

高师院校教学用书

初中数学教学法

黄 澍 沈克劭 葛尚范

徽州师专 芜湖师专

高师院校教学用书

初中数学教学法

(修订版)

黄 澍 沈克砌 葛尚范

1990.10

说 明

本书是在安徽省教委的组织领导下根据部颁教学大纲编写的，主要供作师范专科学校、教育学院数学专业的教学用书，也适合在职初中数学教师进修和教学参考之用。

本书先由我们共同讨论，拟出编写纲要，然后分工编写。在编写过程中，我们参考了有关的教育学、心理学和数学教学法的著作和资料，并汲取了国内外数学教学的先进经验。其中，绪论和第一、二、七各章由黄澍编写，第三、四两章由沈克劭编写，第五、六两章由葛尚范编写。全书经郁祖权同志校阅。在这次再版前，又由葛尚范全面复校，并对个别章节作了调整、修订，增添了复习思考题和实践作业题。

本书初版经国内多所兄弟院校试用为教材，反映良好。在此基础上，经安徽省教委组织审稿会审定。参加审稿的同志有安徽省教委黄泽秋、安徽教育出版社杨晓原、安徽师大张振环、合肥工大卢树铭、阜阳师院沈天民、池州师专林金汉、巢湖师专夏孝禄、合肥教院蔡道法、六安师专何荣廷、滁州师专张其平、淮南师专张维和、宿州师专谢景彩等。对他们的帮助，在此致以诚挚的谢意。特别是蒙云南师大朱德祥教授仔细复审，并为本书写了序，在此表示衷心的感谢。

编 者

序

细读芜湖师专和徽州师专所编印的《初中数学教学法》（集体协作编写），得出结论：这本书是由经验丰富，教学有方，对数学教育有造诣，对数学教育改革有热忱的几位同志写成的。一般，若干人合写的书，往往有不协调的地方，本书没有这种漏洞。

作者是针对初中数学教学的实际需要写书的，无疑是多年教学经验的汇编，言之成理，实事求是，来自实践，掌握分寸。对未来教师和现职教师都有教益。并且强调了教学包括教和学两个方面，充分发挥两个方面的效益，贯彻全面发展、三个面向的方针，培养出亿万人才，以建设具有中国特色的现代化社会主义强国。在讨论基础知识时，作者认为应包括一些基本数学思想和数学方法在内；在介绍数学基本能力时，作者提出“思维的独创性”；在研究教学方法时，作者提出要“鼓励学生使他们自己能解决问题，……让学生对所研究的问题发生内在兴趣”；提出面向全体学生与因材施教相结合的论述，等等。这些都是数学教学改革应注意而长久被忽视的问题。本书优点很多，建议出版。希望读者认真学习，不负作者殷切的期望。

朱德祥

1987.5.1

于云南师大

目 录

绪论	(1)
第一章 中学数学教学概述	(4)
第一节 中学数学的教学目的	(4)
第二节 中学数学的教学内容	(11)
第三节 世界各国数学教育改革概况	(17)
第二章 初中数学的教学原则、方法和形式	(21)
第一节 初中数学教学原则	(21)
第二节 几种主要的教学方法和形式	(40)
第三章 数学中的逻辑的初步及其教学	(49)
第一节 数学概念及其教学	(49)
第二节 数学命题及其教学	(64)
第三节 数学中的推理和证明	(73)
第四章 初中数学基础知识的分析与教学	(109)
第一节 初中代数基础知识的分析与教学	(109)
第二节 初中平面几何基础知识的分析与教学	(128)
第五章 数学基本能力的培养	(154)
第一节 培养能力发展智力的重要意义	(154)
第二节 数学基本能力的培养	(156)
第六章 解题的教学	(176)
第一节 解题教学的重要性	(176)

第二节	通过解题教学提高学生解题能力	(177)
第七章	初中数学教学工作	(202)
第一节	教学过程中教与学的关系	(202)
第二节	课堂教学的组织	(205)
第三节	第二课堂的组织	(212)
第四节	知识的检查与评定	(214)
	复习思考题、自我检查题、实践作业题	(217)
附录		
	教案一、二、三	(225)

