

频率合成的理论、设计和应用

译 者 的 话

遵照伟大领袖和导师毛主席“洋为中用”的教导，我们将1973年伦敦出版的《Frequency Synthesis: Theory, Design & Applications》一书译出。本书以介绍频率合成的基础理论为主，并给出了设计和应用实例。另外，对频率合成方法及其电路涉及的范围较广、叙述也比较清楚，对所引用的数字和一些电路理论均有附录，查阅方便，但对数字式频率合成的叙述较少。本书可供从事频率合成器研制人员参考，亦可作为高等院校有关专业的参考教材。

本书译稿经七一四厂秦恒华、官知节、仇正平、符祥庆和吴立群等同志校对，在译校过程中承蒙成电张煦老师和南工程时昕老师的具体指导与帮助，在此一并表示衷心感谢！

由于我们水平有限，译文一定存在不少缺点和错误，敬请读者批评指正。

南京无线电厂技术情报室

1976. 12.

目 录

第一章 谐波的产生

1.1 一般非线性元件	(1)
1.2 理想开关	(2)
1.3 半导体二极管	(5)
1.4 限幅器	(6)
1.5 再生开关	(9)
1.6 谐波序列的调制	(11)
1.7 高频载波的调制	(15)
1.8 小结	(19)

第二章 倍 频

2.1 理想的倍频器	(23)
2.2 二极管倍频器	(24)
2.3 丙类倍频器	(33)
2.4 倍频器中信噪比和相位稳定度的降低	(38)
2.5 小结	(41)

第三章 分 频

3.1 正弦波振荡器的同步	(44)
3.2 弛张振荡器的同步	(44)
3.3 再生分频器	(46)
3.4 参量分频器	(47)
3.5 计数分频器	(47)
3.6 分频器的相位不稳定性	(57)
3.7 小结	(60)

第四章 混 频

4.1 二极管混频器	(65)
4.2 晶体管混频器	(69)

4.3	开关混频器	(73)
4.4	频率合成器的互调问题	(79)
4.5	小结	(85)

第五章 频率合成

5.1	频率合成的数学原理	(90)
5.2	单频合成器	(100)
5.3	可变频率合成器	(105)
5.4	漂移抵消系统	(112)
5.5	小结	(115)

第六章 锁相环

6.1	基本方程	(118)
6.2	小信号特性	(122)
6.3	大信号特性	(129)
6.4	鉴相器	(135)
6.5	压控振荡器	(139)
6.6	小结	(142)

第七章 锁相式频率合成器

7.1	锁相式倍频器	(148)
7.2	锁相式分频器	(152)
7.3	锁相式混频器	(153)
7.4	锁相式单频合成器	(156)
7.5	数字式频率合成器	(160)
7.6	锁相式频率可变的十进制频率合成器	(167)
7.7	小结	(172)

第八章 频率合成器的应用

8.1	测量技术中的应用	(177)
8.2	通讯技术中的应用	(183)
8.3	频率标准及时间标准中的应用	(188)
8.4	小结	(190)

第九章 频率合成器中的频率和相位起伏

9.1	正弦信号上有限带宽之弱骚动	(193)
9.2	短期频率稳定度的理论原理	(195)
9.3	频率合成器中的噪声	(198)
9.4	测量技术	(201)
9.5	小结	(204)

第一章 谐波的产生

具有非线性伏安特性的无源或有源元件能产生许多信号，其频率正好是输入基频的整倍数或整分数。为了便于理解频率合成，尤其是谐波序列的产生问题，本章将回顾一下非线性电路理论中某些有关的原理和结果。

1.1 一般非线性元件

首先，我们来观察一下接在闭合回路内的简单非线性元件（如图 1.1 所示）。如果 v_g 为输入电压， $v(i)$ 为非线性元件上的电压降，那么，回路中环行的电流可用下式表示

$$i = \frac{v_g - v(i)}{Z_G + Z_L} \quad (1.1)$$

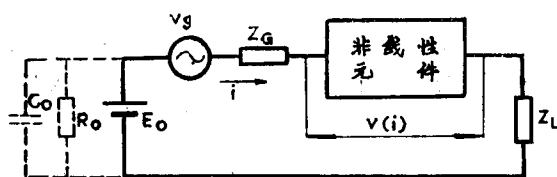


图1.1 采用非线性元件的电路

在小信号的情况下，根据泰勒（Taylor）级数展开式，可求出 $v(i)$ 的近似值：

$$v(i) = (v)_i + \left(\frac{\partial v}{\partial i} \right)_{i_0} (i - i_0) + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial i^2} \right)_{i_0} (i - i_0)^2 + \dots \quad (1.2)$$

可以令 $i_0 = 0$ ，不致失去一般性：

$$v(i) = v_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\partial^n v}{\partial i^n} i^n \quad (1.3)$$

又设 $v_g = V_{g1} \cos \omega t$ ，而且

$$V_{g1} \gg |v(i)| \quad (1.4)$$

这就是用恒流源激励，在此情况下，电流 i 必然有大的分量： $i_1 \cos(\omega t + \varphi)$ ，而且

$$i \approx i_1 \cos(\omega t + \varphi) = \frac{i_1}{2} \{ \exp[j(\omega t + \varphi)] + \exp[-j(\omega t + \varphi)] \} \quad (1.5)$$

