

许生龙论文集

(在国内国外已公开发表的论文)

雲南 昆明物理研究所

一九九四年三月

贈

聲學研究所圖書館

許 龍 齋
一九九一年三月

序 言

文集集中的 59 篇论文,涉及声学、光学、数学、红外、制冷、电子光学、图象处理、半导体工艺和环境保护等,分别发表在《科学通报》、《CHINESE SCIENCE BULLTIV》、《光学学报》、《电子学报》、《海洋学报》、《Comnt & Elect Engng》、《红外研究》、《Chinese Journal of Infraed & Millimeter Wares》、《云南大学学报》、《物理》、《高速摄影与光子学》、《激光与红外》、《红外技术》、《红外与激光技术》、《上海半导体》、《应用激光》、《昆明环境》等杂志和各种国际、国内学术会议上。其中“海洋中爆炸声源的定位”,原为 $\times \times \times$ 研究所“反潜”任务而提出的课题,由于当时(1969 年)的历史原因,未能正式发表。No52~55 系电子光学论文,原为验证文献中记载简略的典型形状物体的电势分布正确与否?进而作为研究生学习拉普拉斯方程的教材。另外“手榴弹爆炸声源特性实验”一文;本人参加了部份工作,并执笔汇总编撰的几份“中国东海海区声传播实验”考察报告和应用系统工程方法,分析 $\times \times \times$ 研究所的概况、组织结构、课题设置、人员比例、仪器设备、优势缺陷并提出改进建议的分析报告等数篇论文,以及探讨一种至今未曾有人涉足、性质奇异、估计将会有着广泛应用前景的新型数学物理方程——微积分方程的专著《微积分方程论》一书等尚未收入。

论文集中“准常系数微分方程”系著者在云南大学念书时的工作,进而发现四次方程的第四种公式解法。“公元 2000 年昆明市交通噪声预测”属预测型论文,其论点一再为尔后的测量所证实;“第 1 种离散 cosine 变换的残余相关”所论述的图像处理方案,经南京工学院验证,无论是信息容量,还是运算速度以及自治、可靠性等项指标,较之经典方法都有显著的提高和改进;“一类密度分层变化介质的反射系数”率先使用新型声场方程,进而点明:在此种方程中,波场 ψ 与介质特性参数 σ 之间,存在有某种对称性;“半导体制冷的新公式推证”等篇,突破了 A·Φ·约飞理论的简单模式,第一次从微观角度来研究温差电偶对之稳态瞬态、单级多级、常规异型诸方面的特性,进而发现适用于一切半导体制冷器体的普遍公式,从而形成另一种理论体系的雏型,并且自然导出‘有效电阻’、‘有效热导’、‘稳定时间’、‘合理权重’等众多新概念,不仅为研制性能良好的大温差器件提供设计方案,同时也为非线性偏微分方程的研究提出新的课题和思路。“黑体腔口辐射均匀性的两个判据”倡议用更为细致的‘不均匀度’和‘不对称度’来取代‘辐射率’。遭遇坎坷的“光伏碲镉汞探测器的模式”采用蒸发——扩散模型,顺理成章地解释了‘反图形’、‘正图形、反电流’、‘多次腐蚀’和‘单纯变形样品的 nP 结’等众多异常现象。有关信号调制的十六篇论文,涉及二维傅利叶变换、贝塞尔变换、沃尔歇变换、超几何函数、合流超比函数、广义函数和信息论领域。它就红外探测、红外跟踪、红外制导、红外光斑检测、红外象质评定等一系列问题,探索了弥散性和突变型的光斑,按直线、圆周、摆动、梅花等特殊扫描方式,在各种接收阵列上所呈现出的波形、频谱、调制函数、传递函数及空间频率等等,进而弥补修正了国内外某些同行的不足。如果背景亮度均匀,“光信号发生器的设计”则介绍如何设计特殊形状的调制孔,使光信号严格按正弦、锯齿、梯形、方波规律变化。No33~38 各篇,针对平面结构型的芯片,探讨芯片内部、外部的电势、电场、电流密度、电功率、热流和温度分布,在获得新电阻公式的同时,发现在不均匀电场中还存在有另外一个与‘欧姆电阻’既有联系又有迥然不同的‘功率电阻’;“红外小光点扫描系统若干测

试结果的分析”指出,在探测器芯片光敏面上的不同部位,其信号响应不尽相同,若用‘有效光敏面’替代几何意义上的光敏面,则能协调实验上发现的‘空间分辨率’与‘光电流’之间的矛盾。“实验数据的最佳逼近”提出如何正确分析实验数据,并检验理论与实验的吻合程度,且在“多级半导体制冷器的实验研究”及“精确计算湿敏传感器电容值的方法”等论文中给出示范。“多元光导碲镉汞器件电阻值的统计分析”对经典电阻公式能否适用于碲镉汞材料提出质疑。当然也有由于非技术性原因而被迫中断研究的“多元光导器件的工艺方案”。