绪 论

教学法这门课，顾名思义是研究教与学两方面的规律的学科。任何教学过程，都包括教与学两个方面，是教和学两个过程的有机统一。初中数学教学法就是研究初中数学教学过程中教和学两个方面的规律的一门学科。它既然是研究数学教学，就必然与数学科学、教育科学有密切的联系，也与逻辑学、哲学、美学都密切相关。它既不附属于某一门学科，也不能用某一门学科来代替。由此可见，它是一门综合性的独立的边缘性的学科。

数学教学法不能仅仅限于具体方法的总结，而应把总结出来的经验上升为理论，用以指导实践。因此，它是一门理论性和实践性都很强的学科。

当然，数学教学法的理论，还应随着时代的前进而不断发展，这是因为数学教学的目的、内容和方法，都应适应时代的需要而不断改革与更新。因此，数学教学法还是一门发展中的学科。

初中数学教学法与初中其他学科的教学法既有联系，又有区别。既有其共性，也有其个性。因此，它不仅要研究一般的教学规律、原则和方法，更重要的它还要特别研究初中数学教学的特殊规律、原则和方法。因此，作为师专学生，在学习心理学、教育学的基础上，专门学习初中数学教学法，把心理学、教育学的基本理论和规律，应用到数学教学中去，以提高初中数学教学质量，是十分必要的，也是十分重要的。

中学数学教学要适应社会主义现代化的需要，逐步实现传统教育向现代教育的转变。在教学方式、内容和手段等方面都要进行较大的改革，加强对外国教育的比较研究，以培养适应未来需要的人才。为此，研究教学法必须以“三个面向”为指导。我们还要从当前初中数学教学实际出发，总结国内初中数学教学的经验，参照国外改革数学教学的做法，取其精华，去其糟粕，使这门学科在发展中渐臻完善。

当前，我们正处在第四次技术革命的时代。为了从速实现社会主义现代化，就要提高民族素质，培养大批人才。首先就要求在学校中大面积提高教育质量，必须充分调动教与学两方面的积极性，最大限度地发挥教师的主导作用和学生的主体作用。数学是一门基础学科。初中阶段又是承先启后的关键性阶段。根据中央教育体制改革的决定，本世纪内要普及九年制义务教育。搞好初中数学教学是关系到未来劳动者素质的一个重要方面。

党的十二大把教育作为三大战略重点之一，显见教育在当前新的历史时期的重要地位。要实现这个宏伟计划，光有经济实力还不行！可以设想，我们用大量的资金，办了大量的学校，如果教育质量不高，要造就大批人才，还是一句空话！所以有了学校和学生，还要解决能够胜任教学工作的一大批合格的人民教师。而合格的人民教师，必须掌握教学法。

数学是一门内容丰富，具有高度的抽象性，严谨的逻辑性的学科，这就给数学教学工作带来了一定的难度。长期以来，有些数学教师不重视教学法的研究，以为只要懂得教材，能教就行。一些师范院校的学生，对这门课，也认为无关轻重，学不学无所谓。其实，这就是造成我们中学数学教学质量不高的重要原因之一。近年来，这一现象有所改变。我们研究数学教

学法，实质上是要在复杂的数学教学中，探索教和学的规律，使之有法可循。对于新教师来说，尤为重要。因为新教师既不熟悉教材，又无教学经验。如果不学习教学法，就难以胜任教学工作。当然，我们也不能一切教学实践都被教学法条条所囿，毕竟它还是一门发展中的学科，还要依靠所有的数学教师共同努力创新，使之更为完备，更富于时代的气息。

现在，国际上中学数学教学改革运动，风起云涌，各家教学理论纷陈并举，百花齐放。数学教学过程中许多重大的问题尚有待探讨，亟需广大数学教师在教学实践中大胆地去摸索、试验、研究和总结。数学教学法这门课也必将随着时代的前进而不断创新和发展；但是，在某一阶段来说，宏观上有其相对的稳定性。

第一章 中学数学教学概述

初中数学教学是中学数学教学的一个组成部分。作为一个初中数学教师，不能局限于了解初中数学教学内容为满足，而必须对整个中小学数学教学的内容、结构、目的和方法有概括性的了解，才能有效地进行工作。

