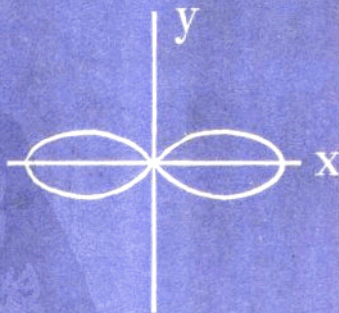
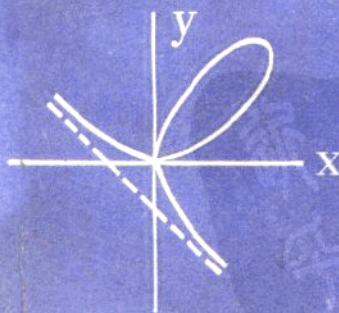
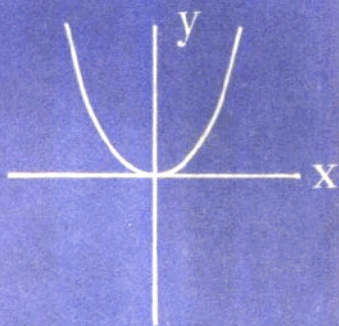
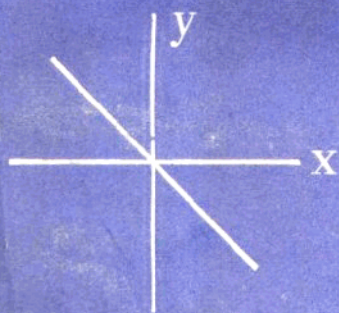


中学数学自学辅导教材

# 代 数

## 第四册(二)练习本

中国科学院心理研究所 卢仲衡 主编



地 质 出 版 社

(3)

# 第一章 常用对数

## 练习一

1. 填空（正整指数幂的运算法则）：

$$(1) a^m \cdot a^n =$$

$$(2) a^m \div a^n = \quad (a \neq 0, m > n);$$

$$(3) (a^m)^n =$$

$$(4) (ab)^n =$$

$$(5) \left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \quad (b \neq 0).$$

2. 填空：

$$(1) a^0 = \quad (a \neq 0);$$

$$(2) a^{-p} = \quad (a \neq 0, p \text{ 是正整数}).$$

3. 填空：

$$(1) (\sqrt[n]{a})^n =$$

$$(2) \text{当 } n \text{ 为奇数时, } \sqrt[n]{a^n} =$$

$$(3) \text{当 } n \text{ 为偶数时, } \sqrt[n]{a^n} =$$

$$(4) \sqrt[n]{a^{mp}} = \quad (a > 0).$$

4. 填空：

$$(1) a^{\frac{m}{n}} = \quad (a > 0, m, n \text{ 都是正整数, } n > 1).$$

$$(2) a^{-\frac{m}{n}} = \quad = \quad (a > 0, m, n \text{ 都是正整数}, n > 1).$$

5. 用符号“log”表示下列对数：

(1) 以2为底6的对数；

(2) 以 $\frac{1}{4}$ 为底5的对数；

(3) 以3为底10的对数；

(4) 以0.7为底6的对数。

## 练 习 二

1. 填空：

(1) 如果 $a^b = N$  ( $a$  \_\_\_\_\_ 且  $a$  \_\_\_\_\_ ) 我们称 $b$ 是 \_\_\_\_\_ 的对数，记作 \_\_\_\_\_ (其中  $a$  \_\_\_\_\_ , 且  $a$  \_\_\_\_\_ ,  $N$  \_\_\_\_\_ ) .

(2) 式 $\log_a N = b$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ,  $N > 0$ ) 中 $a$ 叫 \_\_\_\_\_ ,  $N$ 叫 \_\_\_\_\_ ,  $b$ 叫 \_\_\_\_\_ .

2. 判断正误，对的画√，错的画×：

(1)  $\log_2(-5)$ ; ( )

(2)  $\log_{-2}5$ ; ( )

(3)  $\log_2 0$ ; ( )

(4)  $\log_1 5$ ; ( )

(5)  $\log_0 25$ ; ( )

(6)  $\log_{10} 100$ . ( )

3. 回答下列问题:

(1) 真数是什么数时没有对数?

(2) 底是什么数时对数没有意义?

4. 填空:

(1) 当 \_\_\_\_\_ 时, 对数式  $\log_2(x-3)$  有意义.

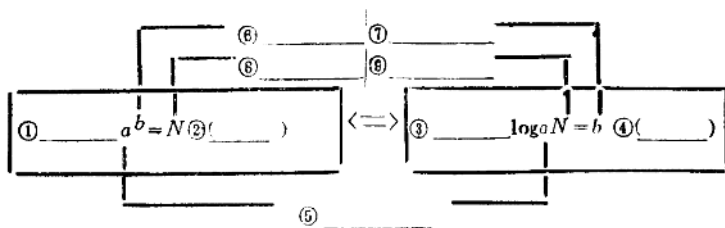
(2) 当 \_\_\_\_\_ 时, 对数式  $\log_3(2y+1)$  有意义.