对于业已公开发表的论文,包括合作者署名的顺序,字形字体的大小,横排还是竖排标题,版面是否分割?除适当缩小个别论文的版面,更正印刷错误及补充论文发表的会议、期刊标志、日期之外,其他完全忠实原样。为便于查寻,整个文集再加上 ~000~ 统一编号,获奖论文用★注明,并附上奖状及有关资料。有的论文已被美、英、日、德、印度、荷兰等国外杂志、大学、研究所转载、摘录或来函索取,由于经费和收集困难,故文集中不包括这方面的内容。

著者 1962 年毕业于云南大学物理系理论物理专业,是张永立教授的学生。在北京、中国科学院、声学研究所和上海、东海工作站期间,荣幸地遇到汪德昭教授、尚尔昌教授两位导师,蒋继萍、黄曾嘏、徐前方、华祖根等诸位研究员多方面的帮助。回昆明后,除与尹达人、杨亚文、王中德等研究员长期合作外,得到昆明工学院院长屈维德教授,云南大学保明堂、张世杰付教授以及本所李炽、冯炽涛两位研究员的指导和帮助,张景韶、帅开福、李德祥、范炳筠、杨雄超、曾光丽、朱惜辰、邵式平、张绍举、李能祥、莫保民、余菊仙、梁宏林、张星灿、张莲萍、魏建华、张庭贵以及有关单位的荣应天、宁国荣、韩天昌、纳爱琼、纳国倩、徐国森、郭之镛、陈水泉等位所长、处长、科长、教授、系主任、研究室主任、正、副研究员、高级工程师和黄醒良、杨川梅、马智玲、尹敏、何丹、刘丽岩、郑卫健、邓少生、马笑冬、陈爱萍、程开芳、张玉棠、裘萍等位博士、硕士、助理研究员、工程师、实验师、技术员的多方面帮助和支持。刘虹、保峥春、程进、庄继胜为文集作了大量的打字工作,金福瑾女士经济上给予支持。另外还有不少给予这样或那样的支持和帮助,恕不一一列举姓名了。著者在此对上述诸位女士、先生致予衷心的感谢!

许生龙

1993 年 8 月 26 日

论文目录及发表情况

- 1.一类变密度分层介质的反射系数..... ~1~
《海洋学报》1980年第2期.
- 2.变密度分层介质的反射系数..... ~7~
《第一届全国声学学术会议》论文集, 1964年4月, 北京
《水声学论文集》第一集, 中国科学院声学研究所, 1965年.
- 3.反射系数的渐近特性..... ~15~
《昆明物理学会年会》1982年4月宜良.
《云南大学学报》, 1984年第2期.
- 4.海洋中爆炸声源的定位..... ~23~
- 5.Mathematical Model for Traffic Noise in Kunming City..... ~32~
《第十四届国际声学学术会议(14thICA)》论文集, 1992年9月3日~10日, 北京.
- 6.昆明市交通噪声的数学模型.~34~
- 7.★公元2000年昆明市交通噪声预测~37~
《云南省环境、资源、经济学术讨论会》论文集, 1991年3月 昆明
- 8.昆明市交通噪声的治理和预测..... ~43~
《昆明环境》, 1990年第3期.
- 9.COMMENTS ON "ON THE COMPUTATION AND THE EFFECTIVENESS OF DISCRETE SINE TRANSFORM"
.....~45~
《Comput.& Elect Engng》 Vol,12 No,1 / 2.pp 23-27 1986.
- 10.★第I种离散 cosine 变换的残余相关.....~51~
《电子学报》, 1985年第6期.
- 11.精确测量高斯光斑参数的调制盘方法.....~55~
《光学学报》, 1982年第1期.
- 12.再论测量高斯光斑参数的调制盘方法.....~62~
《光学学报》, 1983年第6期.
- 13.一种界面方程为非球面型的透镜.....~66~
《云南物理学会80年年会》, 1981年昆明.
《高速摄影与光子学》, 1982年第4期.
- 14.光线在分层介质中的“迹”.....~76~
《高速摄影与光子学》, 1985年第2期.
- 15.光信号发生器的设计.....~83~
《红外技术》, 1984年第1期.
- 16.红外小光点扫描系统若干测试结果的分析.....~89~
《物理》, 1985年第7期.
- 17.测量激光光斑的频谱分析法.....~91~
《应用激光》, 1985年第4期.

