低层建築地震荷載的計算方法

王光远

1957年5月

低層建筑地震荷載的計算方法

王 光 远

1957年5月

低层建築地震荷載的計算方法

王　光　远

（中国科学院土木建筑研究所、哈尔濱工业大学）

提　要

本文首先簡单地回顧了地震荷載計算理論的发展过程，分析了目前各国規范中所採用的几种理論的优点及缺点，并詳細論証了产生某些缺点[illegible]的根源。然后在現有主要成就的基础上导出了一个比較合理而又十分簡便的地震荷載的計算方法。我們認为这个方法对於計算我国的房屋建筑（一般在五、六层以下，"高寬比"較小，因而剛度較大）所受地震荷載是很適宜的。此外，在本文中还給出了一个計算低层建筑基本自振週期的簡便而又精确的近似公式。

(一) 緒 論

由於我国的西北、西南、华北的一部分、以及台灣等广大地区都直接受到地震的严重威胁，所以抗震結构的研究具有明显的、重要的現实意义。

但是抗震結构計算理論是个极为复杂的問題。地震时地基上任何一个单元面都具有六个自由度，而在每一个方向上的运动又极不规律；結构本身又是一个非常复杂的力学体系；建筑地点的小区域因素（土壤、地質、水文地質、地形等）又有显著的影响；結构本身又在地震場中引起干扰（結构使地震波反射和繞射；結构的振动又反过来引起地面的振动等）。所有这些都使这个問題变成一个极为复杂的結构动力学命題。

因此，为了能对它进行理論分析，就不得不作一些簡化假設。現有各种理論所共有的基本假設如下：

1. 地震时結构的地基像一个刚性整体一样作平行移动，也就是說认为地基各点的运动完全一致而无相位差。这个假設本質上等於說认为地震干扰是瞬间傳播的。这一点之所以能够成立是因为波長較小的地震波受到結构基础的平伏作用和反射而对結构的振动不起显著影响，起重要作用的地震波的波長都远較結构的長度為大，因而地震时地基各点的相位差可以忽略不計。此外，地震破坏情况的調查結果也对此一假設予以有力的支持。因为如果地基各点运动不一致时，首先受到其破坏威胁的应該是結构的地下部分（如地下室等），但是調查結果表明：即使在十分强烈的地震作用下，結构的地下部分也都很少受到显著的破坏。

2. 在結构計算中，地基的竖向运动可以不加考慮。这是因为大家认为竖向

振动的影响相当於改变結构的重力荷載，而結构在承受竖向荷載的能力方面有足夠的强度儲备，而且在考虑了水平地震荷載以后这方面还要有相应的加强，所以在計算中可以不考虑它的影响。

3. 認为結构是彈性体而且位移很小。这样便使叠加原理得以使用。

4. 不考虑結构对地震場的干扰和反作用。

5. 在地震荷載的計算理論中一般都不考虑建筑地点的小区域因素的影响，而在決定地震系数时加以估計，也就是說在地震烈度区域划分中予以考虑。

此外，在实际分析地震荷載时又把地基的水平振动分解为互相垂直的二个線位移振动分量，而分别处理。所以，根据以上假定我們所处理的問題便被簡化为：如何决定当彈性悬臂結构的地基作水平简谐振动时，水平慣性力（即地震荷載）沿結构高度的分佈規律及其数值的問題。

到目前为止，已經有了很多地震荷載的計算理論，但离开完善和成熟还有很大距离；有待継續进行大量的实测、实驗和理論的研究。現有理論可以分为四大类，其中絕大部分都是最近五六年提出来的。

第一类理論就是所謂"靜力理論"，是日本学者大森房吉在本世紀初提出来的[1]，后来日本学者物部長穗又利用簡单的动力学理論予以驗証[2]。

第二类理論是簡化地面运动的規律来分析地震荷載。这方面先后提出的主要有以下几种理論：1928年苏联学者 К.С.Завриев 採用了物部長穗所採用的相同的假定，即将地面运动簡化为余弦規律，但他不仅考虑了結构所受的純强迫振动而且考虑了它的自由振动，因而所得結果不同，这个理論第一次考虑了結构本身的动力性质[3,4]；1954年苏联学者 И.Л.Корчинский

把地面运动规律簡化为一系列衰减諧振动之和并把結构当作有很多自由度体系来处理，得出了比較全面的結果[5]；1956年苏联学者 Ш·Г·Напетваридзе 把地面的运动分解为三部分来考慮：深波影响的第一阶段和第二阶段，以及表面波的影响，[6] 我們認为他的理論很少实用价值。

