

CHUZHONG SHUXUE JIAOAN HUIJI

初中数学教案汇编

第 四 册



江苏省扬州市教师进修学校编

说 明

一、为了提高教学质量，领会部编中学数学教学大纲和教材的精神实质，我们按照部编全日制十年制初中数学课本，写了《初中数学教案汇编》，作为我校数学教材教法进修班员的参考书，并作为广大数学教师交流教学经验的资料。

二、教案汇编是按课本的章节顺序编写的，以部编数学学参考书为依据，分课时写成实施教案，力求做到突出重点避免重复。

三、本书由我校胡齐庆同志负责主编。第四册请王一平、黄需德、许景厘等同志执笔编写。由于是几位同志分工执笔的，因此在文字表达上未能强求一律。

四、本书承江苏省扬州中学特级教师黄久征同志审订。世观等同志给予热情支持，我们在此一并致谢。

五、这本教案汇编都是利用业余时间编写的，时间十分促，加之水平有限，错误在所难免，敬请同志们批评、指正。

一九八〇年四月

目 录

第五章	一元二次方程	(1
第六章	指数和常用对数	(65
第七章	相似形	(105
附 录	初中《数学》第四册简介	(155
封面设计		臧兰

第五章 一元二次方程

本章教材是在学生掌握了一次方程（组）、可化为一次方程（组）的分式方程（组）、数的开平方和二次根式等知识的基础上安排的。一元二次方程既是一次方程的发展，又是学习其他方程的基础，起着承上启下的作用。它是初中代数的基础知识之一。

本章教材包括一元二次方程，可化为一元二次方程的高次方程、分式方程和根式方程以及简单的二元二次方程组，与传统教材大体相同。第一单元一元二次方程，是学习后几个单元（可化为一元二次方程的方程和简单的二元二次方程组）的基础，是本章的重点。

一元二次方程的三种解法，以公式法应用广泛，它是最基本的方法；因式分解法对一些较简单的方程解题简便迅速，也经常使用；配方法虽然很少直接用它来解方程，但它是一种基本的代数方法，本身很有用。这三种方法都要求学生熟练掌握。

一元二次方程的根的判别式和根与系数的关系，应用广泛，对培养和提高学生综合解题能力与灵活应用知识均有帮助。教材对这部分内容作了简单而系统的介绍，尚须在今后学习中不断提高。应用根与系数的关系结合根的判别式来判断二次方程实根的符号，教材未涉及，教案中我们也未作补充，各校可根据实际情况决定取舍。

二次三项式的因式分解，初一已经学过，但只限于在有理数范围内，现在用求根法可以解决实数集合内的因式分解，是

一次质的飞跃，应予重视。

可化为一元二次方程的分式方程和根式方程，只强调了可能产生增根，未说明增根的原因，可以不讲，或举例说明一下，重点强调要检验。根式方程验根的方法也只介绍了代入原方程检验，可根据情况适当补充。

二元二次方程组只介绍了几种类型，虽然各种类型的解法都是根据消元、降次这两个原则来进行的。但是，不同类型的二元二次方程组有不同的解法，可以向学生说明类型，使学生了解哪一种类型要用哪一种方法去解。

列方程（组）解应用题，既是重点，又是难点。教材中分段安排，教学中既要各有侧重，又要前后连贯，不断培养和提高学生分析问题和解决问题的能力。

本章教学时间按40课时安排。

第 一 课 时

课 题：一元二次方程

目的要求：使学生理解一元二次方程的意义。了解和掌握一元二次方程的一般形式，并能正确地写出 a 、 b 、 c 的值。

教学过程：

一、复习：

1、提问关于方程、方程的解、解方程和一元一次方程等概念；

2、要学生把P.1的“问题”列出方程。

二、新授：

1、一元二次方程的意义：

(1) 从复习中列出的方程引进新课。说明一个整式方程经

过化简、整理后，如果只含有一个未知数，并且未知数的最高次数是2，那么这样的方程就叫做一元二次方程。

在学生已经掌握了列方程解应用题的技能的基础上，从实际问题引进一元二次方程的概念，可以说明客观实际的需要推动了方程的发展，从而说明了学习一元二次方程的必要性。

(2) 在给出一元二次方程的定义后，可以再举出一些一元二次方程，如 $6x^2 - 13x + 5 = 0$ ， $x^2 = x$ ， $3x^2 - 2 = 0$ ， $5x^2 = 0$ 等，说明这些也都是一元二次方程。