代入(1.3)式, 得:

$$v(i) = v_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{i_1}{2} \right)^n \frac{\partial^n v}{\partial i^n} \{ \exp[j(\omega t + \varphi)] + \exp[-j(\omega t + \varphi)] \}^n \quad (1.6)$$

采用二项式定理并根据 $\exp(jk\omega t)$ 的倍数并项整理, 得:

$$v(i) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} v'_k \exp(jk\omega t) \quad (1.7)$$

容易证明, v'_{-k} 和 v'_k 互为共轭复数, 这意味着(1.7)式右边是 $v(i)$ 的复数傅里叶展开式。

代入(1.1)式, 可以看出电流 i 也包含高次谐波分量, 因此, 其展开式类似于复傅里叶级数

$$i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} i'_k \exp(jk\omega t)^* \quad (1.8)$$

为了获得完全的解, 须将(1.8)式给出的电流代入(1.3)式, 而不是使用一级近似。

应用附录4.1所给出的一般互调产物理论, 便可求出各次谐波的幅度。通常, 这种求解是非常复杂的, 但亦有一些简便的近似解法, 这些解法在实用中是有价值的。

1.2 理想开关

在采用理想开关的情形, 如果阻抗 Z_G 和 Z_L 都不包含电抗分量的话, 那么, 非线性元件上的电压 $v(i)$ 便等于零或等于 $v_g(t)$ 。

对于输入电压:

$$v_g(t) = E_m \cos \omega t - E_0 \quad (1.9)$$

$$\text{当} \quad E_0 = E_m \cos \frac{\theta}{2} \quad (1.10)$$

时, 接通开关, 则电流仅在 $(-\theta/2, +\theta/2)$ 区间导通(图1.2)。相应的傅里叶展开式为

$$i(t) = \frac{1}{\pi} \frac{i_p}{1 - \cos(\theta/2)} \left[\sin \frac{\theta}{2} - \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} + \left(\frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right) \cos \omega t \right]$$

* 如前所述, (1.7式和(1.8)式中, $v'_{-k} = v'_k{}^*$ 和 $i'_{-k} = i'_k{}^*$, 因为实际电压和电流均系实数物理量。所以必须记住, 如果变量之一写成三角形形式 $v = v_n \cos(n\omega t + \lambda)$, 那么

$$|v_n| = |v_{-n}'| + |v_n'| = 2|v_n'|.$$

$$+ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n^2-1} \left(\frac{1}{n} \sin \frac{n\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{n\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right) \cos n\omega t \quad (1.11)$$

式中峰值电流 i_p 由下式给出:

$$i_p = i_m \left(1 - \cos \frac{\theta}{2} \right) = \frac{E_m}{R_G + R_L} \left(1 - \cos \frac{\theta}{2} \right) \quad (1.12)$$

