = p_2'$ 是不可能的，也就是说这样分布的非均质液体不可能保持平衡。如果水平面

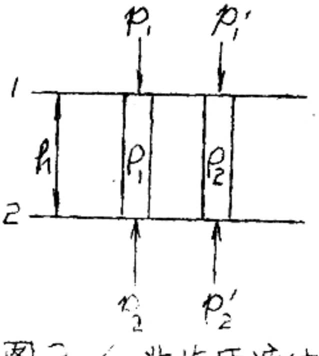

图 2-6 非均质液体相邻存在时的平衡

1暴露在大气中，则 $P_1=P_1'$，于是

$$P_2-P_2'=(\rho_1-\rho_2)gh。$$

由于 $\rho_1>\rho_2$，所以 $P_2>P_2'$，左侧液体向右侧移动，直到两种液体分层分布时才达到平衡。所以处在重力下的非均质液体除非在每一个水平层内密度不变，否则不能保持平衡。石钢后将钢水静置以使夹杂物浮起就是利用两种密度液体相邻存在时的不平衡性。

水的密度随温度的升高而减小，当将水置于容皿内并在底部加热，随着沿高度上产生温度差而带来水的密度沿容皿高度逐渐增大的情况，此时式（2－2）改写为微分形式

$$dP=\rho g dh \qquad (2-3)$$

如果太阳照射湖面，自湖底向上，湖水密度逐渐变小，则

$$dP=-\rho g dh \qquad (2-4)$$

在式（2－3）情况下，随着水的加热，平衡将被破坏，而在式（2－4）的情况下平衡是稳定的。如果 ρ 是 h 的函数，则式（2－4）可积分，即

$$P=P_0-\int_0^h \rho g dh \qquad (2-5)$$

§2-3 大气的平衡

地球表面有一层大气，厚达拾余公里，这层大气处在重力作用下对地面产生压力。1643年託里拆利作了一个实验，他用一根1200毫米长的玻璃管，管的一端吹有一个球泡，另一端开口，管内灌满水银以后，用手指塞住开口端并把它倒置沉于盛有水银的盘中。当将手指挪开后，水银就下沉，直到管内水银柱高出盘内的水银面为750毫米时为止，管端出现了一段真空。托里拆利从这个实验正确地推断，水银柱是由于大气压力而保持平衡。

在0°C海平面上进行上述实验，得到水银柱高度为760毫米，被公认为1大气压。由于水银在0°C时的重度为13.595 克力·厘米$^{-3}$，故一大气压相当

2—6

$76\times 13.595=1.0332$ 公斤力·厘米$^{-2}$ $=1.0133\times 10^{5}$ 牛顿·米$^{-2}$

由于大气高达拾余公里，并且气体易于压缩，因而不能以均质流体来看待，在大气层沿高度上气体密度有显著差别。为了简化讨论，首先假设大气层的温度是均匀的，应用式（2-4）

$$\frac{1}{\rho g}dP=-dh \quad 或 \int_{P}^{P_0}\frac{1}{\rho g}dP=h \qquad (2-6)$$

因假设大气层温度是均匀的，气体密度沿大气层高度发生变化的根本原因是沿大气层高度上的压力有改变。由波义耳定律知气体的密度与压力成正比，即 $\rho=\rho_0\frac{P}{P_0}$，因为

$$\int_{P}^{P_0}\frac{1}{\rho g}dP=\frac{P_0}{\rho_0 g}\int_{P}^{P_0}\frac{dP}{P}=\frac{P_0}{\omega_0}\ln\frac{P_0}{P} \qquad (2-7)$$

$\frac{P_0}{\omega_0}$ 是单位容积内气体的重量为 ω_0 的气柱的高度，此气柱顶端上的压力是零，底端的压力是 P_0。因 ω_0 为常数，所以这个气柱高度叫做均质大气的高度，以 h_0 表示。已知 ω_0 和 P_0 值后可以计算 h_0 值。当 $P_0=1.0133\times 10^{5}$ 牛顿·米$^{-2}$，$\omega_0=12.72$ 牛顿·米$^{-3}$

