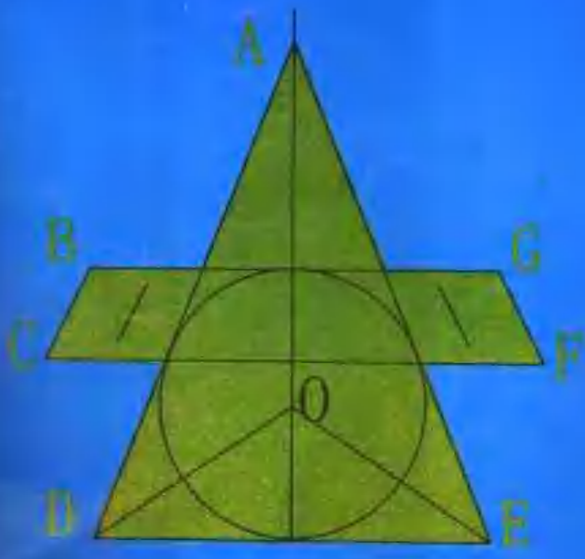
基本图形分析法

——开启平面几何大门的金钥匙

郭富 著



邯郸矿山局教育委员会

基本图形分析法

——开启平面几何大门的金钥匙

郭富君　编著

吴泽民　编审

邯邢矿山局教育委员会

一九九九年十月

基本图形分析法

郭富君

武安市印刷厂印刷

开本：787×1092毫米　32/1

印张：6.25　字数：90000

印数：5000　1999年11月印刷

冀出内准字(99)第A1140号

为郭老师新书题

精选直线
趣解方圆

李莝

一九九九年十月

邯邢冶金矿山管理局教育委员会主任

李莝题词

内 容 提 要

本书是介绍《基本图形分析法》的专门论著。

《基本图形分析法》就是：依据题意把几何图形进行解剖，分割出一个个"基本图形"(如果"基本图形"不完整，要添加辅助线使其完整)，根据它们各自的特性及相互关系确定图形中各"基本元素"之间的相互关系。本法科学合理，教师好操作，学生易掌握。在解决问题时：思路清晰、思维活跃、推理直接、方法多样、规律明显、触类旁通。使用本法能培养学生的观察、分析、比较、综合、抽象和概括能力，全面提高学生的综合数学素质。

本书要有两章组成。

第一章　44种"基本图形"及性质。把平面几何中的组成几何图形的所有"基本图形"一一列举出来，并且打破章节界线，总结出所有与之有关的一切性质，使学生熟练掌握各种"基本图形"的性质，形成条件反射，即一见"基本图形"就能联想到与它有关的所有性质，为解决几何问题做好理论上的准备。

第二章　基本图形分析法。用少量的有代表性的几何名题介绍"基本图形分析法"的应用

第一节：识图训练。这是解决几何问题所必备的基本技能，本节精选20种综合图形进行示范解剖，使学生学会解剖图形，提高识图能力和联想能力。

第二节："基本图形分析法"的解证演示。本节精选70个有针对性的典型试题作"基本图形分析法"的解证演示。

本书特点：由浅入深，循序渐近，步步为营，用时短收效大，题量少功效大，而且一题多能，使学生从题海中解放出来。

本书是初中生学习特别是复习平面几何为中招备考而用，也可供广大初中数学教师教授平面几何参考。

本书是教师教学的得力助手！

本书是初中生实现理想的双翼！

本书是初中生走向成功的捷径！

一书在手、受益非浅！

如果说“基本图形分析法”是开启平面几何大门的一把金钥匙，那么本书将教会你使用这把金钥匙的秘诀。

前　言

本人从教以来，长期致力于平面几何的研究，试图寻求一种科学的几何试题的解证方法，用自己的汗水和智慧凝结成一道通向中考成功的彩虹。

十年辛勤耕耘终于得一妙法——《基本图形分析法》。我校三届初中生应用，中考效果甚好，数学竞赛收获颇丰。一九九八年本法以教研论文的形式参加了《中学数学教学参考》(初中版)杂志社举办的全国性的学术交流荣获一等奖。受此鼓舞，决心补充修定著书传播，一则圆广大学生中考成功之梦，二来向同仁学者请教以求抛砖引玉之功。

在此书的编写和出版过程中，玉石洼学校的张光庆校长、靖路义校长、胡俊敏校长、杨丽红、赵丽红、苗江丽等老师，玉石洼铁矿的连民杰矿长、江斗成书记、张润喜矿长、申铁忠矿长、张文学书记、李庆倩矿长、范文祥主席、财务科、企管科、宣传部等同志，邯邢矿山局教育委员会的李堃主任、李华杰老师都给予了大力的支持和热情的帮助，在此一并表示深深的谢意！

由于本人受经验、学识等因素的制约，此书难免有许多不足，诚请广大读者不吝赐教。

作者

一九九九年十月

绪　论

平面几何是研究同一平面内几何图形的形状、大小和位置关系的科学。它既是一门重要的基础学科，又是一种十分重要的应用学科，是形象思维与逻辑思维的综合体现，是数字与图形的完美组合。