2、一元二次方程的一般形式：

(1) 把上面得到的方程 $x^2 + 5x = 150$ 化成等式左边是一个关于 x 的二次三项式，而右边为零的形式。说明这时的 x^2 叫做二次项，它的系数是1， $+5x$ 叫做一次项，它的系数是5， -150 叫做常数项。再以 $6x^2 - 13x + 5 = 0$ 为例说明各项的名称和系数。在这一基础上再讲解：如果我们用 a 表示二次项的系数， b 表示一次项的系数， c 表示常数项，那么任何一个关于 x 的一元二次方程经过化简整理后，都可以化成 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的形式。这种形式叫做一元二次方程的一般形式（或称为标准形式）。

(2) 在给出了一元二次方程的一般形式以后，再一次说明 a 、 b 、 c 的意义。要引导学生分清各例中 a 、 b 、 c 的符号，并强调二次项系数 a 不能为零，否则就不是二次方程了，在此基础上归纳 a 、 b 、 c 的取值范围： a 可为除零以外的一切实数； b 和 c 可为一切实数。接着以上面出现的 $x^2 = x$ ， $3x^2 - 2 = 0$ ， $5x^2 = 0$ 等为例，要学生得出 a 、 b 、 c 的值。可以告诉学生，象这样 b 或 c 等于0的二次方程叫不完全二次方程。

(3) 照书上的解法讲解 P.2 的例题，再补充几个例子。如 $(2x + 1)(3x - 1) = x + 7$ ， $3x(x - 1) - 10 = 5(x - 2)$ ，

$2(x+1)(x-1)=2$ 。讲解时特别要讲清 a 、 b 、 c 的符号以及 b 、 c 的值为零的情况。

(4) 补充人民教育出版社出版的教学参考书(下称教学参考书)P.3倒数第四行的几个文字系数的例子进行讲解。可以选择(1)、(3)为例题,而把(2)作为课堂巩固练习题。

如果在讲解前面几个例题时,是用 a 、 b 、 c 来表示二次项系数、一次项系数和常数项的,那么在讲解这两个文字系数的例题时,就要告诉学生,为了避免与例题中的 a 、 b 相混淆,在解答时,用“二次项系数”、“一次项系数”、“常数项”,不要用 a 、 b 、 c 。

三、巩固:

1、小结:

(1) 小结一元二次方程的意义时,要强调:判定一个方程是不是二元二次方程,要先把它化成一般形式后才能判定。防止学生把如 $2x^2+3x-5=4-x+2x^2$ 这一类的方程误认为是一元二次方程。

(2) 小结一元二次方程的一般形式时,要强调三点:第一,方程的左边为关于未知数的二次三项式,右边为零;第二,二次项系数不能为零;第三,要弄清 a 、 b 、 c 的符号。

2、P.2练习1、2、3; 教学参考书P.4文字系数的练习题(2)。

四、作业:

P.2 练习 4、5、6; 并补充, 解方程: $\sqrt{3}x^2 = \sqrt{2}x$,
 $\frac{1}{4}(y+1)^2 = \frac{1}{9}(y-1)^2$; $x(x-a+1)=0$; $(x+a)^2 = (2x-6)^2$;
 $(x+a)(x-b) + (x-a)(x+b) = 2a(ax-b)$; (a 、 b 是已知数)。

第 二 课 时

课 题：因式分解法解一元二次方程（一）

目的要求：使学生掌握用因式分解法来解一元二次方程，并能较熟练地灵活运用。

教学过程：

一、复 习：

1、把下列方程先化成一般形式，再写出它的二次项系数、一次项系数和常数项：

(1) $(x-2)(x-3)=0$ ； (2) $3x(x+2)=5(x+2)$

2、分解下列各式的因式：

(1) $3y^2 - 2y$ ； (2) $x^2 - 3x - 10$ ；

(3) $(3x+1)^2 - 4$ (4) $(y-1)^2 + 2y(y-1)$ 。

3、什么样的两个数的乘积等于零？

二、新 授：

1、从复习 3 引进新课。说明两个数的乘积为零，其中必须有一个因数为零。因为如果两个因数都不是零，积就不是零，（含有“必要条件”的意思）。另外，要使两个因数的积为零，只须其中一个因数为零就行。当然两个因数都是零，积也是零（含有“充分条件”的意思）。接着说明代数式也是表示数的，它们的乘积为零的规律和数的乘积为零的规律是相同的。再以书上 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 为例进行讲解。由于隐含“充要条件”的意思已用具体数来说明过了，讲两个因式的积为零的时候就可以简要一点了，但是要强调 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 有且只有两个根。