第一节 中学数学的教学目的

(1) 中学数学教学目的

在旧中国，从来没有教学大纲，也没有教学计划，更不要谈教学目的了。解放后，向苏联学习，采用东北版数学教材进行教学。一九五三年教育部颁布了第一个《中学数学教学大纲（草案）》，其后，又在一九五五年颁布了修订草案。六十年代初，在全国范围内，掀起了一个数学教学改革的高潮。其后，一九六三年教育部在原大纲的基础上，经过修订，颁布了《全日制中学数学教学大纲（草案）》。加强了“双基”，提高了教学要求，但因受“左”的思潮影响，未能完全付诸实施。经过了“文化大革命”，粉碎了四人帮，拨乱反正，于一九七八年颁布了《全日制十年制学校中学数学教学大纲（试行草案）》，在总结试行经验的基础上，接着在一九八二年又颁布《全日制六年制重点中学数学教学大纲（草案）》（征求意见稿）供大家讨论。在这个基础上，一九八七年国家教委正式颁行了《全日制中学数学教学大纲》（目前应以这个大纲为主要依据）这些在不同的历史时期颁布的“教学大纲”，有其基本相同而又有较大的差异的教学目的。为了了解不同历史时期

的教学目的异同，现在将一九六三年以后四次颁布的“教学大纲”（简称为“六三大纲”、“七八大纲”、“八二大纲”和“八七大纲”），所列的教学目的依次分录于下：

1、“使学生牢固地掌握代数、平面几何、三角和平面解析几何的基础知识，培养学生正确而且迅速的计算能力、逻辑思维能力和空间想象能力，以适应参加生产和进一步学习的需要。”

2、“使学生切实学好参加社会主义革命和建设、以及学习现代化科学技术所必需的数学基础知识，具有正确迅速的运算能力，一定的逻辑思维能力和一定的空间想象能力，从而逐步培养分析问题和解决问题的能力，通过数学教学，向学生进行思想政治教育，激励学生为四个现代化学好数学的革命热情，培养学生辩证唯物主义观点。”

3、“使学生切实学好从事现代化生产和进一步学习现代科学技术所必需的数学基础知识；培养学生的正确迅速的运算能力，逻辑思维能力和空间想象能力，逐步形成运用数学来分析和解决实际问题的能力。在数学教学中要结合教学内容向学生进行思想教育。激励学生为实现社会主义现代化学好数学的热情，培养学生的科学态度和辩证唯物主义世界观。”

4、“使学生学好从事社会主义现代化建设和进一步学习现代科学技术所必需的数学基本知识和基本技能，培养学生的运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力，以逐步形成运用数学知识来分析和解决实际问题的能力。要培养学生对数学的兴趣，激励学生为实现四个现代化学好数学的积极性，培养学生的科学态度和辩证唯物主义的观点。”

总的来说，中学数学教学目的必须包括三个方面：传授基础知识，培养基本能力和进行思想教育。也就是说在教学过程中要

传授知识,发展能力和提高思想。但是,在不同的历史时期,其具体要求又互不相同。解放初期,采用的东北版数学教材,实际上是苏联的课本,在基础知识上,略低于解放前我国中学数学的水平。所以,在六十年代初期,为了提高教学程度,重新开设平面解析几何,在数学目的中明确指出:学生学习代数、平面几何、立体几何、三角和平面解析几何的基础知识。在七十年代末和八十年代初,我们国家正处在四化建设的新时期,中学数学传授的知识就不仅限于以上几科,还要学习微积分、概率统计、逻辑代数等初步知识,以适应当前的需要。因此,在基础知识方面概括地提出“参加社会主义革命和建设,以及学习现代科学技术所必需的数学基础知识”;在“八七大纲”中更进一步改为“从事社会主义现代化建设和进一步学习现代科学技术所必需的基础知识和基本技能”。这样一改,更突出了普通中学的双重任务。

什么是数学基础知识?数学基础知识应该是为进一步学习有关的科学技术和参加劳动生产所必需具备的数学中初步的、基本的知识。一般说来,教学大纲所规定的教学内容,属于基础知识。因为大纲是根据国家制定的教学计划提出的要求而制定的。但是,基础知识也是发展的。随着科学技术的发展,中学数学的基础知识也应有所改变。例如五十年代就没有解析几何课,而六十年代解析几何列为基础知识了。可以想象,今后还将不断改变和发展。

同时,也必须注意,基础知识和基本技能还应当包括一些基本的数学思想和数学方法,如间接证法、分析法,综合法等逻辑方法,换元法、消去法等解题方法和解题技巧。而这些未列入大纲条文之中,以致往往被忽视。但是这些又是与大纲所列的内容紧密联系,不可分割的。所以在传授基础知识过程

