

一九七九年高中、中专招生

39套 数学试题题解

重庆市教师进修学院编

目 录

高中招生试

- 1、四川省
- 2、北京市
- 3、上海市
- 4、天津市
- 5、河南省郑州市
- 6、湖北省武汉市
- 7、江西省南昌市
- 8、吉林省长春市
- 9、山西省太原市
- 10、辽宁省旅大市
- 11、新疆乌鲁木齐市
- 12、安徽省
- 13、广东省晋江地区
- 14、云南省红河州
- 15、江苏省南通地区
- 16、湖北省宜昌地区
- 17、河南省开封地区
- 18、山西省榆林地区
- 19、广西桂林地区
- 20、河北省石家庄市
- 21、湖南省株洲市
- 22、浙江省温州市

- 23、湖南省岳阳市
- 24、湖北省沙市市
- 25、江西省九江地区
- 26、福建省建宁县
- 27、△△△△

中专、技校招生试题

- 28、四川省
- 29、浙江省
- 30、安徽省
- 31、吉林省
- 32、陕西省
- 33、贵州省
- 34、福建省
- 35、新疆维吾尔自治区
- 36、内蒙古自治区
- 37、辽宁省
- 38、黑龙江省
- 39、江苏省苏州市

四川省一九七九年
初中毕业生报考中专(高中)试题

一、计算： $\left[\left| -3\frac{1}{3} \right| - \left| +2\frac{1}{2} \right| \right] \div \left[-4^2 \times (-0.5)^3 \right]$
 $\times \left(-1\frac{1}{5} \right)^2$. (6分)

二、计算： $\frac{6\sqrt{2}}{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}} - \left[\sqrt{(-6)^2} + \sqrt{24} \right]$
 (6分)

三、已知 $1 < x < 3$ ，化简 $\sqrt{(1-x)^2} + \sqrt{(x-4)^2}$.
 (4分)

四、分解因式：

(1) $a^4 - 4a^3 + 7a^2 - 12a + 12$; (4分)

(2) $x^5 + x^4y^2 + 4x^2y^4 + 4y^6$. (4分)

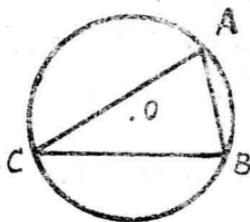
五、解下列不等式，并在数轴上把它的解表示出来：

$$\frac{1}{3}(x-1)^2 + 1 < \frac{1}{6}(2x+1)(x+2) - \frac{1}{2}$$

(7分)

六、已知 $\triangle ABC$ 的外接圆 O 的直径为 5 cm, AB 边的长为 3 cm, 求 $\sin C$ 的值.

(4分)



(第六题图)

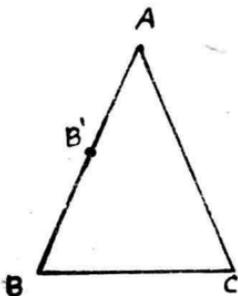
七、证明定理：

到一个角的两边的距离相等的点，在这个角的平分线上。

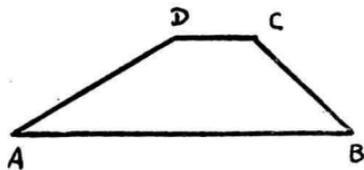
(要求：写出已知、求证、证明) (8分)

八、计算：
$$\frac{x^2+6x+10}{x^2+6x+9} + \frac{11-x^2}{9-x^2} - \frac{2x^2+8x+7}{x^2+4x+3}$$
 (8分)

九、如图，在 $\triangle ABC$ 中， $AB=AC$ ， B' 点是 B 点关于 AB 边上的高的对称点。求证： $BC^2=AB \cdot BB'$ 。(11分)



(第九题图)



(第十题图)

十、已知梯形 $ABCD$ 的上底 $DC=3\text{cm}$ ，腰 $CB=4\sqrt{2}\text{cm}$ ， $\angle D=150^\circ$ ， $\angle C=135^\circ$ 。求梯形 $ABCD$ 的面积。(13分)

十一、某工程队，原计划由52人在一定时间内完成一项工程，后来，决定从开工之日起就采用能提高工作效率50%的新技术，只派40人去工作，结果比原计划提前6天完成这项工程。求采用新技术完成这项工程的天数。(10分)