这类理論的共同缺点是缺乏实际資料来說明理論中所应採用的系数（地动规律的特徵值），因而对於很多重要系数之估計都具有很大的任意性。

第三类理論就是利用“譜曲線”来分析結构对地震的反应。为了克服第二类方法的基本缺点，并考慮地面运动的不規律性，唯一的途徑就是直接分析强烈地震的記录图。在这方面美国学者作出了巨大的貢献。他們首先制成了强震記录仪並測出了十几个強震記录，并且進行了分析。在强震記录分析方面美国学者 M·A·Biot [7,8] 和苏联学者 A·Г·Назаров [9,10] 分别提出的地震反应譜曲線的概念是一个重大的貢献，它为抗震理論开闢了广濶的发展前途。在利用譜曲線来求結构对地震的反应方面目前主要有：美国側力联合委員会的理論[11]、A·Г·Назаров 的理論[10]、C·B·Медведев 的理論[12]、G·W·Housner 的理論[13]等。此外，应該說明的是，И·Л·Корчинский 的理論[5]虽然从出发点上应归於第二类，但从其結果上看来也可以归於这一类理論。

第四类理論就是把地面运动当作隨机分佈的一系列加速度脈冲来看待然后用概率理論进行分析。这方面已經发表了几篇論文[14—17]。我們認为这种理論完全否認地震記录具有任何規律性这一論点是值得怀疑

的。而且这种理論还未成熟到十分方便地用来解决工程实际問題的地步。

本文将首先指出目前常用的几种地震荷载計算方法的缺点，并詳細論証产生某些缺点的根源，然后提出了一个比較合理而又十分簡便的地震荷载計算方法

(二) 評目前各国规范中所採用的几种地震荷載的計算方法

一般比較实用的各种計算方法多已被不同的规范所採用。在本节中我們将分別討論这些方法的优缺点，并着重分析苏联及美国的新规范草案中計算地震荷載的方法所共有的一个缺点及产生此一缺点的根源。

1. 德国1955年规范草案 [18]

德国（西德）1955年所拟规范草案及日本的旧规范中都採用大森房吉的計算方法，其公式为：

$$S_j = K_c Q_j \qquad \cdots\cdots(1)$$

式中

$K_c = a_0/g$ 为“地震系数”；

Q_j — 結构部件 j 的計算重量；

S_j — 結构部件 j 所受地震荷載。

地震系数是地震时地面最大加速度 a_0 与重力加速度 g 之比。

根据此一理論，一个均佈质量的悬臂桿所受地震力将如图1所示，图中 q 为单位长度的桿重。

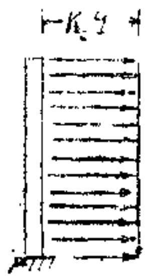


图1，大森房吉理論

此一理論的优点是計算簡单，缺点是把結构当作絕对剛体而完全忽視了結构的动力特性。

2. 苏联旧规范[19，20]

在1950年以前的苏联规范中採用 К.С. Завриев 的理論。其公式为

$$S_j = \mu K_c Q_j \quad \cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

对於剛性結构採用 $\mu=1$；对於柔性結构，在底部採用 $\mu=1$，在頂部採用 $\mu=2$，在中間各点 μ 值按直線变化。

剛性結构及柔性結构的分界是这样来规定的：如果結构本身重量水平地作用在結构上时結构上端的撓度为 δ_Q，则当 $\delta_Q \leq 2$ 厘米时結构为剛性結构，$\delta_Q > 2$ 厘米时为柔性結构。因此，质量均佈的悬臂桿所受地震力将如图2所示。

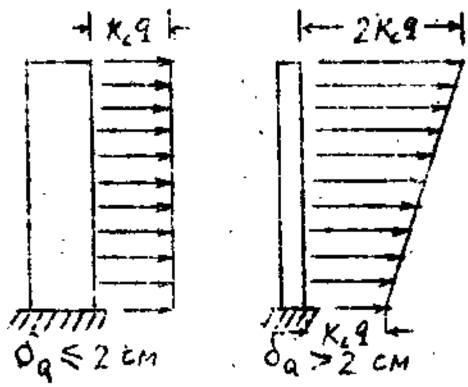


图2，К.С. Завриев 理論

这个理論初步考虑了結构本身的动力性质，这是一个很大的进步。但是它的缺点也很明显。从图2中可以看出，当 δ_Q 由2厘米过渡到2厘米以上时地震荷载有一个突变，这是完全不可解釋的。产生这个缺点的原因就是：这一理論并未认真地考虑結构的动力性质。