则 $\frac{P_0}{\omega_0}=\frac{1.0133\times 10^{5}}{12.72}=8030$ 米

由式（2-6）及（2-7）得到

$$h_1=h_0\ln\frac{P_0}{P_1} \qquad h_2=h_0\ln\frac{P_0}{P_2},$$

或 $$h_1-h_2=h_0\ln\frac{P_2}{P_1} \qquad (2-8)$$

即 $$P_2=P_1 e^{-\frac{h_2-h_1}{h_0}} \qquad (2-9)$$

上式称为气压公式，在测定大气压力后可以用它计算两地的高度差。

在大气层中实际存在一个温度分布，离地面愈远，温度愈低。如果下部的一团气体上升进入上部大气，由于那里的压力低而发生绝热膨胀，气体温度下降。如果上部的一团气体进入下部大气，由

于那里的压力之而发生绝热压缩，气体温度上升。现在需要确定，当大气层中存在怎样的温度分布时，使得上升气体在绝热膨胀，或下降气体在绝热压缩后的温度和密度恰好和那里现有的气体相同以致不会破坏现有的平衡。

由式（1-24）知，PV^{r}常数或$w=w_0\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1}{r}}$以此代入式（2-6），得

$$\int_{P}^{P_0}\frac{dP}{w}=\frac{P_0^{\frac{1}{r}}}{w_0}\int_{P}^{P_0}\frac{dP}{P^{\frac{1}{r}}}=h$$

积分上式，得

$$h=\frac{rh_0}{r-1}\left[1-\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{r-1}{r}}\right]$$

即 $$P=P_0\left[1-\left(\frac{r-1}{r}\right)\left(\frac{h}{h_0}\right)\right]^{\frac{r}{r-1}}$$

从 $w=w_0\left(\frac{P}{P_0}\right)^{\frac{1}{r}}$ 除上式

$$\frac{P}{W}=\frac{P_0}{W_0}\left(\frac{P_0}{P}\right)^{\frac{1}{r}}\left[1-\left(\frac{r-1}{r}\right)\left(\frac{h}{h_0}\right)\right]^{\frac{r}{r-1}}=h_0-\left(\frac{r-1}{r}\right)h$$

由状态方程知 $\frac{P}{\rho}=RT$ 或 $\frac{P}{W}=\frac{RT}{g}$

$\therefore\ \frac{RT}{g}=h_0-\left(\frac{r-1}{r}\right)h$，$T=\frac{g}{R}h_0-\left(\frac{r-1}{r}\right)\frac{g}{R}h$

得：$\frac{dT}{dh}=-\left(\frac{r-1}{r}\right)\frac{g}{R}$，已知 $\frac{g}{R}=0.033°K\cdot米^{-1}$，

代入上式：$\frac{dT}{dh}=-0.0094°K\cdot米^{-1}=-0.94°/100米$。

由上式知，当大气层中的温度降低率是每100米约1°时，气团的上下移动不会破坏大气的平衡。如果温度降低率小于每100米约1°时，那么大气更为稳定。但当温度降低率大于每100米约1°时，气团的上下移动将破坏大气的平衡而产生对流。

利用液柱高度可以测量容器内的压力，如图（2-7）所示。设大气压为p_0，容器内压力为p_1，A点液面上的压力与容器内压

力相同，为 p_1。和A处于同一水平面的B点，由于同一水平面上的压力相等，该点压力与A点相同，为 p_1。设液柱的自由面在C点，那里的压力为 p_0，令 $BC=h$，可得 $p_1=p_0+Wh$ （2-10）