- 18.同轴红外光学系统象质评定的调制盘方法.....~96~
《激光与红外》,1983年第11期.
- 19.红外制导系统象质评定的调制盘方法.....~98~
《激光与红外》,1983年第4期.
- 20.用边缘扩展函数测量热像仪的调制传递函数.....~102~
《激光与红外》,1985年第1期.
- 21.测量红外光学传递函数的调制盘方法.....~106~
《红外技术》,1984年第2期.
- 22.红外光斑的实验检测.....~111~
《工程光学学术交流会议》,1981年10月昆明海口.
- 23.红外光斑检测述评.....~116~
《第六届全国红外技术交流会》,1984年11月洛阳.
《红外技术》,1985年第2期.
- 24.调频红外跟踪器的一种最佳方案.....~121~
《红外与激光技术》,1983年第3期.
- 25.★矩形线阵直线扫描分析.....~126~
《军用红外整机技术交流会》,1978年9月昆明.
《红外应用文选》
- 26.★若干红外扫描系统信号波形及其频谱的理论计算.....~136~
《全国热成像技术交流会》,1980年10月天津.
《全国热成像技术交流会》论文选编.
- 27.黑体腔口辐射均匀性的两个判据.....~151~
《第二届全国红外物理学术讨论会》,1984年12月厦门.
《红外与激光技术》,1986年第2期.
- 28.检测黑体辐射分布的频谱分析法.....~159~
《第六届全国红外技术交流会》,1984年11月洛阳.
《红外研究》,1984年第1期.
- 29.关于 D^* 测量中均方根转换系数的讨论.....~168~
《红外研究》,1983年第1期.
- 30.探测器芯片工作时的温度研究.....~173~
《红外与激光技术》,1985年第2期.
- 31.冷屏对探测器背景量子效率的影响.....~180~
《第三届碲镉汞技术交流会》,1980年10月天津.
《红外技术》,1981年第3期.
- 32.光伏碲镉汞探测器的模式探讨.....~192~
《红外科技会议》,1979年杭州.
《红外技术》,1980年第2期.

- 33.光电导探测器芯片中的电场分布.....~ 204~
《红外研究》, 1986年第1期.
- 34.红外探测器芯片中的电功率分布.....~ 209~
《红外在航空航天中应用学术交流会》, 1986年6月无锡.
《红外研究》, 1986年第6期.
- 35.光导探测器芯片中的温度分布.....~ 212~
《第六届全国非平衡统计物理会议》论文集, 1988年8月, 乌鲁木齐.
《红外研究》, 1988年第1期.
- 36.The Temperature Distribution in the Chip of a PC Detector ~ 219~
《Chinese Journal of Infrared & Millimeter Waves》 Volume 7.Number 1
- 37.★光导探测器芯片中的电容公式.~ 229~
《第八届全国红外科技学术会议》, 1988年10月 北京.
《红外研究》, 1989年第4期.
- 38.Formula of Capacity of the Chip in PC Detector.....~ 232~
《Chinese Journal of Infrared & Millimeter Waves》 Volume 8 Number 4
- 39.多元光导碲镉汞器件电阻值的统计分析.....~ 236~
《1989年全国碲镉汞技术交流会》论文集, 1989年8月 锦州.
- 40.碲镉汞器件的低温金丝球焊接.....~ 239~
《激光与红外》, 1990年第2期.
- 41.实验数据的最佳逼近.~ 242~
- 42.精确计算湿敏传感器电容值的方法.....~ 249~
《第三届全国湿度与水分学术交流会》论文集, 1990年8月呼和浩特.
《上海半导体》, 1991年第1期.
- 43.光导组件制冷性能的研究.....~ 253~
《云南省首届凝聚态物理及材料科学学术讨论交流会》论文集, 1990年3月昆明.
《第九届全国红外科技交流会》论文集, 1990年12月昆明.
- 44.多级半导体制冷器的实验研究.....~ 255~
《高温 SQUID 超导会议》, 1990年9月昆明.
《第九届全国红外科技交流会》论文集, 1990年12月昆明.
- 45.★半导体制冷的新公式推证.....~ 258~
《云南省第二届光学学术交流会》, 1991年8月昆明.
《科学通报》, 1992年第11期.
- 46.DERIVATION OF NEW FORMULAE FOR THERMOELECTRIC COOLING.....~ 262~
《CHINESE SCIENCE BULLETIN》 Vol.37.No.22.1992
- 47.半导体制冷的瞬态特征.....~ 267~
- 48.异型半导体制冷器的研究.....~ 270~
- 49.多级半导体制冷器的合理设计.....~ 274~
- 50.半导体制冷器件的统一公式.....~ 278~