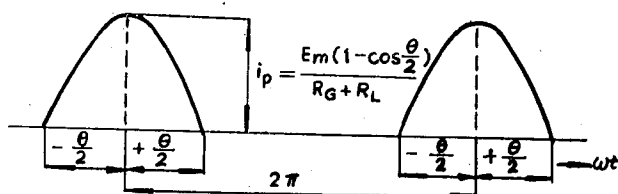


图1.2 电流导通角为 θ 的正弦波脉冲

(1.11) 式中电流 $i(t)$ 所包含的前七次谐波分量的相对幅度与电流导通角 θ 的关系示于图1.3 (a) 和 (b)。

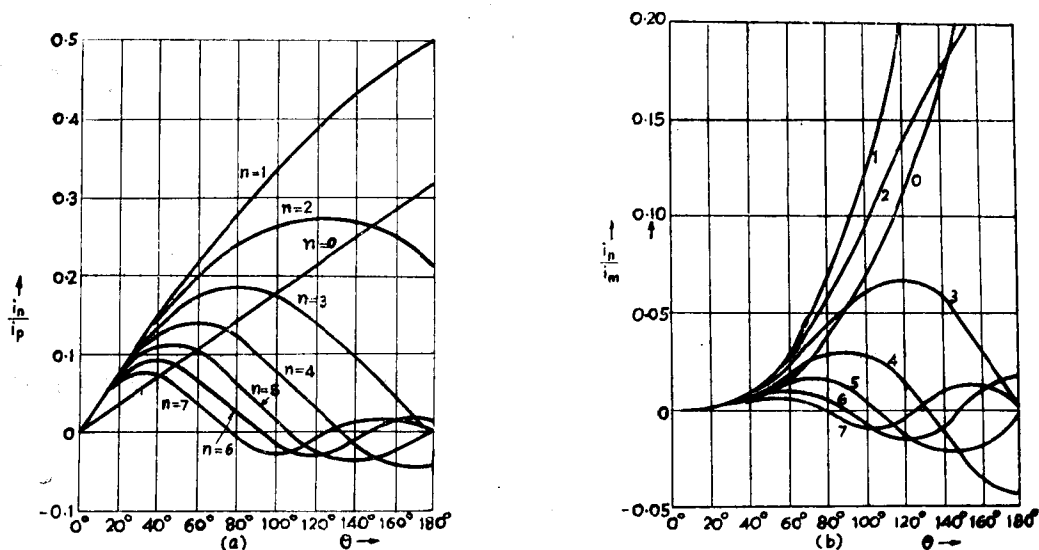


图1.3 在“理想开关”作用下产生的正弦波脉冲序列的谐波分量

- (a) 以峰值电流 $i_p = E_m[1 - \cos(\theta/2)] / (R_G + R_L)$ 为基准的归一化谐波幅度 (i_n/i_p) 与电流导通角 θ 的关系曲线
- (b) 以输入幅度 $i_m = E_m / (R_G + R_L)$ 为基准的归一化谐波幅度 (i_n/i_m) 与电流导通角 θ 的关系曲线

运用 (1.11) 式, 可便当地找出几种重要波形的谐波含量。

(A) 半波整流的正弦曲线

$$\frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{2}, \quad i_p = i_m = \frac{E_m}{R_G + R_L}$$

$$i(t) = \frac{2}{\pi} i_m \left[\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4} \cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 2\omega t - \frac{1}{15} \cos 4\omega t + \frac{1}{35} \cos 6\omega t \mp \dots \right] \quad (1.13)$$

(B) 推—推连接的两个理想开关

所产生的波形如图1.4, 它仅仅是增加另一个延迟了 π 的傅里叶展开式(1.11)。

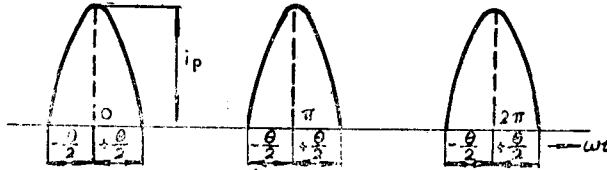


图1.4 电流导通角为 θ 的正弦脉冲推—推相加

由于相互影响, 奇次谐波被抵消了, 而偶次谐波增加一倍:

$$i(t) = \frac{2}{\pi} \frac{i_p}{1 - \cos(\theta/2)} \left[\sin \frac{\theta}{2} - \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right. \\ \left. + \sum_{n=2,4}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 1} \left(\frac{1}{n} \sin \frac{n\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{n\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right) \cos n\omega t \right] \quad (1.14)$$

(C) 全波整流的正弦曲线

$$\frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{2}, \quad i_p = i_m$$

$$i(t) = \frac{4}{\pi} i_m \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cos 2\omega t - \frac{1}{15} \cos 4\omega t + \frac{1}{35} \cos 6\omega t \mp \dots \right] \quad (1.15)$$

(D) 推挽连接的两个理想开关

所产生的波形如图1.5所示。与(B)相反, 它必须减去一个延迟为 π 的傅里叶展开式。

$$i(t) = \frac{2}{\pi} \frac{i_p}{1 - \cos(\theta/2)} \left[\left(\frac{\theta}{2} - \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \right) \cos \omega t \right. \\ \left. + \sum_{n=3,5}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 1} \left(\frac{1}{n} \sin \frac{n\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{n\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right) \cos n\omega t \right] \quad (1.16)$$

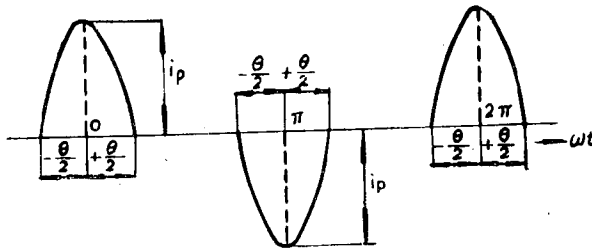


图1.5 电流导通角为 θ 的正弦波脉冲的推挽相加

1.3 半导体二极管

根据扩散和二极管理论[1.1], 半导体二极管的伏安特性(见2.2 A节)为

$$i = A [\exp(\alpha v) - 1] \quad (1.17)$$

式中, v 为整流结上的电压, A 和 α 是常数。从理论得知,

$$\alpha_{\text{理论}} = \lambda = \frac{q}{kT} \quad (1.18)$$

式中

q —— 电子电荷 = 1.6×10^{-19} (库仑)

k —— 波耳兹曼 (Boltzman) 常数 = 1.38×10^{-23} (焦耳/°K)

T —— 绝对温度 (°K)

在室温 (25°C) 时,

$$\lambda \approx 40 \text{ 伏}^{-1} \quad (1.19)$$

只是现代外延肖特基势垒二极管, 在好几个数量级的电流区有指数伏安特性曲线, 且斜率近似于 λ 。而一般情况下 $\alpha = n\lambda$, 其中 n 在 1 和 2 之间。