2、通过上面具体问题的分析，按书上P.3倒数第二行至P.4

第三行的说明进行归纳，特别要强调：用因式分解法解一元二次方程时，必须使方程的一边为零。

3、讲解书上P.4——P.5的例1——例3。可用师生共同活动的方式进行。讲解时注意讲清解题步骤与书写格式，并贯串“一元二次方程如果有实数根，一定有两个，而且只有两个，这两个根可以不相等，也可以相等”的思想。为此，可以在例2中补充类似 $x^2 - 6x + 9 = 0$ 的例子。

三、巩固：

1、小结时说明如下几点：

(1) 解一元二次方程的基本思想是“降次”，即把二次方程转化为两个一次方程来解。因式分解法可以达到“降次”的要求，是经常使用的方法，必须熟练掌握。

(2) 用因式分解法解一元二次方程，必须使方程的一边为零，而将另一边化为两个因式的积的形式。

(3) 一元二次方程有且只有两个根。

2、P.5——P.6的练习。

四、作业：

P.10习题一第1——7题。

第 三 课 时

课 题：因式分解法解一元二次方程（二）

目的要求：使学生学会用十字相乘法在有理数集合内分解二次项系数不是1的二次三项式的因式，并运用它解一元二次方程。

教学过程：

一、复 习：

1、用因式分解法解下列方程：

$$(1) x^2 - 7x + 10 = 0; \quad (2) x^2 - 7x - 30 = 0$$

2、计算：

$$(1) (x+2)(3x+5); \quad (2) (a_1x+c_1)(a_2x+c_2)$$

二、新 授：(P.63 附录)

1、从复习 2 计算 $(x+2)(3x+5)$ 提出问题：能不能发现什么规律，反过来将 $3x^2 + 11x + 10$ 分解成 $(x+2)(3x+5)$ 呢？再从 $(a_1x+c_1)(a_2x+c_2) \iff a_1a_2x^2 + (a_1c_2+a_2c_1)x + c_1c_2$ 得出：只要把二次项系数和常数项各分成两个因数，使它们交叉相乘的两个积的和正好等于一次项系数。为了便于达到这一要求，可以用十字相乘法：

$$\begin{array}{cc} 1 & 2 \\ & \swarrow \searrow \\ 3 & 5 \end{array} \quad 1 \times 5 + 3 \times 2 = 11$$

2、讲解 P.64 的例 1，讲解时重点讲清符号的规律：通常使二次项系数为正，（如果是负，加上带负号的括号），那末，如果常数项为正数，则分解成的两个因数同号，且与一次项系数同号，如果常数项为负数，则分解成的两个因数异号。另外，对于象 $(3) 5x^2 + 6xy - 8y^2$ 这一类题目，可将 y 看作是常数来进行分解，并提醒学生不要漏写 y 。

3、接着讲解 P.65 的例 2，即用十字相乘法在有理数集合内来解二次项系数不是 1 的一元二次方程，在讲解 $(2) 2x(4x+13) = 7$ 时，再一次强调用因式分解法来解一元二次方程时，必须将方程整理成右边为零的形式。

三、巩 固：

P.65 的练习中 选一部分题目 进行板演，并将一部分改为

一元二次方程，要求学生用因式分解法来解。

四、作业：

P.65练习中剩下的一部分题目及 P.66 练习的全部题目。

第 四 课 时

课 题：配方法解一元二次方程（一）

目的要求：使学生能熟练地用开平方法来解一元二次方程，为学习配方法做好准备。

教学过程：

一、复 习：

1、用因式分解法解方程： $x^2 - 25 = 0$

2、求 2 、 $\frac{5}{2}$ 的平方根。

二、新 授：

1、从复习 1 提出问题：象 $x^2 - 25 = 0$ 这样的方程，也可以根据平方根的意义，用开平方的方法来解，讲解这一例题后，再补充，解方程： $3x^2 - 18 = 0$ ， $\frac{3}{5}x^2 = -\frac{3}{2}$ ， $3x^2 = 0$ ， $7x^2 + 42 = 0$ 。

2、接着讲解书上 P.7 的例 2，可以先用换元法解，然后再照书上的解法来解，并补充，解方程： $(x + \frac{2}{3})^2 = \frac{11}{9}$

3、小结，如果一元二次方程的一次项系数是 0，或一边是一个含有未知数的式子的平方，另一边是一个大于或等于零的常数，就可以用开平方的方法来解；如果另一边是一个小于零的常数，这个方程没有实数根，因为在实数范围内负数的平方根没有意义。

三、巩 固：

P.9 练习 1。

四、作业：

P.10 习题一 8。

再补充，解方程： $(x + \frac{5}{3})^2 = -\frac{7}{9}$ ； $(x - \frac{1}{2})^2 = \frac{15}{4}$ 。