51.多元光导器件的工艺方案.....	~ 284 ~
52.间隙极小的两个半无限长共轴同半径金属圆筒的电势分布~	299~
53.两个半无限长共轴同半径金属圆筒的电势分布.....	~ 305 ~
54.双曲——椭圆坐标系中的拉普拉斯方程.....	~ 309 ~
55.具有一小孔的无限大金属薄片上的电势分布	~ 313 ~
56.准常系数微分方程	~ 318 ~
57. $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ 的极限证法	~ 337 ~
58.四次方程的第四种公式解法.....	~ 339 ~
59.定积分矛盾性探讨.....	~ 241 ~

《云南大学校庆六十周年学术报告会》，1983年10月。

一类变密度分层介质的反射系数*

许 生 龙

(昆明物理研究所)

一、前 言

平面波在变密度分层介质中的反射情况,已有很多著者作过研究^{1,2},但由于数学上的困难,故一般选用的介质模型,不是计算烦琐就是与实际情况有较大出入。本文利用了 ψ 、 σ 之间有某种数学对称性这一特点,选择了一个比较简单,既富有广泛代表性又便于计算的介质模型,理论分析表明:①在高低频极限情况下,反射系数趋于菲涅尔公式。②密度参数不仅影响反射系数,而且还使折射率有所变化。

二、基 本 理 论

在绝热状态下,稳定不均匀流体介质中的声场方程为:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \rho c^2 \nabla \cdot \vec{V} = 0; \quad \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \nabla P = 0,$$

P ——声压; c ——声速; ρ ——介质密度; $\vec{V}$ ——介质质点的速度矢量。

引进新参量 ψ 、 σ 替代 P 、 ρ ,并将 ψ 简称为“波场”,

$$\psi = \sigma P, \quad \sigma = \frac{1}{\sqrt{\rho}},$$

则可得到十分简洁的方程:

$$\Delta \psi - \frac{1}{\sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial z} \psi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0.$$

如果只考虑单色波,且设谐振因子为 $e^{i\omega t}$,又可得到:

$$\Delta \psi + \left[k^2(x, y, z) - \frac{\Delta \sigma}{\sigma} \right] \psi = 0. \quad (1)$$

其中:

$$k^2(x, y, z) = \frac{\omega^2}{c^2(x, y, z)}, \quad \omega = 2\pi\nu.$$

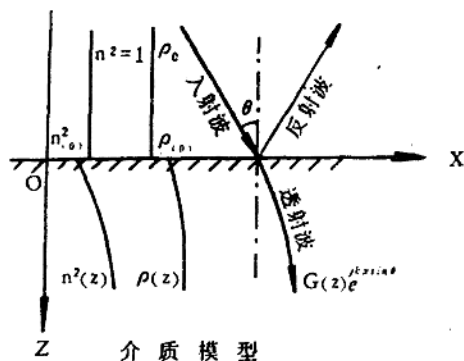
本文1979年8月收到。

* 本文在声学所汪德昭教授、尚尔昌副研、蒋维津副研指导下完成,并得到昆明物理所、杨亚文、尹达人工程师及云南大学数学系讲师保民堂等同志的热情帮助,作者在此向他们表示深切的感谢。

方程 (1) 是波动方程另一种形式。

由 (1) 式还不难看出: ψ 和 σ 具有某种数学对称性。这一特点为尔后找寻既符合实际情况, 富有广泛代表性, 又便于计算的介质模型提供了方便。

考虑如图所示的介质模型, 假设平面波 $Ae^{ik(x \cdot \sin\theta + y \cdot \cos\theta)}$ 从 $z = -\infty$ 处入射, 代入 (1) 式计算, 整理简化后得, 在 $z = 0$ 处, 反射系数为:



$$V(\theta) = \frac{jmk \cos \theta - \left[\frac{G'(0)}{G(0)} - \frac{\sigma'(0)}{\sigma(0)} \right]}{jmk \cos \theta + \left[\frac{G'(0)}{G(0)} - \frac{\sigma'(0)}{\sigma(0)} \right]}$$

其中: $m = \frac{\rho(0)}{\rho_0} = \frac{\sigma_c^2}{\sigma^2(0)}$, $k = \frac{\omega}{c_0}$, $\psi(x, y, z) = G(z)e^{jkx \sin \theta}$ 为方程 (1)

在下半空间 $z \geq 0$ 中的解。

三、介 质 模 型

假定在下半空间 ($z \geq 0$) 中, 分层介质的声学参量为:

$$\begin{cases} n^2(z) = n^2 + D \frac{e^{-\alpha z}}{[1 + e^{-\alpha z}]^2}, & \alpha > 0; \\ \rho(z) = \frac{1}{\sigma^2(z)} = \frac{\rho_\infty}{[1 + e^{-\alpha z}]^2 F^2(\beta, \beta, 1, -e^{-\alpha z})} \end{cases}$$