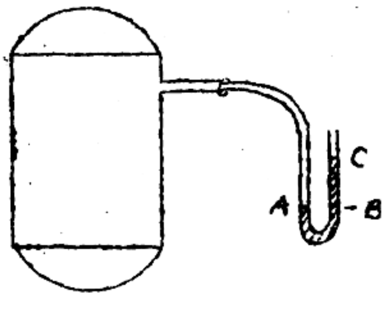

图2-7 用U形管测量压力

式（2-10）中W为U形管内液体的重度。其中 p_1 称为绝对压力，通常将 Wh 直接作为读数，这个压力称为表压。绝对压力与表压的差值为1大气压。

由于式（2-10）中包含了重度W，所以利用U形管测得的压力属于工程单位制，同一压力在各不同纬度地点测得的h值有微小差别。

由于U形管制作简单，价格低廉，在中小型冶金工厂中被广泛用来测量压力。

§2-4 在其他力场中流体的平衡

在平衡流体中将压力相同的点连成一面，面上流体的压力处处相同，称为等压面。如果在二个等压面间取一个铅垂的柱体微元，按式（2-2），两个等压面间的压力差为

$$p-(p+dp)=-dp=-g\rho dh$$

今有两个等压面，分别以A和B表示，在位置1和2处计称压力差（图2-8）。

在位置1处　$dp=g_1\rho_1 dh_1$

在位置2处　$dp=g_2\rho_2 dh_2$

设液体为均质，则 $\rho_1=\rho_2$，于是 $g_1dh_1=g_2dh_2$。

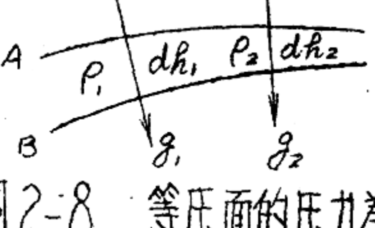

图2-8 等压面的压力差

因为 gdh 相当一个等压面对

另一个等压面的能量差别，自面A到面B要作功 $g\,dh$，由此可以推断，均质液体平衡时，面B上有位势 U_B，面A上有位势 U_A，并且

$$dU = g\,dh = \frac{dp}{\rho}$$

所以 $$U_A - U_B = \int_B^A dU = \int_B^A \frac{dp}{\rho} \qquad (2\text{-}11)$$

均质流体处在平衡状态时流体内必然存在等势面，与力垂直，等势面也就是等压面，在力的变化方向，压力增加可以 $dp=\rho\,dU$ 计算。

设有一圆柱形容皿，装入一定数量液体，绕轴旋转，角速度为 ω，显然液体各点的位势由两部分组成，一部分来自引力，一部分由于离心力。

取柱坐标 r 和 z（图2-9），在 z 方向上，向上为正。则来自引力的位势是 $U_1 = U_0 + gz$

式中：g — 重力加速度，

U_0 — 初值。

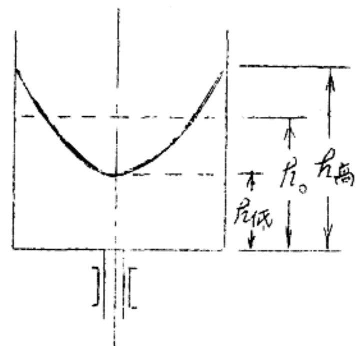

图2-9 旋转容皿中的液面

再计算来自离心力的位势：

$$U_2 = \int_0^r dU = -\int_0^r \omega^2 r\,dr = -\frac{1}{2}\omega^2 r^2,$$

所以 $$U = U_1 + U_2 = U_0 + gz - \frac{1}{2}\omega^2 r^2。$$

令 $U=$常数，可得等势面的方程：

$$z = 常数 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}.$$

当 $\omega = 0$ 时，$z = h_0$，即 $$z = h_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g} \qquad (2\text{-}12)$$

上式表明所有等势面是包含参数 $\frac{\omega^2}{g}$ 的抛物面。在容皿中心轴上的液面为最低点 $h_低$，在壁面为最高点 $h_高$，利用体积相等的办

法可以计算$h_{高}$和$h_{低}$值。

$$h_{高} = h_0 + \frac{\omega^2 r^2}{4g}, \quad h_{低} = h_0 - \frac{\omega^2 r^2}{4g}$$

或 $$h_{高} - h_{低} = \frac{\omega^2 r^2}{2g} \qquad (2\text{-}13)$$

已知（$h_{高} - h_{低}$）值，可以计算转速。在旋转的机械上装置用透明材料制作的圆柱形旋转容器，充入液体以后可用以测定转速。

如果用导电的水银充入圆柱形容器中，当转速到达极限时，水银液面的高度也将达到一个限度，在略高于这限度处装置导线，则当转速超过极限时，水银与导线接触而导电，使常闭接点断开，马达减速，可起保护作用，在高炉卷扬机中广泛采用。