此外，对於重量相同而剛度不同的二結构而言，根据此一理論剛度大者所受地震力反而較小，这是与实际情况不符的。

3. 日本現行规范[22]

日本1950年所定规范，地震荷載的公式为

$$S_j = K_c Q_j \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

而对一般的房屋建筑而言，系数 K_c 沿結构高度改变如图3所示。

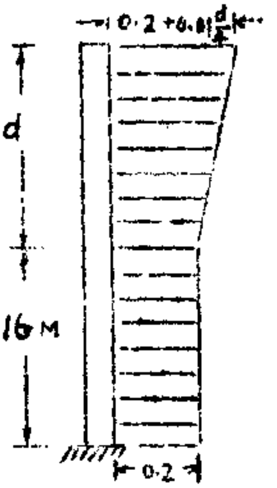


图3， 日本规范所定地震系 K_c 沿結构变化图

此图表明沿結构高度16米以下部分 $K_c = 0.2$ 为一常数，16米以上部分每隔4米 K_c 之值增加0.01。

这个方法的缺点就是：它是一个純經驗公式，而缺乏理論根据；而且只根据結构的高度来决定 K_c 之值也是不完全的。

4 美国新规范草案[11]

美国土木工程师学会加州旧金山分会及北加州結构工程师协会所指定的侧力联合委員会在1951年发表了一个规范草案[11]。为了說明这个规范草案中所规定的地震荷載計算方法，首先需要簡单地介紹一下地震反应譜曲線的概念。

最常用的地震反应譜曲線是所謂"位移譜曲線"及"加速度譜曲線"。

如果有一組具有不同自振週期 T 的单质点擺，在某一次地震作用下各擺的最大位移 U 将是該擺自振週期 T 的函数。这样繪出的 U-T 图即所謂

該地震的"位移譜曲線"。各擺的最大加速度 $\bar{a}$ 与最大位移之間存在着如下的关系：

$$\bar{a}=p^2U \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

式中

$$p=\frac{2\pi}{T} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

即該擺的自振圓頻率。所以有了位移譜曲線以后即可根据式（4）繪出"加速度譜曲線"，即 $\bar{a}-T$ 曲線。

地震反应譜曲線像可以根据地震記录用計算的方法[12、23、24]或实驗的方法[7、8]求出，也可以用現場实測[10、25]或理論推出[14]。严格說来，不仅各次地震的譜曲線有所不同，而且同一次地震在不同地点測得的譜曲線也不相同。因而要想加以利用，就必須求出平均譜曲線，也就是所謂"標準譜曲線"。

美国側力委員会認为：为了实用的目的只須考慮結构的基本振型，并近似地假定基本振型的曲線为一傾斜直線。这样便提出了一个地震荷載公式

$$S_j=V\cdot\frac{Q_jh_j}{\sum\limits_{i=1}^{n}Q_ih_i} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

式中

$$V=\frac{\bar{a}}{g}\sum_{i=1}^{n}Q_i \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (7)$$

