

物理學計算問題解法

上

- 一. 本書編輯之目的,在以參考計算問題而得高深之學識;故分量雖不多,而於物理之定律,及原理之應用,則已包括無遺矣。
- 二. 本書分上下二冊,包括運動學、靜力學、動力學、物性學、膨脹、比熱與潛熱、熱之傳導與熱能當量、音學、光學、磁學、動電學、靜電學等十二章;各章之首,附有重要定律及公式,以期易於記憶及應用。
- 三. 本書搜集計算問題,約九百餘,苟讀者能融會而貫通之,則雖遇難題時,自能迎刃而解矣。
- 四. 下冊卷末,附有重要常數、幾何計算公式、三角及代數公式、三角函數、真數、漢英對照、英漢對照等六表,藉便應用。
- 五. 本書編輯時之主要參考書如下:
Millikan and Gale : Pratical Physics.
Black and Davis : Pratical Physics.
Kimball : Colledge Physics.
Duff : Physics.
周昌壽 : 新時代高中教科書物理學.
Duncan and Starling : A text-book of Physics.
Jones : Examples in Physics.
Loney : The Elements of Statics and Dynamics.

Poorman : Applied Mechanics.

Barton : Analytical Mechanics.

Edwin Edser : Heat for Advanced Students.

Hadley : Magnetism and Electricity.

Edser : Light.

各大學入學試題.

編者識

物理學計算問題解法上冊

目 次

第一章 運動學	1
1. 等速運動及等加速運動	6
2. 落體及向上拋射	16
3. 速度與加速度之組合及分解	28
4. 相對運動	33
5. 拋射體	51
第二章 靜力學	73
1. 力之組合與分解	74
2. 力之平衡	82
3. 質心與重心	107
4. 器械	119
第三章 動力學	139
1. 運動三律	143
2. 圓運動	162
3. 摩擦	166
4. 功能及功率	176
5. 衝突	184

第四章 物性學.....	199
1. 密度與比重.....	201
2. 液體之性質.....	204
3. 氣體之性質.....	218
4. 固體之性質.....	233

物理學計算問題解法上冊

第一章 運動學

定義、定律及公式

1. 等速運動及等加速運動.

運動 (Motion).——物體改變位置時,稱爲運動.

靜止 (Rest).——物體不運動時,稱爲靜止.

速 (Speed) 及 速度 (Velocity).——運動體在 1 秒(或分等)中經過之程(或粉等)數,稱爲速. 若速有一定方向時,稱爲速度.

等速運動 (Constant speed motion).——運動之速,逐秒(或分等)相等時,稱爲等速運動.

等速運動公式:

設等速運動之速爲 V 程/秒,經過時間爲 t 秒,經過距離爲 S 程,則其關係可以下式表示之:

$$V = \frac{S}{t}.$$

等加速運動 (Uniformly accelerated motion).——運動之速改變,逐秒(或分等)遞加,或遞減,而所加或所減之速,逐秒(或分等)相等時,稱爲等加速運動.

加速度 (Acceleration).——每秒(或分等)中所加或所減之速度,稱爲加速度.

2. 落體及向上拋射

落體 (Falling body).——物體受重力之作用,向地面落

下時，稱為落體，或自由落體。

重力加速度 (Acceleration of gravity). —— 落體之加速度等於 980 糎/秒，或 32 呎/秒，通常以 g 表 980 或 32，即重力英文 (gravity) 之第一字母。

等加速運動公式：

設 a = 加速之每秒所加糎數，
 t = 運動體運動所需之秒數，
 S = 在 t 秒內，所經過之糎數，
 U = 初速之每秒所行糎數，
 V = 終速之每秒所行糎數，
 g = 重力加速之每秒所加糎數。