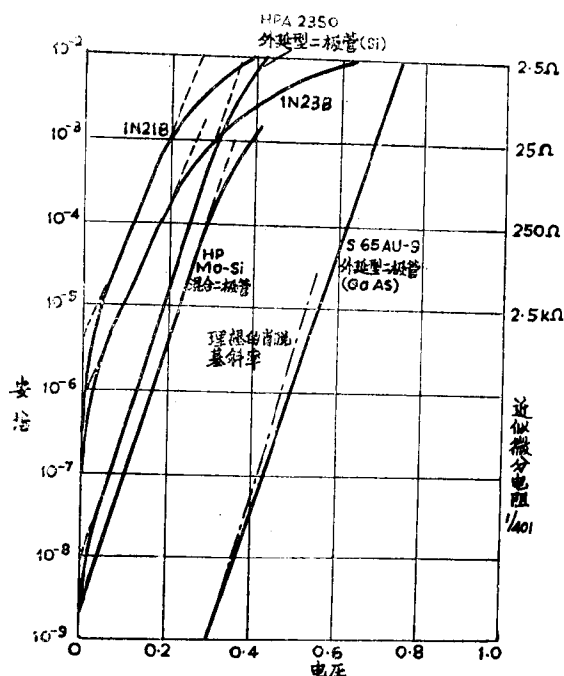


图1.6 不同的半导体二极管的伏安特性曲线

从图 1.6 中可见, $\log i$ (电流的对数) 沿着直线 (其斜率为 α , 但比理论上的 40 伏⁻¹ 稍低一点) 一直延续至 0.2 或 0.3 伏, 而后才开始弯曲。扣除半导体的体电阻 R_s 上的电压降, 可使该曲线以 α 为斜率而延续到较高的电压值。

$$i = A \{ \exp [\alpha (v - iR_s)] - 1 \} \quad (1.20)$$

然而, 还有一个困难。因为常数 a 和 A 对二极管特性曲线的反向部分是不适用的。部分的改善方法是加一个小的并联电导 $1/R_B$, 计及反向特性的有限斜率。

式 (1.20) 的优点是它非常近似于实际的二极管特性曲线, 而且, 这样简明的解析形式可以容易地展成幂级数〔见 (1.2) 和 (1.3) 式〕和傅里叶级数。根据附录 1.1, 对于 $v = E_0 + E_m \cos \omega t$, 得

$$i = A \{ \exp [\alpha (E_0 + E_m \cos \omega t)] - 1 \} = A \{ \exp (\alpha E_0) [I_0(\alpha E_m) + 2I_1(\alpha E_m) \cos \omega t + 2I_2(\alpha E_m) \cos 2\omega t + \dots] - 1 \} \quad (1.21)$$

式中: $I_0(\alpha E_m)$, $I_1(\alpha E_m)$, 等均为自变量 (αE_m) 的修正贝塞尔函数。

(1.21) 式的重要特点是表示所有的谐波是存在的, 这些谐波的幅度是逐渐衰减的。但是, (1.21) 式的适用范围仅限于下列情况, 即正向峰值电压 $(E_0 + E_m)$ 应小于 0.3 伏, 而且电源和负载电阻总和要小于 (2.11) 式中所示的二极管等效电阻 R_d 。

对于较大电压或大的电阻 $R_G + R_L$, 使用 1.20 式是必要的。

应用泰勒级数展开式得到幂级数

$$i = a_0 + a_1 v + a_2 v^2 + \dots \quad (1.22)$$

系数 a_k 已由 Mills [1.2] 等估算出来。

若只考虑低次谐波, 那么折线性化的二极管特性曲线 (见第 2.2 节及图 2.3) 所给出的结果就足够精确。因此, 实际工作情况可简化成理想开关 (1.11) 与 $R_G + R_L + r_d^*$ 的串联, 当 $R_G + R_L$ 越大时, 用这种方法就越恰当。这种方法的优点在于可以很容易地用图解法求出近似解 (见图 1.3 (a) 和 (b))。

用幂律表示二极管特性曲线导通部分是较好的近似形式。其优点是使得谐波电流 i_n 的幅度可用特别简洁的形式表示出来 [1.3]。平方律特性时相对幅度 i_n/i_p ($n = 0, 1, \dots, 7$) 与电流通角 θ 的关系画在图 1.7 上。

1.4 限幅器

在第 1.2 节中, 我们已讨论过, 由于开关作用, 非线性元件 (“理想开关” 型) 上的电压乃是一边被削波的正弦波。为了产生双向对称削波限幅的正弦波, 只要并联一个相反偏置极性的理想开关就行了 (见图 1.8 中的简单限幅器)。

从基波电压 $E_m \cos \omega t$ 中减去用 (1.11) 式得出的被削去的尖峰, 便可求出限幅后正弦波电压的谐波含量 (见图 1.9)。

$$e_{lim} = E_m \left\{ \frac{1}{\pi} \left[- \left(\sin \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} \right) + \left(\sin \frac{\theta_2}{2} - \frac{\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} \right) \right] + \left[1 - \frac{1}{2\pi} (\theta_1 + \theta_2 - \sin \theta_1 - \sin \theta_2) \right] \cos \omega t \right\}$$