中，要重视这些基本思想和方法的总结，并与培养基本能力紧密地结合起来，这样，可以起着相互加强和相互促进的作用。

《教学大纲》的条文概括性很强。“仁者见仁，智者见智。”不同的教师对同一条大纲条文，往往有着不同的理解，这就涉及了基础知识的深广度问题。因此，教师应该深入钻研大纲和教材，按教材的内容进行教学，不要任意引伸和扩大。国家教育委员会一九八五年六月二十八日的通知（见本章第二节附录）对初中数学教学要求作了明确的规定，提出了基本要求和较高要求。为掌握初中数学基础知识提供了条件。对于学有余力，成绩优异的学生，可以通过第二课堂来加深和扩大他们的知识面；至于为了进行某些教改试验，另行编写教材，对基础知识作不同的处理，那又当别论。对此，我们还应当鼓励有经验的初中教师勇于探索，敢于创新。

在能力培养方面，“八七大纲”提出三个基本能力——运算能力，逻辑思维能力和空间想象能力。三种能力的培养，都是与基础知识紧密联系的。特别是运算能力培养与基础知识的掌握息息相关。概念、法则、定理是运算的基础，而这些又是基本知识的重要组成部分。因此，只有掌握基础知识，才能提高运算能力并促进其发展；反过来，运算能力的提高与发展，又加深对基础知识的理解与掌握。对初中学生来说，在准确掌握基础知识的基础上培养运算能力，尤为重要。因为初中学生，特别是初一学生，没有阅读课文的习惯，做作业只知道按照书上例题如法炮制；知其然而不知其所以然。因此，在初中数学教学中，讲授基础知识与培养运算能力更要紧密结合，并在学习方法上加以指导（这一点在第五章另作专题叙述）。

数学是一门具有严密逻辑性的学科，所以在教学过程中既有条件而且也应该培养学生的逻辑思维能力，并在此基础上提

高解决实际问题的能力。所以，逻辑思维能力不能单靠基础知识讲授的过程中来培养，更为重要的、更多的是通过解题过程中的分析、综合、概括、推理等等而逐步形成和发展。初中学生由于年龄特征，逻辑思维能力很不成熟，正处在由形象化向抽象化、概括化转化的阶段。这个时期，教师尤其要重视逐步培养学生思维的严谨性，而且应以形式逻辑为主。要求学生概念明确，判断恰当，运算合理，思路清晰，论证有据。使学生初步理解和运用分析、综合、归纳、演绎的逻辑方法，培养学生观察、比较、抽象、概括的能力。教师要以身作则，善于示范，对学生起着潜移默化的作用。

现实世界的空间形式和数量关系，是数学研究的对象，在研究过程中，总是舍弃客观事物的具体性质，研究其内在的普遍关系。从观察、分析开始，通过抽象思考进行概括。这就要培养学生的空间想象能力。

人们往往认为：培养空间想象能力是立体几何的任务，其实不然。客观事物虽然存在于三维空间之中，而我们进行研究时，总是分解为二维，在平面上来考察。特别在初中，更应通过平面几何图形（代数、平面几何和三角的图形）初步培养学生空间想象能力。特别是运用模型和利用直观图的作用，由直观到抽象，是一个很有效的手段。

以上三种能力是互相联系、不可分割的，要使学生学好数学，首先要学好基础知识，掌握基本技能，这是数学教学中要抓的两个首要环节。在此基础上，逐步形成应用数学知识分析和解决实际问题的能力（包括物理、化学、地理等等）。使他们能把实际问题化为数学问题并加以合理的解决。要达到这个要求，需要培养学生的观察能力，阅读能力，表达能力，独立思考能力，自学能力等等。“八二大纲”在这里把“七八”大

纲的培养改为“形成”，明确了三种基本能力的培养要落实到分析和解决问题能力的形成。一个具有应用数学知识分析和解决问题能力的人，才能适应现代科学技术迅速发展的需要，并在从事现代化生产中有所前进。

在思想教育方面，“八七大纲”的提法较好，它给教师指出一条进行思想教育的有效途径，这就是“要结合教学内容”，不象“在教学过程中”那样含糊的提法。既然“要结合教学内容”，就必须挖掘教材的思想性，有机地结合其内容，向学生进行辩证唯物主义的教育，培养学生爱国主义思想，民族自尊心和科学态度。教育学生全心全意地为社会主义现代化服务。