(3) 当 \_\_\_\_\_ 时, 对数式  $\log_3 x^2$  有意义.

(4) 当 \_\_\_\_\_ 时, 对数式  $\log_{1-2x} 6$  有意义.

(5) 当 \_\_\_\_\_ 时, 对数式  $\log_{|x|} 5$  有意义.

5. 把下图中横线处填写上名称或条件:



6. 把下列指数式改写成对数式, 并指出底数、真数、对数各是什么?

(1)  $2^5 = 32;$

(2)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9;$

(3)  $125^{\frac{1}{3}} = 5;$

$$(4) 36^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{6}.$$

7. 填空:

- (1) 已知  $x = 5^3$ , 其中5是 \_\_\_\_\_, 3是 \_\_\_\_\_,  $x$  是 \_\_\_\_\_, 用 \_\_\_\_\_ 运算求出  $x =$  \_\_\_\_\_;
- (2) 已知  $x = (-2)^{-3}$ , 其中 \_\_\_\_\_ 是底数, \_\_\_\_\_ 是指数,  $x$  是 \_\_\_\_\_, 用 \_\_\_\_\_ 运算求出  $x =$  \_\_\_\_\_;
- (3) 在指数式中, 已知底数和指数求幂数用 \_\_\_\_\_ 运算;
- (4) 已知  $x^3 = 27$ , 求底数  $x$ , 用 \_\_\_\_\_ 运算. 这种运算是 \_\_\_\_\_ 的逆运算, 求出的  $x =$  \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_, 结果叫做 \_\_\_\_\_;
- (5) 已知  $x^2 = 4$ , 求底数  $x$  用开方运算, 这种运算是 \_\_\_\_\_ 的逆运算, 求出的  $x =$  \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_, 结果 \_\_\_\_\_ 叫做 \_\_\_\_\_;
- (6) 已知  $2^x = 32$ , 求 \_\_\_\_\_  $x$ , 用 \_\_\_\_\_, 这种运算是 \_\_\_\_\_ 的逆运算, 求出的  $x =$  \_\_\_\_\_, 结果 \_\_\_\_\_ 读作 \_\_\_\_\_;
- (7) 已知  $10^x = 0.0001$ , 求 \_\_\_\_\_  $x$ , 用 \_\_\_\_\_, 这种运算是 \_\_\_\_\_ 的逆运算, 求出的  $x =$  \_\_\_\_\_, 结果 \_\_\_\_\_ 读作 \_\_\_\_\_;
- (8) 已知  $6^x = 43$ . 求 \_\_\_\_\_  $x$ , 用 \_\_\_\_\_, 这种运算是 \_\_\_\_\_ 的逆运算, 求出的  $x =$  \_\_\_\_\_, 结果 \_\_\_\_\_, 读作 \_\_\_\_\_.

### 练习三

1. 把下列指数式化为对数式:

$$(1) 4^3 = 64 =$$

$$(2) \left(\frac{1}{3}\right)^x = \frac{1}{81} =$$

$$(3) 7^x = \frac{1}{\sqrt{7}} =$$

2. 用对数形式把下式中的 $x$ 表示出来:

$$(1) 2^x = \frac{1}{16}$$

$$(2) \left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$$

$$(3) \left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{256}$$

$$(4) 5^x = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

3. 用比较指数法求出下列各式中的 $x$ :

$$(1) 2^x = \frac{1}{16}$$

$$(2) \left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$$

$$(3) \left(\frac{1}{4}\right)^x = \frac{1}{256}$$

$$(4) 5^x = \sqrt{\frac{1}{5}}$$

4. 把下列对数式写成指数式，并求出  $x$  的值：

$$(1) \log_2 16 = x$$

$$(2) \log_{\sqrt{3}} 27 = x$$

$$(3) \log_8 \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2^2} = x$$

$$(4) \log_{\sqrt{4}} x = \frac{1}{2}$$

$$(5) \log_x 64 = 6$$

5. 求下列各式的值：

$$(1) \log_2 \frac{1}{4}$$

(2)  $\log_2 \pi$

(3)  $\log_2 1$

(4)  $\log_3 27^{-1}$

(5)  $\log_{10} 0.0001$

#### 练习四

1. 填空:

(1) 10的 $n$ 次幂就等于1后面带 $n$ 个0的\_\_\_\_\_位数。

(2) 10的幂指数比整数的位数\_\_\_\_\_。

2. 利用科学记数法来表示下列各数:

(1) 100000000;           (2) 8000000000;

(3) 24000000000;       (4) -1080000000.