* 根据图 2、3, $r_d = R_s + R_d$

$$- \frac{1}{\pi} \sum_{n=2,3,\dots}^{\infty} \frac{2}{n^2-1} \left[\left(\frac{1}{\pi} \sin \frac{n\theta_1}{2} \cos \frac{\theta_1}{2} - \cos \frac{n\theta_1}{2} \sin \frac{\theta_1}{2} \right) \right. \\ \left. - (-1)^n \left(\frac{1}{\pi} \sin \frac{n\theta_2}{2} \cos \frac{\theta_2}{2} - \cos \frac{n\theta_2}{2} \sin \frac{\theta_2}{2} \right) \right] \cos n\omega t \} \quad (1.23)$$

$$\frac{\theta_1}{2} = \arccos \frac{E_{L1}}{E_m}, \quad \frac{\theta_2}{2} = \arccos \frac{E_{L2}}{E_m} \quad (1.24)$$

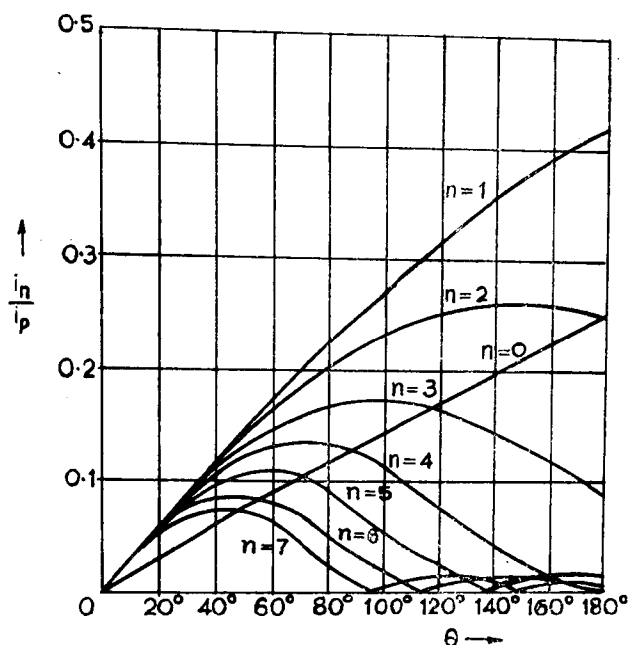


图1.7 二极管特性曲线为平方律时，对峰值归一化的谐波电流幅度 (i_n/i_p) 与电流导通角 θ 的关系

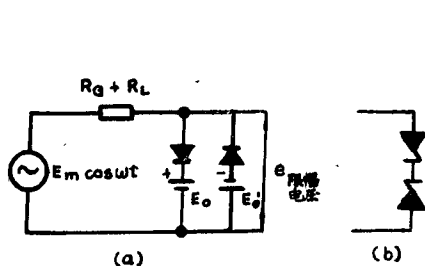


图1.8 一个简单的大信号限幅器：
(a) 用二个偏置二极管并联；
(b) 用齐纳击穿获得偏置电压。

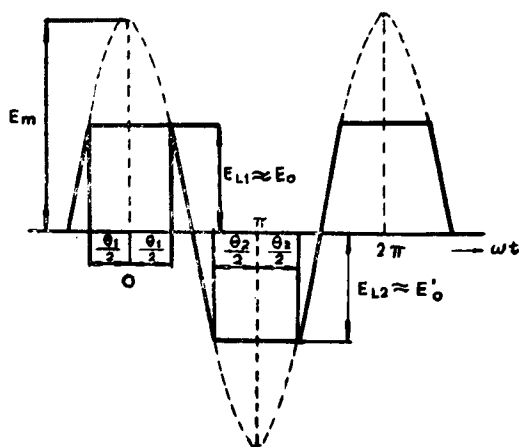


图1.9 已限幅的正弦波

因对称限幅 $E_{L1} = E_{L2} = E_L$, 故 $\theta_1/2 = \theta_2/2 = \theta/2$, 偶次谐波受到抑制。

$$e_{lim} = E_m \left\{ \left[1 - \frac{1}{\pi} (\theta - \sin \theta) \right] \cos \omega t - \frac{2}{\pi} \sum_{n=3,5,\dots}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 1} \left(\frac{1}{n} \sin \frac{n\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} - \cos \frac{n\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \right) \cos n\omega t \right\} \quad (1.25)$$

式中

$$\frac{E_L}{E_m} = \cos \frac{\theta}{2}$$

图1.10 给出了基波的归一化幅度 e_1/E_L 随归一化输入幅度的 E_m/E_L 变化关系。

当二个或三个具有功率增益的限幅器 (如图1.11所示) 串联时, 最终的相对限幅电平很低

$$\frac{\theta}{2} \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

在这种情况下, 展开式 (1.25) 简化为:

$$e_{lim} \approx \frac{4}{\pi} E_L \left[\cos \omega t - \frac{1}{3} \cos 3\omega t + \frac{1}{5} \cos 5\omega t - \dots + (-1)^{(n-1)/2} \frac{1}{n} \frac{\sin n[(\pi - \theta)/2]}{n(\pi - \theta)/2} \cos n\omega t + \dots \right] \quad (1.26)$$