$F(\beta, \beta, 1, -e^{-\alpha z})$ 为超比函数。

这种介质的特点是:

(I) 远场情况: 若 $z \gg \frac{1}{\alpha}$, 则 $e^{-\alpha z} \sim 0$, 得:

$$\begin{aligned} n^2(z) &= n^2 + De^{-\alpha z} + \dots, \\ \rho(z) &= \rho_\infty [1 + 2\beta(\beta-1)e^{-\alpha z} + \dots], \\ \frac{\rho'(z)}{\rho(z)} &\approx -2\alpha\beta(\beta-1)e^{-\alpha z} + \dots. \end{aligned} \quad (2)$$

(II) 近场情况, 若 $z = 0$,

$$\begin{cases} n^2(0) = n^2 + \frac{1}{4}D \\ \rho(0) = \frac{\rho_\infty}{2^{2\beta} F^2(\beta, \beta, 1, -1)} = \left[\frac{\Gamma\left(\frac{1+\beta}{2}\right) \Gamma\left(1 - \frac{\beta}{2}\right)}{\sqrt{2}} \right]^2 \rho_\infty; \end{cases}$$

若: $z \sim 0$, 则 $-e^{-az} = -1 + az + \dots$,

$$\begin{aligned} n^2(z) &= n^2(0) - \frac{1}{16} D (az)^2 + \dots, \\ \rho(z) &= \rho(0) \left[1 + 2 \frac{\Gamma\left(\frac{1+\beta}{2}\right) \Gamma\left(1 - \frac{\beta}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1-\beta}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\beta}{2}\right)} (az) + \dots \right]. \end{aligned}$$

显然, 这样选择的模型比较接近实际情况。

四、反 射 系 数

应用一节中的基本理论于二节中的介质模型, 则在 $z = 0$ 处, 反射系数 $V(\theta)$ 的表达式为:

$$V(\theta) = \frac{m \cos \theta - j \frac{\alpha}{k} \left[\eta\left(\frac{k}{\alpha}\right) - \eta(0) \right]}{m \cos \theta + j \frac{\alpha}{k} \left[\eta\left(\frac{k}{\alpha}\right) - \eta(0) \right]}.$$

其中:

$$m = \frac{\rho(0)}{\rho_0}, \quad k = \frac{\omega}{c_0},$$

$$\eta\left(\frac{k}{\alpha}\right) = \frac{\Gamma\left(w + \frac{1}{2}\right) \Gamma\left(u + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(w) \Gamma(u)}$$

$$w = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{k}{\alpha}\right)^2 D + \left(\beta - \frac{1}{2}\right)^2} - j \frac{k}{\alpha} \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta},$$

$$u = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \sqrt{\left(\frac{k}{\alpha}\right)^2 D + \left(\beta - \frac{1}{2}\right)^2} - j \frac{k}{\alpha} \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}.$$

< II > 高频情况: 在 $\frac{k}{\alpha} \gg 1$ 时, 利用斯特林展开式:

$$\log \Gamma(a) = \log \sqrt{2\pi} + \left(a - \frac{1}{2}\right) \log a - a + \frac{1}{12a} - \frac{1}{360a^3} + \dots,$$

~ 3 ~

$$\log \eta\left(\frac{k}{a}\right) = \log \sqrt{wu} - \left[\frac{w+u}{8wu} - \frac{w^3+u^3}{192w^3u^3} + \dots \right].$$

由于:

$$wu = -\frac{k^2}{a^2} \left[n^2 + \frac{D}{4} + \frac{a^2}{4k^2} \beta(\beta-1) - \sin^2 \theta \right] - \frac{j}{2} \cdot \frac{k}{a} \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta},$$

令:

$$n_0^2(f) = n^2 + \frac{D}{4} + \frac{a^2}{4k^2} \beta(\beta-1) = n^2(0) + \frac{a^2}{4k^2} \beta(\beta-1), \quad (3)$$

则:

$$V(\theta) = \frac{\frac{\rho(0)}{\rho_0} \cos \theta - \sqrt{n_0^2(f) - \sin^2 \theta} + A(\theta)}{\frac{\rho(0)}{\rho_0} \cos \theta + \sqrt{n_0^2(f) - \sin^2 \theta} - A(\theta)}. \quad (4)$$

其中:

$$\begin{cases} A(\theta) = j \frac{\alpha}{k} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{1+\beta}{2}\right) \Gamma\left(1 - \frac{\beta}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1-\beta}{2}\right) \Gamma\left(\frac{\beta}{2}\right)} + \frac{3}{16} \left(\frac{\alpha}{k}\right)^2 \frac{n^2(f) - \sin^2 \theta}{n_0^2(f) - \sin^2 \theta}, \\ n^2(f) = n^2 + \frac{D}{6} + \frac{1}{6} \left(\frac{\alpha}{k}\right)^2 \beta(\beta-1). \end{cases}$$

由 $n_0^2(f)$ 的表达式 (3) 可见, 密度参数对声折射率 n^2 贡献一修正项 $\frac{a^2}{4k^2} \beta(\beta-1)$.