十二、解方程：
$$3 \left(\frac{x}{x^2 + \frac{1}{4}} \right) + \frac{2}{3} = \frac{x^2 + \frac{1}{4}}{x}$$
 (15分)

提示或解答

$$\begin{aligned} \text{一、解:原式} &= \left[3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} \right] \div \left[-16 \times \left(-\frac{1}{8} \right) \right] \times \frac{36}{25} \\ &= \frac{5}{6} \times \frac{1}{2} \times \frac{36}{25} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{二、解:原式} &= \frac{6\sqrt{2}(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})}{(3\sqrt{2}-2\sqrt{3})(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})} \\ &\quad - (6+2\sqrt{6}) \\ &= \frac{6(6+2\sqrt{6})}{6} - (6+2\sqrt{6}) = 0 \end{aligned}$$

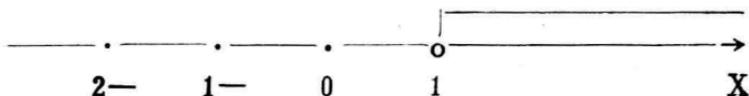
$$\begin{aligned} \text{三、解:} &\because 1 < x < 3, \therefore 1 - x < 0, x - 4 < 0, \\ &\therefore \text{原式} = |1-x| + |x-4| = (x-1) + (4-x) = 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{四、(1)解:原式} &= (a^4 - 4a^3 + 4a^2) + (3a^2 - 12a + 12) \\ &= a^2(a^2 - 4a + 4) + 3(a^2 - 4a + 4) \\ &= (a-2)^2(a^2 + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(2)解:原式} &= x^4(x^2+y^2) + 4y^4(x^2+y^2) = (x^2+y^2) \cdot \\ &\quad (x^4+4y^4) \\ &= (x^2+y^2)(x^4+4x^2y^2+4y^4-4x^2y^2) \\ &= (x^2+y^2)[(x^2+2y^2)^2-4x^2y^2] \\ &= (x^2+y^2)(x^2+2xy+2y^2)(x^2-2xy+2y^2) \end{aligned}$$

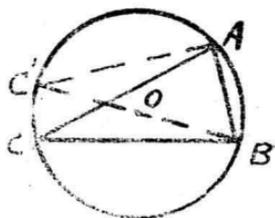
$$\begin{aligned} \text{五、解:去分母} &2(x-1)^2 + 6 < (2x+1)(x+2) - 3 \\ \text{即} &2x^2 - 4x + 8 < 2x^2 + 5x - 1, -9x < -9, \\ &x > 1. \end{aligned}$$

这个不等式的解，在数轴上表示如下：



六、解：作直径 BOC' ，连结 AC' 则 $\angle C, \angle C' = 90^\circ$ ，
且 $\angle BAC' = 90^\circ$ ，

$$\therefore \sin C = \sin C' = \frac{AB}{BC'} = \frac{3}{5}$$



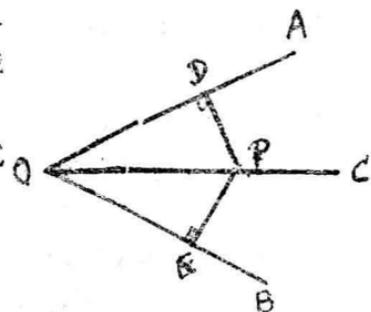
七、已知： $PD \perp OA, PE \perp OB$ ， D, E 是垂足， $PD = PE$ 。
求证：点 P 在 $\angle AOB$ 的平分线上

证明：从 O 点作经过 P 点的射线

OC ，在 $\triangle PDO$ 和 $\triangle PEO$ 中，

$\because PD \perp OA, PE \perp OB, D, E$ 是垂足，

$\therefore \angle PDO = \angle PEO = 90^\circ$



又 $OP = OP, PD = PE, \therefore \triangle PDO \cong \triangle PEO$ ，

$\therefore \angle DOP = \angle EOP$ 。就是 $\angle AOC = \angle BOC$ 。 $\therefore P$ 点在 $\angle AOB$ 的平分线上。