當終速與初速之方向相同時，

$$V = U + at \dots\dots\dots(1)$$

$$S = Ut + \frac{1}{2}at^2 \dots\dots\dots(2)$$

$$V^2 = U^2 + 2aS \dots\dots\dots(3)$$

當終速與初速之方向相反時，

$$V = U - at \dots\dots\dots(4)$$

$$S = Ut - \frac{1}{2}at^2 \dots\dots\dots(5)$$

$$V^2 = U^2 - 2aS \dots\dots\dots(6)$$

當 $U=0$ 時，

$$V = at \dots\dots\dots(7)$$

$$S = \frac{1}{2}at^2 \dots\dots\dots(8)$$

$$V^2 = 2aS \dots\dots\dots(9)$$

當運動體向下拋射時，

$$V = U + gt \dots\dots\dots(10)$$

$$S = Ut + \frac{1}{2}gt^2 \dots\dots\dots(11)$$

$$V^2 = U^2 + 2gS \dots\dots\dots(12)$$

若爲自由落體,

$$V = gt \dots\dots\dots(13)$$

$$S = \frac{1}{2}gt^2 \dots\dots\dots(14)$$

$$V^2 = 2gS \dots\dots\dots(15)$$

當運動體鉛直向上拋射時,

$$V = U - gt \dots\dots\dots(16)$$

$$S = Ut - \frac{1}{2}gt^2 \dots\dots\dots(17)$$

$$V^2 = U^2 - 2gS \dots\dots\dots(18)$$

當運動體鉛直向上拋射,達最高點時,

$$V = 0,$$

$$0 = U - gt,$$

$$\therefore t = \frac{U}{g} \dots\dots\dots(19)$$

$$S = U \times \frac{U}{g} - \frac{1}{2}g\left(\frac{U}{g}\right)^2$$

$$= \frac{U^2}{2g},$$

$$\therefore U^2 = 2gS \dots\dots\dots(20)$$

3. 速度與加速度之組合及分解

速度及加速度之組合公式:

速度或加速度,可以一直線表示之;線上作箭頭,表

示其方向,線之長短,表示其大小,例如:

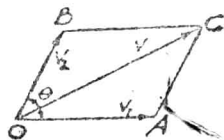


表示大小為 4 單位,方向為向右.

設 V_1 及 V_2 表示一運動體之二分速度,其合成速度為 V ,如下圖,則

$$OC^2 = OA^2 + AC^2 - 2OA \cdot AC \cos OAC.$$

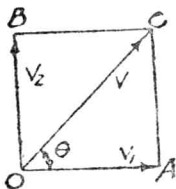
或
$$V^2 = V_1^2 + V_2^2 + 2V_1 V_2 \cos \theta.$$



至於加速度之合成,亦如上式.

速度及加速度之分解公式:

大都速度或加速度可分解成二相互垂直之速度或加速度. 例如:



$$V_1 = V \cos \theta,$$

$$V_2 = V \sin \theta.$$

其分解所成之速度或加速度,本可無數,不過上述方法,尤為重要.

4. 相對運動(Relative motion)

相對速度 (Relative velocity). — 當二點間之距離改

變或方向改變或兩者均變時，則一點對於他點生一速度，且一點 B 對於另一點 A 之相對速度為 B 之速度加以大小相等方向相反之 A 之速度。

求 B 對於 A 之相對速度之方法：

(1) 假定 A 點為靜止狀態。

(2) 反 A 點之速度方向。

(3) $\vec{B} + (-\vec{A}) = \vec{B}$ 對於 A 之相對速度 ($\rightarrow$ 為表該量為有向量之符號)。

5. 拋射體

拋射角 (Angle of projection). — 拋射體 (Projectile) 之拋射方向與水平方向所夾之角，稱為拋射角。

飛行時間 (Time of flight). — 拋射物體從出發起，至復返於其出發之水平面所需之時間，曰飛行時間。

水平射程 (Horizontal range). — 由出發時起至飛行時間完了為止，在水平方向所達到之距離，曰水平射程。

拋射體公式：

設 U = 拋射體之初速，每秒所行之糎數。

T = 飛行秒數，

θ = 拋射角度數，則

$$\text{拋射體上升最高距離之糎數} = \frac{U^2 \sin^2 \theta}{2g} \dots\dots(1)$$

$$\text{拋射體最大水平射程之糎數} = \frac{U^2 \sin 2\theta}{g} \dots\dots(2)$$

設 ϕ = 斜面與水平面所夾角之度數，

拋射體在斜面上之射程為 S 糎，則

(A) 當拋射體向斜面上端拋射時,

$$S = \frac{2U^2}{g} \times \frac{\cos \theta \sin(\theta - \phi)}{\cos^2 \phi} \dots\dots\dots (3)$$

(B) 當拋射體向斜面下端拋射時,

$$S = \frac{2U^2}{g} \times \frac{\cos \theta \sin(\theta + \phi)}{\cos^2 \phi} \dots\dots\dots (4)$$

計 算 問 題

1. 等速運動及等加速運動

1. 一馬於 1.25 時內行路 11 哩, 求其平均速度.

[解]

$$S = Vt,$$

$$\therefore V = \frac{S}{t} = \frac{11 \times 5,280}{1.25 \times 60 \times 60} \\ = 12.91 \text{ 呎/秒}$$

2. 見電光 3.5 秒後, 始聞雷聲, 設聲速為 1,100 呎/秒, 求發雷處與觀察者間之距離.

[解]

$$S = 1,100 \times 3.5 \\ = 3,850 \text{ 呎.} \\ = 0.729 \text{ 哩.}$$

3. 一車於 10 秒內行路 480 呎, 求此車之速(以哩/時表之).