< N > 低频情况: 在 $\frac{k}{a} \ll 1$ 时, 则有:

$$\begin{cases} w = \frac{\beta}{2} - j \frac{k}{2} \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} + \frac{\left(\frac{k}{a}\right)^2 D}{2(2\beta-1)} + \dots, \\ u = \frac{1-\beta}{2} - j \frac{k}{a} \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} - \frac{\left(\frac{k}{a}\right)^2 D}{2(2\beta-1)} + \dots. \end{cases}$$

利用展开式:

$$\Gamma(x+\delta) = \Gamma(x) \left[1 + \tilde{\psi}(x)\delta + \frac{1}{2} \tilde{\psi}'(x)\delta^2 + \dots \right],$$

就可得到:

$$\begin{aligned} j \frac{\alpha}{k} \left[\eta\left(\frac{k}{a}\right) - \eta(0) \right] &= j \frac{\eta\left(\frac{k}{a}\right) - \eta(0)}{\left(\frac{k}{a}\right)} \\ &= \frac{2\pi \Gamma\left(\frac{1+\beta}{2}\right) \Gamma\left(1 - \frac{\beta}{2}\right)}{\sin \beta\pi \cdot \Gamma\left(\frac{\beta}{2}\right) \Gamma\left(1 - \frac{\beta}{2}\right)} \left[\sqrt{n^2 + \sin^2 \theta} + j \frac{k}{a} \xi(\theta) + \dots \right]. \end{aligned}$$

反射系数变为:

$$V(\theta) = \frac{\frac{\rho_\infty}{\rho_0} \cos \theta - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} - j \frac{k}{a} \zeta(\theta)}{\frac{\rho_\infty}{\rho_0} \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} + j \frac{k}{a} \zeta(\theta)}, \quad (5)$$

其中:

$$\begin{cases} \zeta(\theta) = a - b[n^2 - \sin^2 \theta], \\ a = \frac{D \sin \beta \pi}{2\pi(2\beta - 1)} \left[\bar{\psi}\left(\frac{1+\beta}{2}\right) - \bar{\psi}\left(\frac{\beta}{2}\right) - \cot \beta \pi \right], \\ b = \frac{\sin \beta \pi}{2\pi} \left\{ 4 \left[\bar{\psi}'\left(\frac{1+\beta}{2}\right) - \bar{\psi}'\left(\frac{\beta}{2}\right) \right] + 4\pi^2 \cot \beta \pi - \pi^2 \sec^2\left(\frac{\beta}{2} - \pi\right) + \right. \\ \left. + \pi \bar{\psi}\left(\frac{\beta}{2}\right) \cot(\beta\pi/2) + \pi \bar{\psi}\left(\frac{1+\beta}{2}\right) \tan \frac{\beta}{2} \pi \right\}, \\ \bar{\psi}(x) = \frac{I''(x)}{I'(x)} \end{cases}$$

参 考 文 献

- (1) 布列霍夫斯基格, Л. М., 分层介质中的波, 杨训仁译, 科学出版社.
(2) Tolstoy, I., ICA (Fourth 1962), K14.

THE REFLECTION INDEX OF A KIND OF STRATIFIED MEDIUM WITH VARIABLE DENSITY

Xu Shenglong

(Kunming Institute of Physics)

ABSTRACT

The reflections of the plane wave in a stratified medium with variable density have been investigated by many authors. Owing to the mathematical difficulty, generally the selected medium model may be either troublesome in calculation or quite different from the practical situation. In this paper, a medium model that is not only simple with an extensive representation but also convenient for calculation has been selected by utilizing a specificity of mathematic symmetry between 4 and 6.

The theoretical analysis shows:

1. In the limited case of the high or low frequency, the coefficient of reflection tends to Fresnel's formula.
2. The gradient of the density not only influences the reflection index but also causes a change in refraction index.