八、解一：

$$\text{原式} = 1 + \frac{1}{x^2 + 6x + 9} + 1 + \frac{2}{9 - x^2}$$

$$= 2 + \frac{1}{x^2 + 4x + 3}$$

$$= \frac{1}{(x+3)^2} - \frac{2}{(x+3)(x-3)} - \frac{1}{(x+3)(x+1)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x+1)(x-3) - 2(x+1)(x+3) - (x+3)(x-3)}{(x+3)^2(x-3)(x+1)} \\
 &= \frac{-2x^2 - 10x}{(x+3)^2(x-3)(x+1)} \quad \text{或} \\
 &= \frac{2x(x+5)}{(x+3)^2(x-3)(x+1)}
 \end{aligned}$$

解二：原式 = $\frac{x^2+6x+10}{(x+3)^2} + \frac{x^2-11}{(x+3)(x-3)}$

$$= \frac{2x^2+8x+7}{(x+3)(x+1)}$$

通分，分母 = $(x+3)^2(x-3)(x+1)$ ，

$$\begin{aligned}
 \text{分子} &= (x^2+6x+10)(x-3)(x+1) + (x^2-11) \cdot \\
 & \quad (x+3)(x+1) - (2x^2+8x+7)(x+3)(x-3) \\
 &= (x^4+4x^3-5x^2-38x-30) + (x^4+4x^3-8x^2- \\
 & \quad 44x-33) - (2x^4+8x^3-11x-72x-63) \\
 &= -2x^2-10x
 \end{aligned}$$

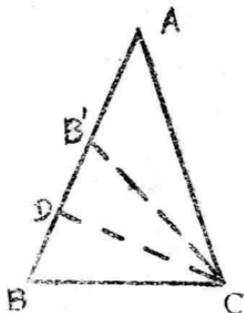
$$\therefore \text{原式} = \frac{-2x^2-10x}{(x+3)^2(x-3)(x+1)}$$

九、证明：如图，作出 $\triangle ABC$ 中 AB 边上的高 CD ， D 是垂足。

$\therefore B'$ 是 B 关于 CD 的轴对称点，

$\therefore B'$ 在 BA 边上，且 $BD = B'D$ 。

$\therefore CD$ 是 BB' 的垂直平分线。



连结 CB' ，则 $CB' = CB$ ，

∴ $\triangle CBB'$ 是等腰三角形.

在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle CBB'$ 中, $\angle ACB = \angle B$, $\angle CB'B = \angle B$, ∴ $\angle ACB = \angle CB'B$.

又 $\angle B = \angle B$, ∴ $\triangle ABC \sim \triangle CBB'$ ∴ $\frac{AB}{BC} = \frac{BC}{BB'}$,

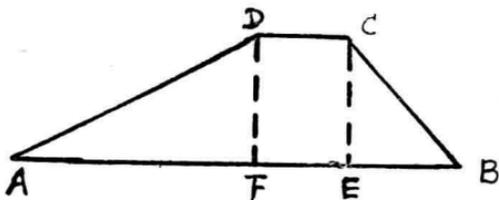
∴ $BC^2 = AB \cdot BB'$.

另证: 提示: 作 $CD \perp AB$ 判断出 $BD = \frac{1}{2}BB'$, 作 AE

$\perp BC$ 判断出 $BE = \frac{1}{2}BC$, 判定 $\triangle ABE \sim \triangle CBD$

即可得证

十、解: 作 $CE \perp AB$, $DF \perp AB$, 垂足分别为 E 、 F . 则



∵ $DC \parallel AB$, ∴ $CE = DF$,

$EF = CD = 3 \text{ cm}$

$\angle B = 180^\circ - \angle DCB = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$,

$\angle A = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$ 解直角三角形 BEC , 得

$$CE = BC \sin B = 4\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \text{ (cm)},$$

$$BE = CE = 4 \text{ (cm)}. \quad DF = CE = 4 \text{ (cm)}$$

在直角三角形 DFA 中:

$$AF = DF \operatorname{ctg} A = 4\sqrt{3} \text{ (cm)}$$

$\therefore AB=AF+EF+BE=4\sqrt{3}+3+4=7+4\sqrt{3}$
(cm).

\therefore 梯形ABCD的面积S为:

$$S=\frac{1}{2}(DC+AB)\cdot CE=\frac{1}{2}(3+7+4\sqrt{3})\times 4$$
$$=20+8\sqrt{3}\approx 33.86(\text{cm}^2).$$

答: 梯形ABCD的面积为 $(20+8\sqrt{3})\text{cm}^2$ 或为 33.86
(cm^2).