上述展开式的最重要特征乃是一级近似时, 基波幅度与电流导通角 θ 无关, 从而与输入幅度 E_m 也无关 (见图1.10)。

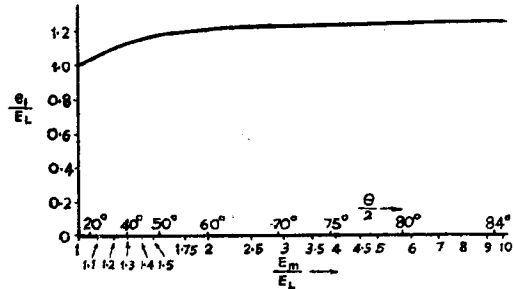


图1.10 正弦波经限幅后基波的归一化幅度 e_1/E_L 与归一化输入幅度 E_m/E_L 的关系。

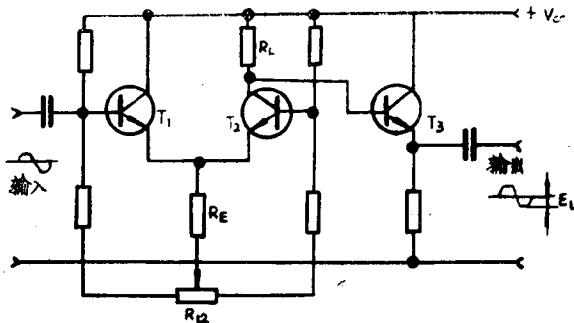


图1.11 具有功率增益的限幅器——发射级耦合的削波器。用平衡控制 R_{12} 调至对称。限幅的电压电平为 $|E_L| \approx |V_{CC}/2| R_L/(R_L + R_1)$; T_3 是发射极跟随器, 用作隔离部件, 又用作下级的激励器 (见Maxwell[8.3])。

1.5 再生开关

在前几节中, 我们讨论的波形与基本正弦波或其部分没有很大区别。从中可见, 一般较高次谐波的幅度衰减得很快, 甚至某些谐波会完全消失。克服这些缺点的办法是产生与基波频率有关的陡峭瞬变。诸如多谐振荡器, 斯密特触发器, 双稳态电路, 饱和磁芯, 阶跃恢复二极管等等均能满足上述要求。所产生的波形可能形状不一, 但它们大多数有一些共同点, 这就是不同时间常数的瞬变。由于可以采用迭加法, 先了解一下仅包含一次瞬变的简单波形是重要的。

(A) 经微分的矩形波

$$f(t) = \begin{cases} A \exp(-q\omega t) & (0 < \omega t < \theta) \\ B & (\omega t = \theta) \text{ (见图 1.12)} \\ 0 & (\theta < \omega t < 2\pi) \end{cases} \quad (1.27)$$

$$f(t) = \frac{A-B}{2\pi q} + \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{q^2 + n^2} \{ [Aq - B(q \cos n\theta - n \sin n\theta)] \cos n\omega t + [An - B(q \sin n\theta + n \cos n\theta)] \sin n\omega t \} \quad (1.28)$$

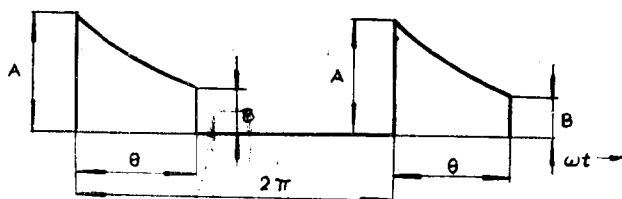


图1.12 经微分的矩形波

式中: $q = (1/2\pi) \cdot (T/\tau) = (1/\theta) \lg(A/B)$;

τ 系决定初始幅度 A 变化率的时间常数; T 系基波周期的持续时间。

从 (1.28) 式可求出 n 次谐波幅度的绝对值为:

$$c_n = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{A^2 + B^2 - 2AB \cos n\theta}{q^2 + n^2}} \quad (1.29)$$

显然, 只要 $A > B$, 谐波就不会消失。

利用 (1.28) 式还可求得其他重要波形的傅里叶展开式。

(B) 矩形脉冲

$A = B$, $q = 0$, 而且比原点导前 $\theta/2$ (见图 1.13), 此时可用下式表示:

$$f(t) = 2 \frac{A}{\pi} \left[\frac{\theta}{4} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\theta}{2} \cos n\omega t \right] \quad (1.30)$$

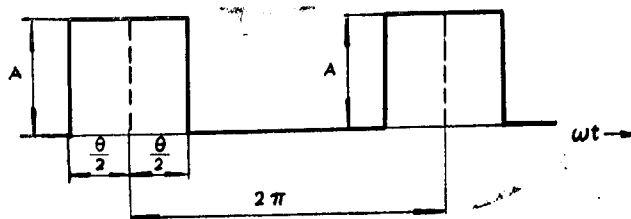


图1.13 矩形脉冲

在展开式中, 当

$$\sin \frac{n\theta}{2} = 0 \text{ 或 } \frac{n\theta}{2} = k\pi \quad (1.31)$$

时, 谐波幅度均等于零。

(C) 微分的脉冲 (见图1.14)