但是，在日常教与学中，由于其"知识点多、灵活性大，综合性强，逻辑严密、思维活跃等特点，教师教起来困难重重，学生学着也是步步艰难。

那么，能否制造一把金钥匙，打开平面几何这个神秘殿堂的大门呢？

笔者多年来经过对大量几何试题的学习、分析、研究发现：任何几何试题，都是由一个或若干个知识点或并联或串联组合而成，这些知识点之间一定存在必然的对应关系，题设与结论，明示条件与隐含条件，特殊条件与特殊结论之间，有因必有果，有果必有因。任何几何图形都是由一个或若干个"基本图形"（组成几何图形的基本单位）排列组合而成，每个"基本图形"都有其自身的本质属性，各个"基本图形"之间都有一定的内在联系，组成"基本图形"的元素（组成几何图形的最小单位）由它的位置关系决定着数量关系。

由此可知，解决几何问题，首先要熟练掌握每个"基本图形"的所有性质，其次只要依据题意把综合图形进行解剖，分割出一个个"基本图形"（如果"基本图形"不完整，则要添加辅助线使其完整），根据它们各自的特性及相互关系，总结出"基本图形"的形状和相互关系以及各元素的相互关系。这种方

法就叫做“基本图形分析法”。

教学实践证明，这种方法教师好操作，学生易掌握。在解决几何问题时，思路清晰，推理直接，有规律可循，变方法单一为多途多径，变偶然为必然，变经验型为智力型，变灵感型为智慧型。能培养学生的观察，分析、比较、综合、抽象和概括能力，全面提高学生的综合数学素质。

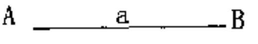
目　　录

第一章　四十四种“基本图形”的性质

第一节　直线形

1、线段

①、**图形**：



(1)

②、**定义**：直线上两点和它们之间的部分叫做线段。

线段可以用两个大写字母表示，如图(1)，可以记作：线段AB(或线段BA)，也可以用一个小写字母表示，如图(1)，可以记作：线段a。

线段有两个端点。

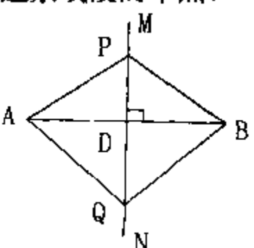
③、**性质**：两点之间线段最短，连结两点的线段的长度叫做两点间的距离。

线段是轴对称图形，对称轴是这条线段的垂直平分线。

线段是中心对称图形，对称中心是这条线段的中点。

2、线段的垂直平分线

①、**图型**：



(2)

②、**定义**：垂直且平分一条线段的直线是这条线段的垂直平分线。

③、**性质**：

如图(2)，

MN是AB的垂直平分线$\Rightarrow\begin{cases} MN\perp AB \\ AD=BD \end{cases}$

线段垂直平分线上的点和这条线段两个端点的距离相等。

如图(2)，MN是AB的垂直平分线$\Rightarrow\begin{cases} PA=PB \\ QA=QB \end{cases}$

和一条线段两个端点距离相等的点，在这条线段的垂直平分线上。

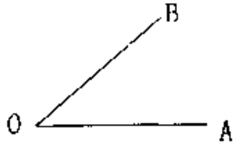
如图(2)，$PA=PB\Rightarrow$点P在AB的垂直平分线上。

线段的垂直平分线可以看作是和线段两个端点的距离相等的所有点的集合。

如图(2)，$\left.\begin{matrix} PA=PB \\ QA=QB \end{matrix}\right\}\Rightarrow PQ$是$AB$的垂直平分线

3、角

①、**图形**：



(3)

②、**定义**：有公共端点的两条射线组成的图形叫做角。

角也可以看作一条射线绕着它的端点从一个位置旋转到另一个位置所形成的图形。

如图(3)，点O叫做角的顶点，OA、OB叫做角的边。

角可以用三个大写字母表示：如$\angle AOB$、$\angle BOA$，也可以用一个表示顶点的大写字母表示(注：此时顶点字母只表示一个角的项点)：如角$\angle O$，还可以用$\angle 1$、$\angle 2$、$\angle 3$，$\angle \alpha$、$\angle \beta$、$\angle \gamma$等表示。

③、性质：

角是轴对称图形，对称轴是它的角平分线。

如果两个角的和是一个直角，那么这两个角互余。

$\angle\alpha+\angle\beta=90^\circ$ $\angle\alpha=90^\circ-\angle\beta(\angle\beta=90^\circ-\angle\alpha)$

如果两个角的和是一个平角，那么这两个角互补。

$\angle\alpha+\angle\beta=180^\circ$ $\angle\alpha=180^\circ-\angle\beta(\angle\beta=180^\circ-\angle\alpha)$