十一、解: 设采用新技术完成这项工程的天数为 x , 则原计划完成这项工程的天数为 $x+6$. 又设总工作量为 1,

则采用新技术的工作效率为 $\frac{1}{40x}$, 原计划的工作效率为

$$\frac{1}{52(x+6)},$$

依题意得方程: $\frac{1}{40x}=\frac{1}{52(x+6)}\times(1+50\%)$

$$52(x+6)=40x\times 1.5$$

$$x=39.$$

经检验, 39是所列方程的解, 也符合题意。

答: 采用新技术完成这项工程的天数为 39.

十二、解一: 设 $\frac{x^2+\frac{1}{4}}{x}=y$, 则原方程变形为 $\frac{1}{3y}+\frac{2}{3}=y$,

$$\text{即 } 3y^2-2y-1=0. \quad \therefore (3y+1)(y-1)=0,$$

$$\therefore y=-\frac{1}{3}, \text{ 或 } y=1.$$

$$\text{由 } y=-\frac{1}{3} \text{ 即 } \frac{x^2+\frac{1}{4}}{x}=-\frac{1}{3}, \text{ 得 } 12x^2+4x+3=0,$$

因这个一元二次方程的判别式 $\Delta = 4^2 - 4 \times 12 \times 3 < 0$.

\therefore 当 $y = -\frac{1}{3}$ 时, 原方程无实数根

由 $y = 1$ 即 $\frac{x^2 + \frac{1}{4}}{x} = 1$, 得 $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$\therefore x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$. 经检验 $\frac{1}{2}$ 是原方程的根。

解二: 方程两端同乘以 $3x(x^2 + \frac{1}{4})$, 得

$$x^2 + 2x(x^2 + \frac{1}{4}) = 3(x^2 + \frac{1}{4})^2$$

$$3(x^2 + \frac{1}{4})^2 - 2x(x^2 + \frac{1}{4}) - x^2 = 0$$

$$\left[3(x^2 + \frac{1}{4}) + x\right]\left[(x^2 + \frac{1}{4}) - x\right] = 0$$

$$\therefore 3(x^2 + \frac{1}{4}) + x = 0, \text{ 或 } (x^2 + \frac{1}{4}) - x = 0,$$

就是 $12x^2 + 4x + 3 = 0$, 或 $4x^2 - 4x + 1 = 0$.

由于 $12x^2 + 4x + 3 = 0$ 的判别式 $\Delta = 4^2 - 4 \times 12 \times 3 < 0$,

\therefore 方程 $12x^2 + 4x + 3 = 0$ 无实数根。

由 $4x^2 - 4x + 1 = 0$, 即 $(2x - 1)^2 = 0$,

得 $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$. 经检验, $\frac{1}{2}$ 是原方程的根。

北京市高中招生试题

一、(本题共30分, 每小题6分)

1. 计算: $-0.25^2 \div \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{2}\right) \times (-1)^{10}$.

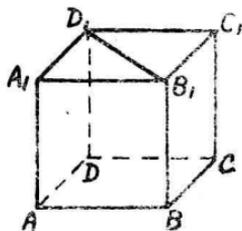
2. 解不等式组:
$$\begin{cases} x + 4 < 7 - 2x, \\ 3 - x < 4. \end{cases}$$

3. 计算: $\sqrt{(1 - \operatorname{tg}60^\circ)^2} - \cos30^\circ$

4. 如图。在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 指出下列每对直线的位置关系及每对直线所成的角的度数。

(1) B_1B 与 D_1B_1 ;

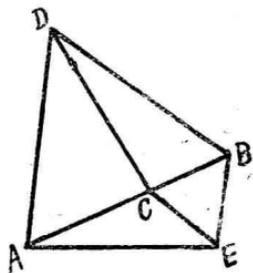
(2) AD 与 D_1B_1 .



(第一、4题图)

5. 已知: 如图, C 为线段 AB 上任一点, $\triangle ABD$ 和 $\triangle BCE$ 都是等边三角形.