$B \rightarrow 0$ (在 ωt 到达 2π 之前)

$$f(t) = \frac{A}{\pi} \left[\frac{1}{2q} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{q^2 + n^2}} \sin(n\omega t + \gamma_n) \right] \quad (1.32)$$

$$\tan \gamma_n = \frac{q}{n} \quad (1.33)$$

所有 $n < q$ 的谐波幅度实际上是均匀的, 到 $q = n$ 时, 下降到 -3dB 。

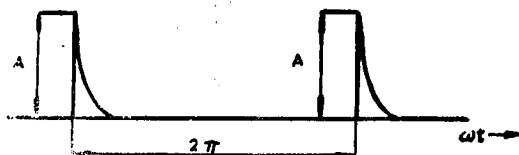


图1.14 经微分的脉冲

(D) 任意的窄脉冲

共同的特性是有效电流导通角 $\theta \ll 2\pi$ 。

显然, 这用 δ 函数来表示是很合适的。然而, 在这种情形下, 脉冲面积比实际脉冲形状更为重要。

相应的傅里叶展开式为

$$f(t) \approx \frac{2}{T} S \left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{n \leq r} \cos n\omega t \right] + R_r \quad (1.34)$$

式中:

S 系在 $(\alpha; t)$ 平面上的脉冲面积 (见图1.15);

R_r 系其余级数各项的总和。

由于这些脉冲的形状是任意的，零电平时电流导通角 θ 的定义有时可能是含糊不清的。因此，引用半脉冲幅度 $A/2$ 之间的角度 θ_H 或持续时间 $\tau_H = T (\theta_H/2\pi)$ 。这个参数的优点是它可以很方便地被实验测定，且依据这个参数，人们就能够估算出 (1.34) 式中的 r 值。在进行近似积分后，求得：

$$S \approx \tau_H A \quad (1.35)$$

进一步，粗略地估算一下功率频谱（假定在时间 $-\tau_H/2, 0, +\tau_H/2$ 的取样幅度分别为 $\frac{A}{2}, A, \frac{A}{2}$ ）*，可以发现第一个最小值应该发生于

$$n \approx \frac{T}{\tau_H} \text{ 或 } n \approx \frac{2\pi}{\theta_H}^{**} \quad (1.36)$$

显而易见，任何电路，只要能把正弦输入信号变成一系列足够窄的脉冲，均可用作宽带谐波发生器

(i) 在较低频率（大约低于 1MHz），任一类型的再生开关都可采用，例如微分电路后面连接的同步多谐振荡器或斯密特触发器，若有必要，在微分电路后还可加接门电路，以遏止无用极性的脉冲。在这一频率范围内采用的另一开关现象是与高度非线性的电感有关的，〔1.5〕、〔1.6〕。

(ii) 在较高频率（高至现代技术的 20 千兆赫），用截断流过电荷控制开关（高度非线性电容器一阶跃恢复或电荷储存二极管，见第 2.2 节及图 2.3）电流的方法来产生极窄的脉冲（几十微微秒）〔1.7、1.8〕。远超过 5 千兆赫的密集的谐波序列，可用这种方法来实现〔1.9〕。

1.6 谐波序列的调制

原始脉冲序列的调幅或调相常常可以产生很密集的频谱。其优点是可使某些频谱线（通常是基本频谱的谱线）变得比新增加的边带更为突出，这对标定频率刻度是有益的。另外，当调制频率变化时，边带频率在这些原始谱线之间的频段扫描，使内插问题变得较容易。

(A) 脉冲序列的调幅

(1.34) 式中的脉冲面积 S ，一般是其幅度 A 的非线性函数。用泰勒展开式，便得：

$$S = (S)_{A_0} + \left(\frac{\partial S}{\partial A} \right)_{A_0} (A - A_0) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 S}{\partial A^2} \right)_{A_0} (A - A_0)^2 + \dots$$