解:

3. 用科学记数法来表示下列各数:

(1) 0.008698;           (2) 0.0002076;



(3) 0.75904;

(4) 0.00002135.

4. 什么叫做对数的恒等式?

5. 写出对数的四个基本恒等式:

(1)

(2)

(3)

(4)

6. 用语言叙述下列性质:

(1)  $\log_a a = 1$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ).

(2)  $\log_a 1 = 0$  ( $a > 0$ , 且  $a \neq 1$ ).

### 练习五

1. 判断对错, 对的画 $\checkmark$ , 错的画 $\times$ :

(1)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$  ( );

(2)  $\log_{-\frac{1}{2}} \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{2}$  ( );

(3)  $\log_1 1 = 1$  ( );

(4)  $\log_1 1 = 0$  ( );

(5)  $\log_{0.7} 1 = 1$  ( );

(6)  $\log_{|-5|} 1 = 0$  ( );

(7)  $\log_{x^2+2}(x^2+2) = x^2+2$  ( ) ;

(8)  $\log_{-3}1 = 0$  ( ) .

2. 根据  $a^{\log_a N} = N$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1, N > 0$ ) 求下列各式的值:

(1)  $5^{\log_5 \frac{1}{2}}$                       (2)  $\pi^{\log_\pi 3}$

(3)  $5^{\log_5 40}$                       (4)  $4^{\frac{1}{2} \log_4 64}$

(5)  $27^{-\log_3 2}$                       (6)  $10^{1 - \log_{10} 0.001}$

3. 根据  $\log_a a^b = b$  ( $a > 0$  且  $a \neq 1$ ) 求下列各式的值:

(1)  $\log_{10} 100$

(2)  $\log_{10} 0.0001$

(3)  $\log_{10} \frac{1}{100000}$

(4)  $\log_{10} \frac{1}{0.001}$

(5)  $\log_2 \frac{1}{8}$

(6)  $\log_{\frac{1}{2}} 32$

(7)  $\log_{27} 3$

4. 计算下列各式:

$$(1) \frac{1}{2} \log_{\sqrt{5}} \sqrt{5} - 5^{\log_{\sqrt{2}} 2} + \log_{\sqrt{5}} \sqrt{5} - \frac{8}{27} \log_{|-5|} 1.$$

$$(2) 10^{\log_{10}(\log_{10} \sqrt{100})}$$

$$(3) 5^{\log_5(\log_3 3^4)}$$

### 练习六

1. 判断对错, 对的画√, 错的画×, 若错了, 将错误的地方用横线划出来.

$$(1) \log_3(2+3) = \log_3 2 + \log_3 3 = \log_3 2 + 1, \quad ( )$$

$$(2) \log_3(2 \times 3) = \log_3 2 + \log_3 3 = \log_3 2 + 1, \quad ( )$$

$$(3) \log_3(2-3) = \log_3 2 - \log_3 3 = \log_3 2 - 1, \quad ( )$$

$$(4) \log_3[(-2) \times (-3)] = \log_3(-2) + \log_3(-3) \\ = -\log_3 2 - \log_3 3 \\ = -\log_3 2 - 1, \quad ( )$$

$$(5) \log_3 \frac{2}{3} = \frac{\log_3 2}{\log_3 3} = \log_3 2, \quad ( )$$

$$(6) \log_3 \frac{2}{3} = \log_3 2 - \log_3 3 = \log_3 2 - 1; \quad ( \quad )$$

$$(7) \frac{\log_3 2}{\log_3 3} = \log_3 2 - \log_3 3 = \log_3 2 - 1. \quad ( \quad )$$

2. 以10为底取下列各式的对数，并利用积、商的对数运算法则把对数展开（其中 $a, b, c$ 均表示正数）。

(1)  $N = abc$

(2)  $N = \frac{ab}{c}$

(3)  $N = \frac{a}{bc}$

3. 用 $a = \log_{10} 2$ 、 $b = \log_{10} 3$ 表示 $\log_{10} 4$ 、 $\log_{10} 5$ 、 $\log_{10} 6$ 、 $\log_{10} 12$ 、 $\log_{10} 15$ 。

4. 用 $c = \log_{10} 5$ 表示 $\log_{10} 2$ 、 $\log_{10} 20$ 。

5. 求下列各式中的 $x$ ：

(1)  $\log_{10} x = \log_{10} m + \log_{10} n$ 。

$$(2) \log_2 x = \log_2 a - \log_2 b.$$

### 练习七

1. 计算下列对数:

$$(1) \log_{10} \frac{1}{100}$$

$$(2) \log_3 3\sqrt{3}$$

$$(3) \log_4 2 + \log_4 \frac{1}{2}$$

$$(4) \log_3 18 - \log_3 2$$

$$(5) \log_{10} \frac{1}{4} - \log_{10} 25$$

$$(6) 2\log_5 10 + \log_5 0.25$$

2. 以10为底取下列各式的对数, 并利用积、商、幂、方根的对数运算把对数展开(其中 $a, b, c$ 均表示正数).