[解]

$$V = \frac{S}{t} = \frac{480}{10} = 48 \text{ 呎/秒,} \\ = \frac{48 \times 60 \times 60}{5,280} \text{ 哩/時,} \\ = 32.73 \text{ 哩/時.}$$

4. 甲乙二人自同處出發,甲先行,其速爲8哩/時,乙待甲出發後30秒,以10哩/時之速追之,求甲乙相遇時距出發點之路。

〔解〕 設 t =乙所行之秒數,

因兩人相遇時,所行之路必等,故得

$$8(t+30)=10t,$$

$$10t-8t=240,$$

$$\therefore t=120\text{秒}.$$

因此相遇時距出發點之路 $=10\text{哩}\times\frac{120}{60\times 60}=\frac{1}{3}\text{哩}.$

5. 甲乙兩車,自甲乙兩站相向進行;甲乙兩站相距1.5哩,甲車之速爲40哩/時,設兩車於距甲站0.9哩處相遇,求乙車之速度。

〔解〕 設 t =兩車所行之時數,

V =乙車每時所行之哩數,

$$\therefore t = \frac{0.9}{40} = 0.0225\text{時};$$

$$\therefore 1.5 - 0.9 = 0.0225V,$$

$$\therefore V = \frac{0.6}{0.0225} \\ = 26.67\text{哩/時}.$$

6. 靜止之車於15秒內得速爲10哩/時,求其加速(以呎/秒²表之).

〔解〕 $V=at.$

$$\therefore a = \frac{V}{t}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{10 \times 5,280}{60 \times 60} \\
 &= \frac{15}{15} \\
 &= 0.9778(\text{呎}/\text{秒}^2).
 \end{aligned}$$

7. 一舟之速於40秒內自22呎/時,減至18呎/時,求其加速(以呎/秒²表之).

〔解〕 $V = U + at,$

$$\begin{aligned}
 \therefore a &= \frac{V - U}{t} \\
 &= \frac{(18 - 22) \times \frac{1,000}{60 \times 60}}{40} \\
 &= -0.02778(\text{呎}/\text{秒}^2).
 \end{aligned}$$

8. 速為800呎/分之物體,於 $\frac{1}{8}$ 秒使之靜止,求其加速.

〔解〕 $V = U + at,$

$$V = 0,$$

$$\therefore U = -at,$$

$$\begin{aligned}
 \therefore a &= -\frac{U}{t} = -\frac{800}{\frac{1}{8}} \\
 &= -106.7(\text{呎}/\text{秒}^2).
 \end{aligned}$$

9. 60哩/時/分之加速,以呎/秒²表之.

$$\begin{aligned}
 \text{〔解〕 } 60 \text{ 哩/時/分} &= \left(\frac{60 \times 5,280 \times 12 \times 2.54}{100} \times \frac{1}{60^3} \right) \text{ 呎/秒}^2 \\
 &= 0.447 \text{ 呎/秒}^2.
 \end{aligned}$$

10. 靜止之某車,以 1.1 呎/秒² 之加速進行,求 25 秒末之速,及 25 秒內所行之路.

$$V = 1.1 \times 25 = 27.5 \text{ 呎/秒}$$

$$= 18.75 \text{ 哩/時.}$$

$$S = \frac{1}{2} at^2 = \left(\frac{1}{2} \times 1.1 \times 25^2 \right) \text{ 呎}$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times 1.1 \times 25^2 \times \frac{1}{5,280} \right) \text{ 哩}$$

$$= 0.0651 \text{ 哩.}$$

11. 一車之速,於 15 秒內,自 60 哩/時,減至 50 哩/時,求在此時間內所行之路.

[解]

$$V = U + at,$$

$$\therefore a = \frac{V - U}{t} = \frac{50 - 60}{\frac{15}{60 \times 60}}$$

$$= -2400 \text{ 哩/時.}$$

$$\therefore S = Ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$= 60 \times \frac{15}{60 \times 60} - \frac{1}{2} \times 2,400 \times \frac{15^2}{60^2 \times 60^2}$$

$$= \frac{1}{4} - \frac{3}{4 \times 36}$$

$$= 0.2291 \text{ 哩.}$$

12. 某靜止之火車,經時 5 分,得速為 40 呎/時.設為等加速運動,求第五分鐘內所行之路.

[解]

$$a = \frac{V}{t} = \frac{40}{5 \times 60} \text{ 呎/秒}^2.$$

$$\begin{aligned}\therefore S &= \frac{1}{2} a(t_2^2 - t_1^2) = \frac{1}{2} \times \frac{40}{5 \times 60^3} \\ &\quad \times (5^2 \times 60^2 - 4^2 \times 60^2) \\ &= \frac{20}{5 \times 60^3} \times 9 \times 60^2 = 0.6 \text{ 呎}.\end{aligned}$$

13. 某車之速為 70 呎/時, 欲於距離 600 呎內使之靜止, 問需加速若干?