变密度分层介质的反射系数

尚尔昌 許生龙

(中国科学院声学研究所)

文中推导了平面波从声速及密度均为分层变化的介质上反射时的反射系数, 讨论了波动方程在此情况下的几种可解情形。对两类密度分层变化介质——(1) 密度线性递增介质, (2) 密度指数衰减介质——作了具体计算。结果表明, 密度分层变化对高频反射场影响甚小, 反射系数趋于以界面密度表征的均匀密度介质情况下的值。而对低频反射场影响显著, 其效果相当于界面变“硬”(当梯度为正)或变“软”(当梯度为负)。

一、引言

关于平面波从非均匀介质反射的问题, 无论在电磁波传播的领域, 或是声波及弹性波传播的领域, 都作过大量的工作(例如见[1]及其所引文献)。在声传播问题中, 过去较多的工作是考虑波从声速分层变化介质的反射, 此时常假定介质的密度是常数。然而有很多情况介质的密度变化是需要考虑的, 例如大气介质、地壳、海底介质、以及声学材料中的渐变吸收介质^[2]等。在声速与密度同时变化的介质中的传播问题是很复杂的, 文[3]曾提出一种方法, 避开波动方程, 而直接解反射系数所满足的利卡迪(Riccati)型方程。但是这种方法所使用的逐步渐近解, 实际上只对于弱反射层及弱反射层等几种有限情况, 才便于进行场的分析, 而一般情况下, 只能用电子计算机求数值解。本文从流体力学基本方程组出发, 引用文[4]所提出的变换以得到赫姆霍兹型的波动方程, 然后根据场的连续性条件, 导出反射系数的表达式。随后讨论了在此情况下波动方程可由已知函数表达解的情况(以后称为可解情况), 得到了几种可解的并具有实际意义的介质情况。为了定量估计密度变化对反射场的影响, 我们具体计算了两种简单模型的反射系数: (甲)声速均匀, 密度线性递增介质; (乙)声速均匀, 密度指数衰减介质。对反射场进行了理论分析, 并在给定的参数下对模型(甲)作了数值计算。

二、基本方程及反射系数

从连续性方程及欧勒方程出发:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} + \rho \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0, \\ \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

考虑小振幅情况, 则式(1)变为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho c^2 \operatorname{div} \mathbf{u} &= 0, \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

在一般宏观非均匀介质中, ρ 和 c 是空间函数, 由(2)可以得到关于 P 的微分方程:

$$\rho \operatorname{div} \left(\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} P \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P}{\partial t^2} = 0.$$

以下我们考虑简谐过程(时间因子 $e^{-i\omega t}$ 略去不写):

$$\Delta P + K^2 P - \frac{1}{\rho} \operatorname{grad} \rho \cdot \operatorname{grad} P = 0. \quad (3)$$

引入 $\psi = \frac{1}{\sqrt{\rho}} P$, 则可以得到关于 ψ 的赫姆霍兹型方程^[4]:

$$\Delta \psi + K^2(x, y, z) \psi = 0, \quad (4)$$

其中

$$K^2(x, y, z) = k^2 + \frac{1}{2\rho} \Delta \rho - \frac{3}{4} \left(\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} \rho \right)^2. \quad (5)$$

用函数 ψ 来描述场时, 它与声压、质点速度的关系如下:

$$\left. \begin{aligned} P &= \sqrt{\rho} \psi, \\ u &= \frac{1}{i\omega} \left[\frac{1}{\sqrt{\rho}} \operatorname{grad} \psi + \frac{\psi}{\rho} \operatorname{grad} \sqrt{\rho} \right], \\ u_z &= \frac{1}{i\omega} \left[\frac{1}{\sqrt{\rho}} \frac{\partial \psi}{\partial z} + \frac{\psi}{2\rho^{3/2}} \frac{\partial \rho}{\partial z} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

设界面与 XY 平面重合, $z \leq 0$ 为均匀半空间, ρ_0, c_0 为常数; $z \geq 0$ 为分层非均匀半空间, 密度为 $\rho_1(z)$, 声速为 $c_1(z)$; 自 $z < 0$ 以 θ_0 角入射一单位振幅的平面波, 求反射系数的表式(见图 1).

分离变量后得到场如下:

$$z \leq 0, \quad \psi_0(x, z) = e^{i\lambda x} [e^{i\beta_0 z} + V e^{-i\beta_0 z}], \quad (7)$$

$$z \geq 0, \quad \psi_1(x, z) = e^{i\lambda x} [D Z_1(z)], \quad (8)$$

其中 $\lambda = k_0 \sin \theta_0$, $\beta_0 = \sqrt{k_0^2 - \lambda^2}$, 并规定

$$\arg \beta_0 = 0. \quad (9)$$

而 $Z_1(z)$ 则为满足以下方程的解:

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + [K_1^2(z) - \lambda^2] Z = 0,$$