恩格斯指出：“要确定辩证的同时又是唯物主义的 自然观，需要具备数学和自然的知识”。可见在数学教学中进行辩证唯物主义教育是必要的也是可能的。不过，数学教学实际上只能培养学生辩证唯物主义的某些观点，不可能全面完成培养辩证唯物主义世界观的任务。所以“八七大纲”中教学目的最后一句的提法比“八二大纲”的提法较为合适。

对于初中学生来说，在总的教学目的要求之下，达到的程度是不同于高中学生的。如果说，中学数学教学是为从事生产和进一步学习打下基础，则初中是基础的基础。由于年龄和心理特征，初中和高中除了教学内容有区别之外，在能力培养和思想教育方面也要有所区别。如在少年时期，学生的抽象思维能力才逐步开始占主要地位，但并不成熟；到了青年时期，跨入高中阶段，他们的抽象逻辑思维才能进一步发展。在这方面，如果教师以对待高中学生那样对待他们的学生，显然违背心理学的规律，收不到预期效果。

(2) 确定中学数学教学目的的依据

确定普通中学数学教学目的的依据，概括起来，可以分为三点：第一，党和国家的教育方针；第二，数学学科的特点；第三，普通中学的任务和学生的年龄特征。

培养什么样的人，是由国家的性质决定的。根据党的教育方针，我们社会主义国家，要培养全面发展的人。但在不同的历史时期，其具体要求又不尽相同。当前，我们正处在一个伟大的时代，小平同志为景山中学题词，及时地提出“教育要面向现代化，面向世界，面向未来”。为此，我们的教育必需适应社会主义现代化建设的需要，要提供素质好、数量充足的具有高度科学文化水平，有更高的思想觉悟，具有创造精神的新型人才；要引导青年正确认识世界，及早防止西方国家普遍存在的物质文明高度发达精神文明十分空虚的病态现象，使我国教育达到世界先进水平，对世界、对人类作出应有的贡献；同时，因为教育总是为未来准备人才的，人才培养若不是走在前头，科学技术、经济建设就很难发展，也就难以向共产主义伟大的目标前进。

由于科学的发展，数学已经成为一切科学的工具。华罗庚同志早就提出：“宇宙之大，粒子之微，火箭之速，化工之巧，地球之变，生物之谜，日用之繁，无处不用数学”。时至今日，不仅自然科学，而且社会科学，也需要数学。这一特点，决定了数学在各级各类学校中的地位。在中学里，数学课程越来越重要。它和语文、外语并列为中学三大基础课。

从普通中学双重任务的性质出发，确定了学生在中学阶段必须学好“从事建设现代化社会主义和进一步学习现代化科学技术所必需的基础知识”，使学生毕业后能从事生产，或升入高一级的学校学习。同时，由于数学本身的三个基本特点——高度的抽象性，严谨的逻辑性和应用的广泛性，确定了中学数

学课必须传授一定的基础知识，培养并发展学生的基本能力，才能使~~学生~~适应现代化生产和更好地学习现代化科学技术的需要。如果把“双基”要求定得过高，脱离了中学生的实际，教学目的也就无法达到。

我们确定中学数学课的教学目的，从宏观上看，必须保证党的教育方针的贯彻，考虑我国所处时代的特点，从培养什么样的人出发；从微观上看，必须根据普通中学双重任务的性质，数学本身的基本特点以及学生的年龄特征，提出较为具体的任务和要求。

第二节 中学数学的教学内容

中学数学教学内容，应根据教学目的来确定，在不同的历史时期，具体内容应作相应的改变。

《全日制中学数学教学大纲》对教学内容的确定，可以概括为六个字的“更新原则”，即“精简、增加、渗透”。具体地说，即

（1）精简传统的中学教学内容。应从传统教学内容中，精选参加工农业生产和学习现代化科学技术所必需的基础知识。删减次要和用处不大的内容。

（2）在初中阶段增加统计的初步知识，在高中阶段增加极限的简单应用和概率的初步知识作为选学内容。

（3）适当渗透集合、对应等数学思想。

总的来说，以近代内容的思想充实、改变和提高传统内容，又要以传统内容作为学习近代内容的基础。

至于内容的安排，首先要考虑数学各科本身的内在联系，以及各科之间的互相联系，其次，要符合学生的认识过程和接受能力，由浅入深，由易到难。第三，还要注意和物理、化学各科的配合。