$$(1) x = \frac{\sqrt{a}}{b^2 c}$$

$$(2) x = a^4 \sqrt{\frac{c^5}{b^2}}$$

$$(3) x = ab^{\frac{1}{2}}c^{-\frac{3}{2}}$$

$$(4) x = \frac{ab}{a^2 - b^2}$$

$$(5) x = \frac{b(a+b)}{a-b}$$

$$(6) x = \left[ \frac{b}{a(a-b)} \right]^3$$

3. 求下列各式中的  $x$  :

$$(1) \log_{\frac{1}{2}} x = 2 \log_{\frac{1}{2}} a + 3 \log_{\frac{1}{2}} b - 7 \log_{\frac{1}{2}} c$$

$$(2) \log_{0.5} x = \frac{2 \log_{0.5} a}{3} - \frac{3 \log_{0.5} b}{2}$$

4. 求证:  $\log_a (b + \sqrt{b^2 - 1}) + \log_a (b - \sqrt{b^2 - 1}) = 0$ .

### 习 题 一

1. 把下列指数式写成对数式:

$$(1) 9^{\frac{1}{2}} = 3;$$

$$(2) 4^5 = 1024.$$

2. 把下列对数式写成指数式:

(1)  $\log_{\frac{1}{5}} 5 = -1$ ;

(2)  $\log_{0.04} 0.04 = 1$ .

3. 求下列各式的值:

(1)  $\log_3 2 = ?$

(2)  $\log_3 \frac{1}{27} = ?$

4. 判断对错, 对的画 $\checkmark$ , 错的画 $\times$ :

(1) 负数和零都有对数; ( )

(2) 负数和零都没有对数; ( )

(3) 1的对数等于1; ( )

(4) 1的对数等于0; ( )

(5) 底数的对数等于1; ( )

(6) 底数的对数等于底数. ( )

5. 填空:

(1) 对数的恒等式 \_\_\_\_\_;

(2) 对数的运算法则:

①  $\log_a MN =$  \_\_\_\_\_;

②  $\log_a \frac{M}{N} =$  \_\_\_\_\_;

③  $\log_a M^n =$  \_\_\_\_\_;

④  $\log_a \sqrt[n]{M} =$  \_\_\_\_\_.

6. 计算: (1)  $\log_{10} \sqrt[4]{100}$ ;

(2)  $\log_2 (8^6 \cdot 16^7)$ .

7. 计算: (1)  $\log_8 \sqrt{Z(x^2 - y^2)}$ ;

(2)  $\log_5 \sqrt{125}$ .

8. 已知  $\log_{10} y = 3 \log_{10}(a-b) + \frac{1}{2} \log_{10} c - \frac{2}{5} \log_{10}(a+b)$ , 求  $y$ .

9. 已知  $x = \frac{(-3)^5 \sqrt[3]{-2}}{(-4)^2}$ , 求  $\log_a x$ .

10. 判断对错, 对的画 $\checkmark$ , 错的画 $\times$ :

(1)  $\log_2(8-2) = \log_2 8 - \log_2 2$ ; ( )

(2)  $\log_{10}(4-2) = \frac{\log_{10} 4}{\log_{10} 2}$ ; ( )

(3)  $\frac{\log_2 4}{\log_2 8} = \log_2 4 - \log_2 8$ ; ( )

(4)  $\log_2 \frac{4}{8} = \log_2 4 - \log_2 8$ . ( )



11. 已知  $\log_a x = 5 \log_a y + \frac{2}{3} \log_a z - \frac{1}{3} \log_a m$ , 求  $x$ .

(对完答案做测验一)

### 练习八

1. 什么叫做常用对数? 用什么记号表示常用对数?

2. 填空:

(1) 以10为底 $10^n$  (其中 $n$ 表示整数)的对数记作\_\_\_\_\_

(2) 以10为底的对数, 真数是10的整数幂时, 真数较大时, 对数\_\_\_\_\_.

(3) 10的整数 $n$ 次幂的对数就是\_\_\_\_\_.

(4) 当真数是10的整数幂, 真数\_\_\_\_\_, 它的对数也\_\_\_\_\_.

3. 直接写出下列各对数的结果:

(1)  $\lg 10 =$  \_\_\_\_\_; (2)  $\lg 1 =$  \_\_\_\_\_;

(3)  $\lg 100000 =$  \_\_\_\_\_; (4)  $\lg 0.0000001 =$  \_\_\_\_\_.

4. 求下列各式中的  $x$ :

(1)  $10^x = 0.00001$

(2)  $\lg 100 = x$