为底層剪力（數值上等於全部地震荷載之和）；

h_i ——为結构部件 i 到地基的高度；

$\bar{a}$ ——为"加速度譜曲線"的譜值。

在图4中給出了 $\bar{a}/g$ 与T的关系曲線，亦即譜曲線。

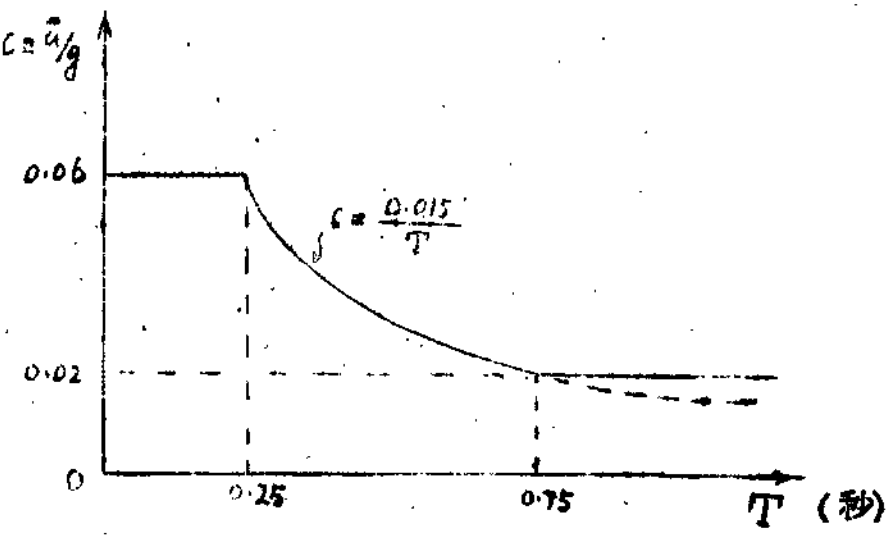


图4

这样，質量均佈的悬臂桿所受地震荷载将如图5所示。

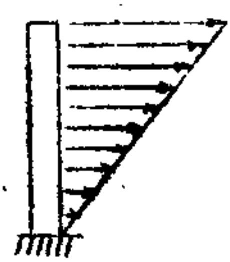


图5　美国側力联合委員会的理論

我們認为这个理論不仅在求底层剪力时是不严格的，而且地震荷载沿結构的分佈曲線本身也有缺点。因为苏联新规范草案也有同样的缺点，所以我們将在下面一起予以詳細的討論。

5. 苏联1956年规范草案[21]

在苏联1956年的新规范草案中採用了 И. Л. Корчинский 的理論[5]，其地震荷載公式为

$$S_j = K_c \beta \eta_j Q_j \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

式中系数β及η分别决定於起主要作用的振型的週期和振型曲線。对於一般房屋建筑而言，基本振型起主要作用。設基本振型的週期为T，振型曲線函数（主函数）为 $Y(X)$，則

$$\eta_j = \gamma Y(X_j) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

式中
$$\gamma = \frac{\sum_{i=1}^{n} Q_i Y(X_i)}{\sum_{i=1}^{n} Q_i Y^2(X_i)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (10)$$

β 为週期T的函数，可从图6所示曲線中查出。

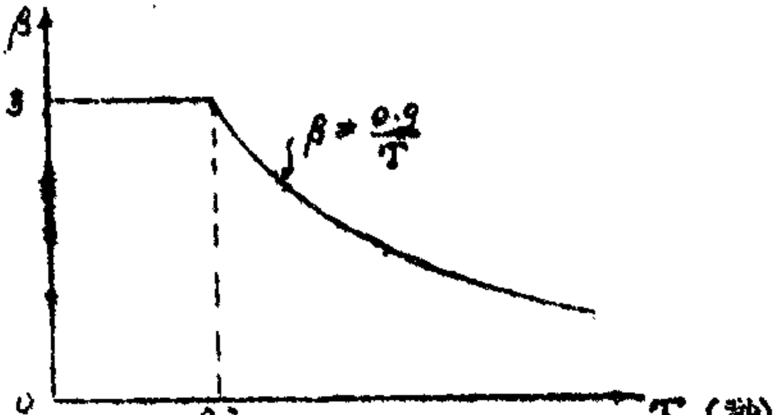


图6

后面我們将証明式（a）中的 $K_c \cdot \beta$ 实質上就是 $\bar{a}/g$ 的譜值，因而我們完全有理由认为 И.Л.Корчинский 的理論实質上也是譜曲線利用的一种形式。

根據式（a）不难看出，質量均佈的悬臂樑所受地震荷載将如图7所示。

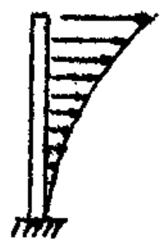


图7 И.Л.Корчинский 理論

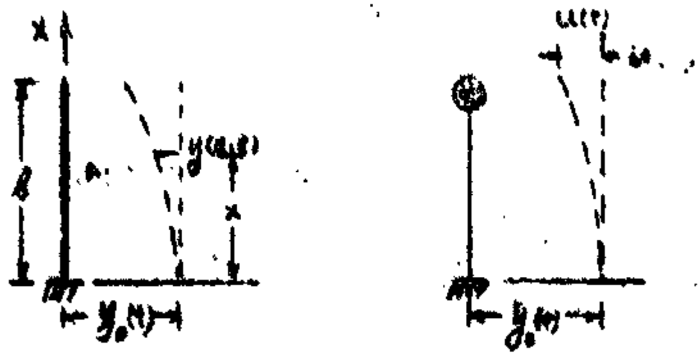
图中 地震荷載分佈曲線与基本振型曲線相同。下面我們将詳細分析此一理論的缺点。

6. 美国及苏联新规范草案地震荷載計算方法的缺点

由图5及图7不难看出，根据美国及苏联新规范草案所求出的地震荷載分佈曲線表明地基处的慣性力等於零。也就是說地震时結构地基的加速度等於零。这意味着地面作等速直線运动或地震慣性力达最大值时恰巧地面加速度等於零。前者完全不合情理，后者也沒有充分的根据。