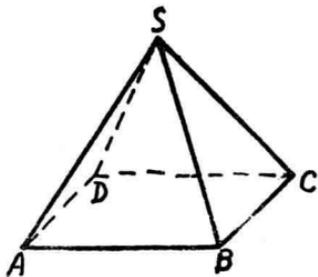
求证: $DC = AE$.



(第一、5题图)

二. (本题8分)化简: $\left(\frac{b}{a^2+ab} - \frac{2}{a+b} + \frac{a}{b^2+ab}\right) + \frac{(a-b)^2}{ab}$,
然后求出当 $a=2$, $b=\sqrt{3}$ 时, 这个式子的值.

三. (本题9分)如图, 正四棱锥 $S-ABCD$ 的底面边长为 8cm , 侧棱长为 9cm , 求它的体积.



(第三题图)

四. (本题13分)已知方程 $2x^2 - mx - 4 = 0$,

1. 不解方程, 判别这个方程的根的情况;

2. 设原方程的两个根是 x_1 和 x_2 , 且 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2$,

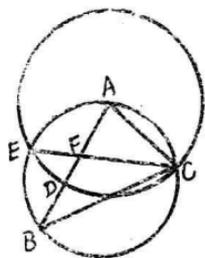
求实数 m 的值.

五. (本题13分)求直线 $x - y - 6 = 0$ 与圆 $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 4 = 0$ 的交点的坐标, 及以这两个交点为端点的弦的长; 并画出图形.

六. (本题13分)甲乙两水管同时向一水池注水, 注1小时, 水池还有 $\frac{1}{8}$ 没有注满, 如果甲管单独注40分钟后, 乙管再单独注半小时, 共注水池的 $\frac{1}{2}$. 求甲乙两管单独注水, 各需多少小时才能注满水池.

七. (本题14分)已知: 如图, 以园内接三角形 ABC 的顶

点A为园心，以AC为半径画园，交AB于D，交 $\triangle ABC$ 的外接园于E，又CE交AB于F。



(第七题图)

求证： $AD^2 = AF \cdot AB$

提示或解答

一. 1. $\frac{1}{8}$; 2. $-1 < x < 1$; 3. $\frac{\sqrt{3}}{2} - 1$;

4. (1) B_1B 与 D_1B_1 相交，所成角为 90° ；(2) AD 与 D_1B_1 异面，所成角为 45° 。

5. 提示：证 $\triangle CBD \cong \triangle EBA$ 。

二. 化简原式得 $\frac{1}{a+b}$ ；当 $a=2$ ， $b=\sqrt{3}$ 时，

$$\text{原式} = \frac{1}{a+b} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}.$$

三. 解：设底面中心为O，则棱锥的高

$$SO = \sqrt{SA^2 - AO^2} = \sqrt{9^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times 8\right)^2} = 7.$$

$$\text{所求体积 } V = \frac{1}{3} Sh = \frac{1}{3} \times 8^2 \times 7 = 149\frac{1}{3} (\text{cm}^3).$$

四. 1. $\because \Delta = m^2 + 32 > 0$ ，这个方程有相异二实根。

2. 由根与系数的关系知 $x_1 + x_2 = \frac{m}{2}$ ； $x_1 x_2 = -2$ 。

$$\text{故 } \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{m/2}{-2} = \frac{m}{-4} = 2. \therefore m = -8.$$

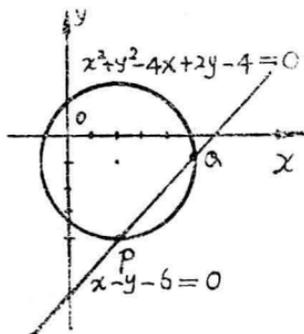
五、解：解方程组 $\begin{cases} x-y-6=0, & (1) \\ x^2+y^2-4x+2y-4=0 & (2) \end{cases}$

由(1) $y=x-6$ (3), 代入(2)化简得 $x^2-7x+10=0$,

$\therefore x_1=2, x_2=5$; 代入(3)得 $y_1=-4, y_2=-1$.

\therefore 直线和圆的交点坐标为 $P(2, -4); Q(5, -1)$.

所求弦长 $|PQ| = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2}$
 $= \sqrt{(5-2)^2 + (-1-(-4))^2} = 3\sqrt{2}$.