第 五 课 时

课 题：配方法解一元二次方程（二）

目的要求：使学生学会用配方法来解一元二次方程，掌握配方法的基本思想，为学习用公式法解一元二次方程和其他数学知识打好基础。

教学过程：

一、复 习：

1、用开平方法解下列方程：

$$(1) (x - 2)^2 = 7; \quad (2) (x + \frac{5}{4})^2 = \frac{33}{16}$$

2、用观察法填空，使该式成为一个二项式的完全平方：

$$(1) x^2 + 6x + \square;$$

$$(2) x^2 - 10x + \square$$

二、新 授：

1、从复习2.归纳：所填常数项为一次项系数的一半的平方，这一规律适用于二次项系数是1的情况。

2、讲解P.7 的例3，说明用已经教过的两种方法直接去解无法进行，但我们可以设法把它变形，使之能用开平方的方法来解。

解：把常数项移到右边，得： $x^2 - 4x = 3$

两边各加上一次项系数一半的平方，得： $x^2 - 4x + (-2)^2$

$$= 3 + (-2)^2$$

写成左边是一个二项式的完全平方，右边是一个常数：

$$(x-2)^2 = 7$$

用开平方法解这个方程，得： $x-2 = \pm\sqrt{7}$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{7}$$

$$\text{即 } x_1 = 2 + \sqrt{7}, x_2 = 2 - \sqrt{7}$$

讲解时突出“一次项系数一半的平方”，并注意各项的符号。

3、讲解 P.8 例 4，强调必须用二次项的系数除方程的各项，使二次项系数为 1。

4、说明在解上两例的一元二次方程时，先把二次项与一次项配成一个二项式的完全平方，这种方法叫做配方。这是一种基本的代数方法，今后学习中仍要用到它，接着可以归纳用配方法解一元二次方程的步骤：

(1) 用二次项系数除方程的各项，把二次项系数化成 1；

(2) 把二次项和一次项列在方程的左边，常数项列在方程的右边；

(3) 方程的两边各加上一次项系数一半的平方，使方程的左边成为一个二项式的完全平方，右边是一个常数；

(4) 如果右边是一个大于或者等于零的常数，就用开平方法求出它的根；如果右边是一个小于零的常数，那么方程没有实数根。

三、巩固：

P.9 练习 2、3。

四、作业：

P.11 习题一 9、11。

家庭作业：用开平方法解关于 x 的方程：

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad (b^2 - 4ac \geq 0)。$$

第 六 课 时

课 题：公式法解一元二次方程（一）

目的要求：使学生掌握一元二次方程的求根公式，并学会用这公式来解一元二次方程。

教学过程：

一、复 习：

1、用配方法解方程： $2x^2 - 3x + \frac{1}{8} = 0$

2、检查了解上一课布置的家庭作业的完成情况，以确定讲解求根公式推导的重点及详略。

二、新 授：

1、一元二次方程求根公式的推导：

说明刚才用配方法解方程 $2x^2 - 3x + \frac{1}{8} = 0$ 的具体做法，现在我们用配方法来解一般形式的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 根据学生上一课家庭作业的完成情况，对照复习 1 进行讲解，讲解时注意讲清以下几处：

(1) 常数 $-\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$ 的合并，怎样得到 $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ 的；

(2) 常数 $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ 在什么情况下大于、等于、小于零，突出 $b^2 - 4ac \geq 0$ 这一限制；

(3) 得出求根公式后，要解释一下这一公式各部分的意义，特别对于 $-b$ 应解释为一次项系数的相反数。

2、用公式法解一元二次方程举例：

可以先解 $2x^2 - 3x + \frac{1}{8} = 0$ 这一方程，与配方法进行比较、验证，说明公式法用起来方便，要求学生牢记公式，正确运用。然后再讲书上P.12—P.13的例1、例2，最后可以补充一例，解方程： $x^2 - 3x + 5 = 0$ 。例1有两个不相等的实数根，例2有两个相等的实数根，补充的一例没有实数根。讲解时注意以下几点：

(1) 通过例2的讲解，强调运用公式时，必须先将方程化为一般形式后才能代公式。

(2) 对于初学者来说，用公式法解方程时，先写出a、b、c的值，并计算出 $b^2 - 4ac$ 的值是有好处的。写出a、b、c的值在代公式时可以减少系数符号搞错的可能，先计算出 $b^2 - 4ac$ 的值，在代公式时可以简化运算过程。