其中

$$\left. \begin{aligned} K_1^2(z) &= k_1^2(z) + \frac{1}{2\rho_1} \frac{d^2 \rho_1}{dz^2} - \frac{3}{4} \left[\frac{1}{\rho_1} \frac{d\rho_1}{dz} \right]^2, \\ \lim_{z \rightarrow +\infty} |Z_1(z)| &= 0, \text{ 当 } \operatorname{Im} K_1 > 0 \text{ 时.} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(7)及式(8)中的反射系数 V 及折射系数 D , 可以由 $z = 0$ 处场之连续性条件定出:

压力连续

$$\sqrt{\rho_0} \psi_0|_{z=0} = \sqrt{\rho_1} \psi_1|_{z=0},$$

法向速度连续

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{\rho_0}} \frac{\partial \psi_0}{\partial z} \Big|_{z=0} &= \left[\frac{1}{\sqrt{\rho_1}} \frac{\partial \psi_1}{\partial z} + \frac{\psi_1}{2\rho_1^{3/2}} \frac{\partial \rho_1}{\partial z} \right] \Big|_{z=0}. \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

~ 8 ~

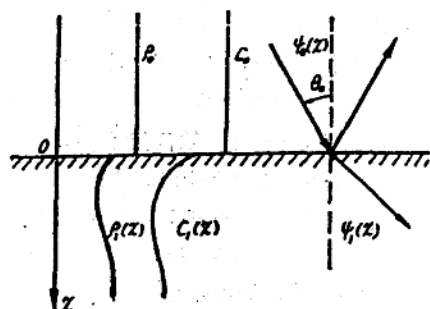


图 1

把(7)及(8)代入式(11),我們便得到

$$V = \frac{im\beta_0 - \left[\frac{Z_1'(0)}{Z_1(0)} + \frac{\rho_1'(0)}{\rho_1(0)} \right]}{im\beta_0 + \left[\frac{Z_1'(0)}{Z_1(0)} + \frac{\rho_1'(0)}{\rho_1(0)} \right]}, \quad (12)$$

$$D = \sqrt{\frac{\rho_0}{\rho_1(0)}} \left(\frac{2im\beta_0}{Z_1(0) \left[im\beta_0 + \frac{Z_1'(0)}{Z_1(0)} + \frac{\rho_1'(0)}{\rho_1(0)} \right]} \right), \quad (13)$$

其中 $Z_1'(0) = \left[\frac{d}{dz} Z(z) \right]_{z=0}$, $m = \frac{\rho_1(0)}{\rho_0}$.

当介质的密度不变而只考虑声速变化时,有:

$$V = \frac{im\beta_0 - \left[\frac{F_1'(0)}{F_1(0)} \right]}{im\beta_0 + \left[\frac{F_1'(0)}{F_1(0)} \right]}, \quad (14)$$

其中函数 $F_1(z)$ 满足

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 F_1}{dz^2} + [k^2(z) - \lambda^2] F_1 &= 0, \\ \lim_{z \rightarrow +\infty} |F_1| &= 0, \text{ 当 } \operatorname{Im} \lambda_1 > 0 \text{ 时.} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

对比式(12)与式(14),我們看出,考虑介质密度变化与不考虑密度变化有两点区别: 1) 多出一项 $\frac{\rho_1'(0)}{\rho_1(0)}$ 的贡献,这一项在低频时有显著作用; 2) 当密度变化时波函数 $Z(z)$ 的形式[由式(10)确定]也与密度不变时的波函数 $F_1(z)$ 的形式[由式(15)确定]不同. 显然,当 $\rho_1(z) = \text{const.}$ 时,式(12)退化为式(14).

三、关于方程(10)可解情况的讨论

公式(12)能否用来计算反射系数的问题,归结为在给定介质参数 $\rho_1(z)$ 与 $k_1(z)$ 的情况下,方程(10)是否可解的问题. 如所周知,赫姆霍兹型方程(10)只是在有限几种 $k_1^2(z)$ 的情况下,其严格解才可以通过有表可查的函数来表达^[1]. 为此,需要限制 $\rho_1(z)$, $k_1(z)$ 的函数形式,使之既能描述实际介质,又便于进行计算.

对于任意给定的 $k_1^2(z)$, 可以通过解下列常微分方程的方法来确定使问题可解的 $\rho_1(z)$ 形式:

$$\frac{1}{2\rho} \frac{d^2 \rho}{dz^2} - \frac{3}{4} \left[\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz} \right]^2 = F_0(z) - k_1^2(z) \quad (16)$$

其中 $F_0(z)$ 代表那些能使方程(10)可解的函数类. 当式(16)成立时,波动方程(10)立即化为已知可解情形,此时把(16)代入(10),便有

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + [F_0(z) - \lambda^2] Z = 0, \quad (17)$$

而寻求满足(16)的函数 $\rho(z)$ 时,可以作如下的变换^[3]. 令

$$\rho(z) = \frac{1}{\sigma^2(z)}, \quad (18)$$