六、解：设甲、乙单独注水，各需 x, y 小时才能把水池注满，由题意

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 - \frac{1}{8}; & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2}{3x} + \frac{1}{2y} = \frac{1}{2}. & (2) \end{cases}$$

(2) $\times 2 -$ (1) 得 $x = \frac{8}{3}$ (小时), 代入 (1) 得 $y = 2$

(小时),

答：单独注满一池水，甲需 $\frac{8}{3}$ 小时，乙需 2 小时。

七、证明：连结 AE、BE.

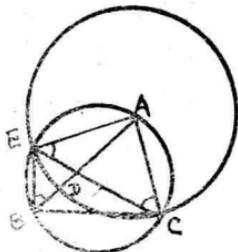
则 $\angle AEC = \angle ACE = \angle ABE$,

又 $\angle EAB$ 为公共角.

$\therefore \triangle AEF \sim \triangle ABE$.

故 $\frac{AF}{AE} = \frac{AE}{AB}$, $\therefore AE^2 = AF \cdot AB$.

但 $AD = AE$, $\therefore AD^2 = AF \cdot AB$.



上海市高中招生试题

一、填空 (每格 2 分, 共 20 分)

- (1) 最小的自然数是_____, 最小的质数是_____.
- (2) 数轴上所有的点表示的数是_____.
- (3) 等式 $\sqrt{a^2} = a$ 成立的条件是_____.
- (4) 不等式 $3 - 2x < 7$ 的解是_____.
- (5) 0.0000005 写成 $a \times 10^n$ 形式是_____.
- (6) $\cos 120^\circ$ 的值是_____.
- (7) 正方体的棱长增加为原来的 2 倍, 体积就增加为原来的_____倍.
- (8) 三角形的重心是三角形三条_____的交点.
- (9) 圆内接四边形两个对角的和等于_____.

二、计算 (每题 4 分, 共 24 分)

- (1) $3a^2x^3(-2a^3x^2)$; (2) $(-a^8)\left(-\frac{b}{a}\right)^7\left(-\frac{1}{b}\right)^6$;
- (3) $9\sqrt{3} + 6\sqrt{12} - 5\sqrt{48}$; (4) $\lg \frac{50}{7} + \lg \frac{70}{5} - \lg 1000$;
- (5) $\sin 150^\circ + \cos^2 60^\circ - \sqrt{3} \operatorname{tg} 30^\circ$; (6) $\frac{x}{1+x} + \frac{x}{1-x}$.

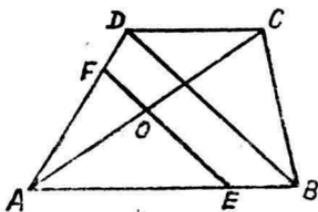
三、分解因式 (每题 4 分, 共 20 分)

- (1) $x^2 + 6x + 9$; (2) $x^2 - 6x - 72$;
 (3) $1 - x^3$; (4) $x^4 + x^2y^2 + y^4$;
 (5) $1 - n^4$.

四. 解方程 (每题 4 分, 共 20 分)

- (1) $3x - 2(10 - x) = 5$;
 (2) K 是什么数时, 方程 $(x - 1)^2 - kx = 0$ 有相等二实根?
 (3) $3 + \sqrt{4(x - 2)} = 7$; (4) $\frac{1}{x + 2} - \frac{2}{x - 2} = 1 - \frac{4x}{x^2 - 4}$;
 (5) 一艘轮船, 顺水行驶每小时 20 公里, 逆水行驶每小时 18 公里, 求这艘轮船的速度及水的流速.

- 五. (本题 8 分) 已知梯形 ABCD, 下底 AB 为上底 CD 的 2 倍, 点 O 为对角线 AC 的中点, EF 过 O 点且平行于 BD 并分别交 AB、AD 于 E、F. 如果



$BD = 8$ cm, 求 EF 的长,

- 六. (本题 8 分) 三角形 ABC 中, 已知 $\angle A = 60^\circ$, 周长为 20 cm, 面积为 $10\sqrt{3}$ cm², 求这个三角形各边的长.

提示或解答

- (1) 1, 2. (2) 实数. (3) $a \geq 0$
 (4) $x > -2$. (5) 5×10^{-7} (6) $-\frac{1}{2}$
 (7) 8. (8) 中线. (9) 180° .