同角或等角的余角相等

同角或等角的补角相等

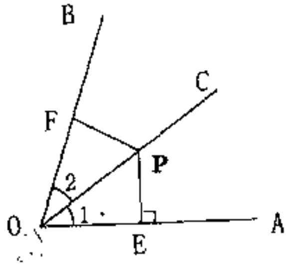
角由小到大可以分为：锐角（大于 0° 小于 90°）、直角（等于 90°）、钝角（大于 90° 小于 180°）、平角(等于 180°)。

1 周角＝2 平角＝4 直角

$1^\circ=60'$ $1'=60''$

4、角平分线

①、图形：



(4)

②、定义：把一个角分成两个相等的角的射线叫做角的平分线。

③、性质：

在角的平分线上的点到这个角的两边的距离相等。

如图(4)，

$$\left.\begin{array}{l} OC\text{是}\angle AOB\text{的平分线} \\ PE\perp OA \quad PF\perp OB \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} \angle 1=\angle 2 \\ PE=PF \\ Rt\triangle PEO\cong Rt\triangle PFO \end{array}\right.$$

到一个角的两边距离相等的点，在这个角的平分线上。

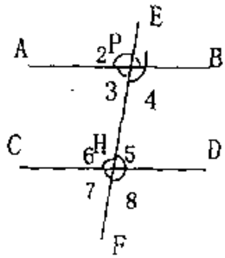
如图(4)$\left.\begin{array}{l}PE=PF\\PE\perp OA\quad PF\perp OB\end{array}\right\}\Rightarrow$点$P$在$\angle AOB$的平分线上

$(\angle 1=\angle 2)$

角的平分线是到角的两边距离相等的所有点的集合。

5、平行线

①、图形：



(5)

②、定义：在同一平面内，不相交的两条直线叫做平行线。如图(5)、AB和CD平行可以记作$AB\parallel CD$。

③、性质：

两直线平行，同位角相等(内错角相等，同旁内角互补)。

如图(5)，$AB\parallel CD\Rightarrow$

$$\begin{cases}\angle 1=\angle 5\quad \angle 2=\angle 6\quad \angle 3=\angle 7\quad \angle 4=\angle 8\\ \angle 3=\angle 5\quad \angle 4=\angle 6\\ \angle 3+\angle 6=180^\circ\quad \angle 4+5=180^\circ\end{cases}$$

同位角相等(内错角相等，同旁内角互补)，两直线平行。

$\angle 1=\angle 5$ 或$\angle 2=\angle 6$ 或$\angle 3=\angle 7$

或$\angle 4=\angle 8\Rightarrow AB\parallel CD$

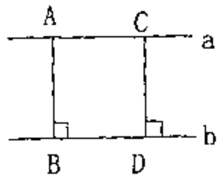
$\angle 3=\angle 5$ 或$\angle 4=\angle 6\Rightarrow AB\parallel CD$

$\angle 3+\angle 6=180^\circ$ 或$\angle 4+\angle 5=180^\circ\Rightarrow AB\parallel CD$

两条平行线之间的距离处处相等

如图(6)，

$\left.\begin{array}{l}a\parallel b\\AB\perp b\quad CD\perp b\end{array}\right\}\Rightarrow AB=CD$

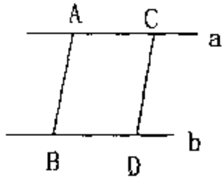


(6)

夹在两条平行线间的平行线段相等。

如图(7)，

$$\left.\begin{array}{l}a /\!/ b \\ AB /\!/ CD\end{array}\right\} \Rightarrow AB=CD$$



(7)

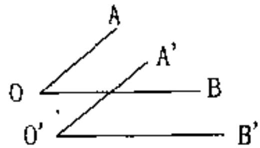
经过直线外一点，有且只有一条直线与这条直线平行。

如果两条直线都和第三条直线平行，那么这两条直线也互相平行。

$$\left.\begin{array}{l}a /\!/ c \\ b /\!/ c\end{array}\right\} \Rightarrow a /\!/ b$$

如果两条直线都和第三条直线垂直，那么这两条直线平行。

$$\left.\begin{array}{l}a \perp c \\ b \perp c\end{array}\right\} \Rightarrow a /\!/ b$$



(8)

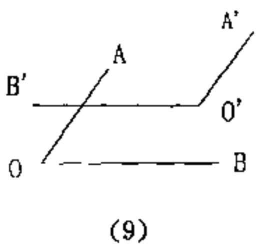
如果一个角的两边分别平行于另一个角的两边，那么这两个角相等或互补。

如图(8)，

$$\left.\begin{array}{l}OA /\!/ O'A' \\ OB /\!/ O'B'\end{array}\right\} \Rightarrow \angle O=\angle O'$$

如图(9)，

$$\left.\begin{array}{l}OA /\!/ O'A' \\ OB /\!/ O'B'\end{array}\right\} \Rightarrow \angle O+\angle O'=180^{\circ}$$



(9)

如果一个角的两边分别垂直于另一个角的两边，那么这两个角相等或互补。