[解]

$$V^2 = U^2 + 2aS,$$

$$\therefore V = 0,$$

$$\begin{aligned}\therefore a &= -\frac{U^2}{2S} = -\frac{\left(\frac{70}{60}\right)^2}{\frac{2 \times 600}{1,000}} \\ &= -1.13 \text{ 呎/分}^2.\end{aligned}$$

14. 某物以等加速於 2 分內行路 72 呎.

設 (a) 初速 = 0,

(b) 初速 = 15 呎/秒,

求該物最後之速度.

[解]

$$(a) \quad a = \frac{2S}{t^2}$$

$$= \frac{2 \times 72 \times 100}{2^2 \times 60^2} = 1 \text{ 呎/秒}^2.$$

$$\begin{aligned}\therefore V &= U + at = 1 \times 2 \times 60 \\ &= 120 \text{ 呎/秒}.\end{aligned}$$

$$(b) \quad \therefore S = Ut + \frac{1}{2}at^2.$$

$$\therefore a = \frac{2(S - Ut)}{t^2}.$$

$$= \frac{2 \times (72 \times 100 - 15 \times 2 \times 60)}{2^2 \times 60^2}$$

$$= \frac{3}{4} \text{ 呎/秒}^2.$$

$$\therefore V = U + at = 15 + \frac{3}{4} \times 2 \times 60$$

$$= 15 + 90$$

$$= 105 \text{ 呎/秒}.$$

15. 一靜止之火車,以 0.9 呎/秒^2 之加速進行 30 秒後,以等速進行,於某時施以減速 1.5 呎/秒^2 ,使其停止.設所行之路為 2 哩,求以等速進行之時間,及行全路所需之時間.

[解] 設 S_1 = 火車以加速進行之呎數,

t_1 = 火車行 S_1 所需之秒數,

S_2 = 火車以等速進行之呎數,

t_2 = 火車行 S_2 所需之秒數,

S_3 = 火車以減速進行之呎數,

t_3 = 火車行 S_3 所需之秒數,

則 $S_1 = \frac{1}{2} \times 0.9 t_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.9 \times 30^2 = 405 \text{ (呎)}.$

又 U = 火車最大速每秒所行之呎數,

則 $U = 0.9 \times t_1 = 0.9 \times 30 = 27 \text{ 呎/秒}.$

$$\therefore S_2 = Ut_2 = 27t_2,$$

及 $U = 1.5 t_3,$

$$\therefore t_3 = \frac{U}{1.5} = \frac{27}{1.5} = 18 \text{ 秒}.$$

$$S_3 = \frac{1}{2} \times 15 \times t_3^2 = \frac{1}{2} \times 1.5 \times 18^2 = 243 \text{ 呎}.$$

$$\therefore 405 + 27t_2 + 243 = 2 \times 5,280,$$

$$\therefore t_2 = 367.1 \text{ 秒},$$

$$\therefore \text{等速進行之時間} = 367.1 \text{ 秒}.$$

$$\begin{aligned} \text{因此行全路所需之時間} &= 30 + 367.1 + 18 \\ &= 415.1 \text{ 秒}. \end{aligned}$$

16. 甲乙兩車同在一站;甲車以 $\frac{1}{2}$ 呎/秒² 之加速出發,至速爲15哩/時,卽爲等速進行;乙車於甲車出發後40秒,始以1呎/秒²之加速出發,至速爲30哩/時,亦以等速進行,求兩車相遇處距該站之路長.

[解] 設 S = 兩車相遇處距該站之呎數,

t = 甲車遇乙車所需之秒數,

而 15哩/時 = 22呎/秒,

30哩/時 = 44呎/秒,

$$\begin{aligned} \text{則 甲車以加速進行之時間} &= \frac{22}{\frac{1}{2}} \\ &= 44 \text{ 秒} \end{aligned}$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (44)^2 + 22(t - 44).$$

$$\begin{aligned} \text{又乙車以加速進行之時間} &= \frac{44}{1} \\ &= 44 \text{ 秒}, \end{aligned}$$

$$\therefore S = \frac{1}{2} \times 1 \times (44)^2 + 44(t - 40 - 44).$$

$$\text{由是 } \frac{1}{4} \times (44)^2 + 22(t - 44) = \frac{1}{2} \times (44)^2 + 44(t - 84),$$

$$\frac{44 \times 2}{4} + t - 44 = \frac{44 \times 2}{2} + 2t - 168.$$