* 参阅〔1.4〕，可找到对这个问题较深入的分析。

** 可以预料，很不对称的脉冲将偏离这条法则，参考微分脉冲序列的傅里叶展开式 (1.32)。

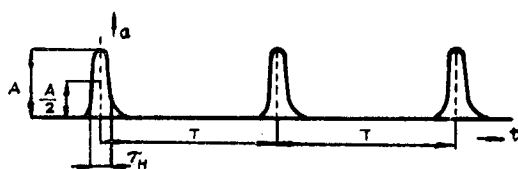


图1.15 任意的窄脉冲

$$= S_0 + S_1(A - A_0) + S_2(A - A_0)^2 + \dots \quad (1.37)$$

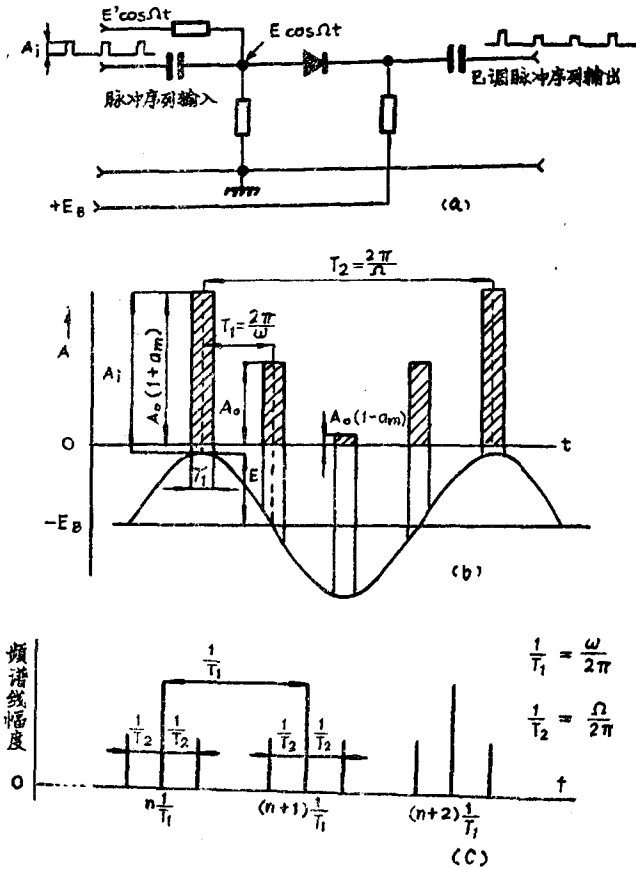


图1.16 脉冲序列的调幅

- (a) 调制器原理图;
 (b) 已调输出脉冲序列的时域表示;
 (c) 已调输出脉冲序列的频域表示。

如果幅度 A 随着频率 Ω 周期性的变化, 那么

$$A = A_0(1 + a_m \cos \Omega t) \quad 0 < a_m \leq 1 \quad (1.38)$$

将 (1.37) 和 (1.38) 式代入 (1.34), 便可导出调幅窄脉冲序列的频域表示式为:

$$f(t) \approx \frac{2}{T} [S_0 + S_1 a_m A_0 \cos \Omega t + S_2 a_m^2 A_0^2 \cos^2 \Omega t + \dots] \\ \times \left(\frac{1}{2} + \sum_{n=1, 2, \dots} \cos n\omega t \right) \quad (1.39)$$

运用 $\cos(\Omega t) \cdot \cos n\omega t = \frac{1}{2} [\cos(\Omega + n\omega)t + \cos(n\omega - \Omega)t]$ 的展开可见, 频域的每个谱线均具有间隔 $\pm \Omega$ 的两个边带 (见图 1.16(c))。

S 和 A 之间的非线性，也就是 (1.37) 式中出现的高次项如 $S_2 (A - A_0)^2$ 等项，乃是产生间隔 $\pm 2\Omega$ ， $\pm 3\Omega$ 等较高次边带的原因。

用简单的二极管门就能对脉冲序列进行调幅。图 1.16 (a) 就是这种调制器的原理图。

(B) 脉冲序列的脉冲调制

用一个矩形波来调制参数为 $(\tau_1; T_1)$ 的脉冲序列是相当重要的，这个矩形波的周期 $T_2 = kT_1$ (k 是正整数)，它与脉冲序列有相同的时间原点，并且其脉冲持续时间 τ_2 满足下式 (见图 1.17 (a))，

$$\tau_1 < \tau_2 < 2T_1 - \tau_1 \quad (1.40)$$

显而易见，傅里叶展开式是二个级数的和：

$$\begin{aligned} f(t) = & 2 \frac{S_1}{T_1} \left[\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{n < r} \cos n \frac{2\pi}{T_1} t \right] + R_r \\ & + 2 \frac{S_2}{T_2} \left[\frac{1}{2} + \sum_{m=1}^{m < s} \cos m \frac{2\pi}{T_2} t \right] + R_s \end{aligned} \quad (1.41)$$

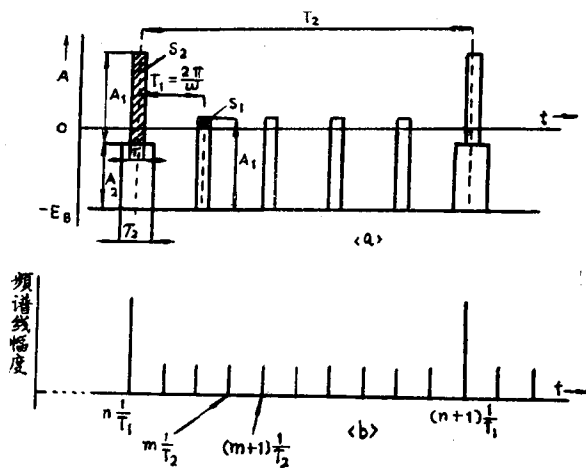


图1.17 脉冲序列的脉冲调制

(a) 已调脉冲序列的时域表示；

(b) 相应的频域表示。

用频域表示的明显特点乃是频率为 $n (1/T_1)$ 的谱线特别高 (见图 1.17 (b))。这可以将 (1.41) 式右边同频项相加来验证。尤其在较低的频段内，十进制的频谱刻度经常是用这种方法产生的。

$S_1 = 0$ 时 (100% 的调制) 的情况是值得注意的。这时，图 1.16 (a) 所示的那种脉冲调制器变成一个很窄脉冲的发生器；其优点是各个脉冲的绝对时间抖动 (由噪声、脉冲发生器开关电平不稳定，或者其他干扰信号所引起的) 与原来密集脉冲序列的时间抖动相同。因此相位抖动按 T_1/T_2 的比例减小。当减小相位抖动是唯一目标时，100% 调制