(3) 说明如果二次项系数为负，最好化为正数后再代公式。

(4) 对于公式中的 $-b$ 再一次明确为一次项系数的相反数。

三、巩固：

P.14 练习1。

四、作业：

P.18 习题二1。

第 七 课 时

课 题：公式法解一元二次方程（二）

目的要求：使学生熟练地掌握用公式法解一元二次方程的技能，并学会用公式法解含有文字系数的方程和求近似根。

教学过程：

一、复习：

1、写出一元二次方程的求根公式。

2、用公式法解方程： $(x+1)(x-1) = 2\sqrt{2}x$

二、新授：

1、讲解P.13的例3，明确近似根的精确度，复习查平方根表。例3这一方程是优选法中0.618法的来源——黄金分割法的应用得来的。其正根的近似值为0.618，这一点可不向学生讲。

2、讲解例4，这是含有文字系数的方程，讲解时应注意：

(1) 分清什么字母表示未知数，什么字母表示已知数。

(2) 在展开括号后，分清二次项、一次项和常数项，并明确二次项和一次项的系数。

(3) 由于方程中已含有 a 、 b 等字母，就不能再以 a 、 b 、 c 来表示二次项系数、一次项系数和常数项了，也不能用 $b^2 - 4ac$ 只能根据其意义直接进行计算了。

(4) 对于 $\sqrt{(a+2b)^2}$ 有两种结果，当 $a+2b \geq 0$ 时， $\sqrt{(a+2b)^2} = a+2b$ ；当 $a+2b < 0$ 时， $\sqrt{(a+2b)^2} = -(a+2b)$ ，但是由于在 $\sqrt{(a+2b)^2}$ 外面本来就有“ $\pm$ ”两种情况，如果 $a+2b < 0$ 只不过把“ $\pm$ ”改为“ $-$ ”而已，实质还是“ $\pm$ ”两种情况。对于水平较高的班级，可以说明一下；对于中下等班级，可以照书上讲，对这讨论可不谈。

三、巩固：

P.14 练习2、3。

四、作业：

P.18 习题二2、4。

第 八 课 时

课 题：解一元二次方程的综合练习（一）

目的要求：使学生熟练掌握一元二次方程的三种解法，能够灵活地应用三种解法解一元二次方程。

教学过程：

一、关于不完全二次方程的综合练习：

1、板演。解下列各方程：

$$(1) 2x^2 = 5x; \quad (2) 3x^2 - 7 = 0; \quad (3) 5x^2 = 0$$

2、归纳：

对于(1)，指出：常数项 $c = 0$ ，俗称缺常数项，它的一般式为 $ax^2 + bx = 0$ 这一类方程必有一根为零，另一根为 $-\frac{b}{a}$ 。

对于(2)指出：一次项系数 $b = 0$ ，俗称缺一次项，它的一般式为 $ax^2 + c = 0$ ，这一类方程的两个根互为相反数，并指出，当 a 和 c 同号时没有实数根，只有当 a 和 c 异号时才有实数根。

对于(3)，指出： $b = 0$ ， $c = 0$ ，这一类方程的两个根均为零。

二、关于完全二次方程的综合练习：

1、板演。解下列各方程：

$$(1) x^2 - 5x - 14 = 0; \quad (2) x^2 + 4x + 1; \quad (3) (x - 1)^2 = 5$$

第(1)题要求学生用三种解法分别解，一方面系统复习一下三种解法，另一方面可以对比用什么解法简便。

2、归纳：

对于(1)，指出：能用因式分解法来解的方程，尽量用因

式分解法来解比较简便、迅速，一般情况下，很少用配方法来解，但配方法的基本思想很有用，必须掌握。

对于(2)，指出：对于不易于用因式分解法来解的方程，一般都用公式法来解，因此公式法的应用比较广泛，只要是一元二次方程，都可以用公式法来解，必须牢记公式，熟练解法。

对于(3)，指出：这一形式已经能直接用开平方法来解，不需要化成一般形式来解。

三、作业：

P.18 习题二 3-①②③④⑤，5，6，7。

第九课时

课题：解一元二次方程的综合练习（二）

目的要求：使学生能合理地化简方程，并灵活地运用三种解法熟练地解一元二次方程。

教学过程：

一、板演：解下列方程：

$$(1) 0.03x^2 - 0.21x + 0.1 = 0;$$

$$(2) 2\sqrt{3}x = \sqrt{2}(x^2 + 1);$$

$$(3) (x+5)^2 + (2x-1)^2 - (x+5)(2x-1) = 67;$$

$$(4) \frac{1}{2} \left[1 - \frac{3}{2}x \left(x - \frac{1}{3} \right) \right] = x - \frac{1}{3}$$

二、归纳：

根据题目不同特点，采用不同的方法进行化简，然后选用适当的解法来解。

对于(1)，可以化去小数，用因式分解法或公式法来解。