下面我們来仔細地追究一下产生这个缺点的根源。

在地基作水平位移时（地震时），悬臂彈性体系各質点的总位移为（图8）：



$$W(x,t)=y_0(t)+y(x,t) \quad \text{--------} \quad (11)$$

式中

$y_0(t)$ ——地基的位移；

$y(x,t)$ ——各质点对地基的相对位移。

如所周知，相对位移可按振型分解为

$$y(x,t)=\sum_{K=1}^{n} q_K(t)\,\Upsilon_K(x) \quad \text{--------} \quad (12)$$

式中

$q_K(t)$ ——第 K 振型的广义座标；

$\Upsilon_K(x)$ ——决定第 K 振型形式的所谓“主函数”。

如果採用 E·C·Сорокин 的滞变阻尼理論，并利用 Lagrange 方程，即可得出第 K 振型的运动微分方程如下[10]：

$$q_K''+p_K^2 e^{i\alpha_K} q_K=\gamma_K y_0'' \quad \text{--------} \quad (13)$$

式中

p_K——第K振型的圆频率；

$$\alpha_K=\frac{\psi}{2\pi}$$ （ψ为能量消耗系数）；

$$\gamma_K=\frac{\int_0^l Y_K(x)\,\bar{m}(x)\,dx}{\int_0^l Y_K^2(x)\,\bar{m}(x)\,dx} \quad ; \ldots\ldots\ldots (14)$$

$\bar{m}$（x）—— x处单位长度的质量。

如自由度n为有限値（若干集中质量的体系），則γ式中的积分号应改为和号。这时式（14）就和式（10）相吻合。

对单质点体系而言（图9），其运动微分方程为。

$$u''+p^2e^{i\alpha}u=y_0'' \quad \ldots\ldots\ldots (15)$$

式中u为质点对地基的相对位移。

比較（13）及（15）式，可以看出：如果

$$p=p_K\ ,\quad \alpha=\alpha_K\ ,$$

則 $$q_K(t)=\gamma_K u(t) \quad \ldots\ldots\ldots (16)$$

如果採用W·Voigt阻尼理論，亦可得出同样的結論。

結构所受地震慣性力沿結构高度的分布为

$$S(x,t)=\bar{m}(x)\,w''(x,t)=$$

$$=\bar{m}(x)\left[y_0''(t)+y''(x,t)\right] \quad (17)$$

式中第一項为地震的作用力，相当於強迫振动的荷載，与质点的质量成正比，

具有完全肯定的分佈曲線，而与振型形式、变形無关系；式中第二項才是变形引起的慣性力。但是，这两項都可以按振型分解为[26]

$$S(x,t)=\bar{m}(x)\left[y_0''\sum_{K=1}^{n}\gamma_K Y_K(x)-\sum_{K=1}^{n}q_K''(t)Y_K(x)\right]\ ----(18)$$

將式（16）代入上式得出：

$$S(x,t)=\bar{m}(x)\sum_{K=1}^{n}\left[y_0''(t)-U_K''(t)\right]\gamma_K Y_K(x)\ ------(19)$$

如果只考慮一个最主要的振型，則最大地震慣性力將等於

$$S(x)=\bar{m}(x)\left[y_0''(t)-U_K''(t)\right]_{max}\gamma_K Y_K(x)\ ----\quad(20)$$

注意到

$$\left[y_0''(t)-U_K''(t)\right]_{max}=\bar{a}$$

是加速度譜值，即可得出公式

$$S(x)=\bar{m}(x)\,\bar{a}\,\gamma\,Y(x)\ \cdots\cdots\cdots\cdots\quad(21)$$

將此式与（8）式相較，不難看出

$$\frac{\bar{a}}{g}=K_c\beta.$$

所以，二式是完全相同的。至於公式（　6），因为該式在推導过程中有不夠严格的地方，所以与此式略有区別（詳見后）。这样，我們便用完全不同的方法比較簡捷地推出了它們的基本公式。根據此一公式，自然就得出了圖7或圖8所示的地震荷載分佈曲線。

但是，这样作是不夠恰当的。因为在某些情况下，式（17）中的第一項因