

周髀算經
九章算術

周髀算經
二卷

四部叢刊初編子部

周髀算經序

續學齋徐彛感書

周髀算經二卷古蓋天之學也以勾股之法度天地之深厚推日月之運行而得其度數其書出於商周之間自周公受之於商高周人志之謂之周髀其所從來遠矣隋書經籍志有周髀一卷趙嬰註周髀一卷甄鸞重述而唐之藝文志天文類有趙嬰註周髀一卷甄鸞註周髀一卷其曆算類仍有李淳風註周髀算經二卷本此一書耳至於本朝崇文總目與夫中興館閣書目皆有周髀算經二卷云趙君卿述甄鸞重述李淳風等註釋趙君卿名爽君卿其字也如是則在唐以前則有趙嬰之註而本朝以來則是趙爽之本所記不同意者趙嬰趙爽止是一人豈其字文相類轉寫之誤耶然亦當以隋唐之書爲正可也又崇文總目及李籍周髀音義皆云趙君卿不詳何代人今以序文考之有曰渾天有靈憲之文蓋天有周髀之法靈憲乃張衡之所作實後漢安順之世而甄鸞之重述者

乃是解釋君卿之所註出於宇文周之世以此推之則君卿者其亦魏晉之間人乎若夫乘勾股朱黃之實立倍差減并之術以盡開方之妙百世之下莫之可易則君卿者誠算學之宗師也嘉定六年癸酉十一月一日丁卯冬至承議郎權知汀州軍州兼管內勸農事主管坑冶括蒼鮑澣之仲祺謹書

周髀算經序

夫高而大者莫大於天厚而廣者莫廣於地體
恢洪而廓落形修廣而幽清可以玄象課其進
退然而宏達不可指掌也可以晷儀驗其長短
然其巨闊不可度量也雖窮神知化不能極其
妙探賸索隱不能盡其微是以詭異之說出則
兩端之理生遂有渾天蓋天兼而並之故能彌
綸天地之道有以見天地之賸則渾天有靈憲
之文蓋天有周髀之法累代存之官司是掌所
以欽若昊天恭授民時爽以暗蔽才學淺昧邴
高山之仰止慕景行之軌轍負薪餘日聊觀周
髀其旨約而遠其言曲而中將恐廢替濡滯不
通使談天者無所取則輒依經爲圖誠冀頽毀
重仞之墻披露堂室之奧庶博物君子時迥思
焉

周髀題辭

始讀周髀輒駭其艱怪及再一尋討不過乘方
圓參兩以生勾股遂至于算數所不可及蓋亦
因天地自然之數耳故其書稱榮方學于陳子
至畢思驚神卒無所用其智乃知謂天蓋高固
可坐而定者不誣也然周髀率以表影一尺度
爲千里按李淳風所引宋元嘉十九年測影于
交州夏至日影在表南三寸二分共得一尺八
寸二分洛去交一萬一千里是不及六百里一
寸也觀此則日徑千二百五十里去地八萬里
之說又有不可盡據者故蔡邕謂周髀術數具
存驗天多所違失又云周髀者即蓋天之說也
是以王任仲據蓋天之說以駁渾儀爲桓君山
所屈則周髀之術可睹矣又淳風別引宋書歷
志二十四表影與今宋書相較則互有不同近
刻宋書爲友人姚叔祥所校稱善本因舉此段
問之叔祥云于時政以不得周髀故貽足下今
日之問耳併識于此以俟刊定繡水沈士龍題

周髀算經卷上

南陳徐乃昌校勘經籍記

漢 趙 君卿 注

北周漢中郡守前司隸臣甄鸞重述

唐韋玄行奉令上輕軍都尉臣李淳風等奉勅注釋

明 趙 開美 校

昔者周公問於商高曰竊聞乎大夫善數也唐虞

曰經文也

周公姓姬名旦武王之弟商高周時賢大夫

善算者也周公位居冢宰德則至高尚自卑

已以自牧下學而上達況其凡乎唐寅曰此趙注也

請問古者包犧立周天曆度

包犧三皇之一始畫八卦以商高善數能通

乎微妙達乎無方無大不綜無幽不顯聞包

犧立周天曆度運章節之法易曰古者包犧

氏之王天下也仰則觀象於天俯則觀法於

地此之謂也

夫天不可階而升地不可將尺寸而度

邈乎懸廣無階可升蕩乎遐遠無度可量

周髀題辭

周髀以周人志之乃稱周髀而虞喜則謂天之體轉四方地體卑不動天周其上故云周其解周字又一義也然周髀之說奪于渾天如楊子雲八難卒無有能破之者惟梁武帝于長春殿講義別擬天體全同周髀以排渾天之論其後遂不復顯凡以世乏善算遂令真秘湮屈余讀魏書有儂人成公興傭賃寇謙之家為其開舍南棘田謙之坐樹下算興時來看後謙之算七曜有所不了惘然自失興曰先生何為不憚謙之曰我學算累年而近算周髀不合以此自媿且非汝所知何勞問也興曰先生試隨興語布之俄然便決謙之歎伏不測請師事之興後入嵩山石室尸解乃知周髀非僊真有道算難遽合彼桓鄭蔡陸者恐未易以聲附子雲也武原胡震亨題

請問數從安出

心昧其機請問其目

商高曰數之法出於圓方

圓徑一而周三方徑一而匝四伸圓之周而

為勾展方之匝而為股共結一角邪適弦五

政圓方邪徑相通之率故曰數之法出於圓

方圓方者天地之形陰陽之數然則周公之

所問天地也是以商高陳圓方之形以見其

象因奇耦之數以制其法所謂言約旨遠微

妙幽通矣

圓出於方方出於矩

圓規之數理之以方方周匝也方正之物出

之以矩矩廣長也

矩出於九九八十一

推圓方之率通廣長之數當須乘除以計之

九九者乘除之原也

故折矩

故者申事之辭也將為勾股之率故曰折矩

也

以為勾廣三

廣圓之周橫者謂之廣勾亦廣廣短也

股修四

應方之匝從者謂之修股亦修修長也

徑隅五

自然相應之率徑直隅角也亦謂之弦

既方之外半其一矩

勾股之法先知二數然後推一見勾股然後

求弦先各自乘成其實實成勢化外乃變通

故曰既方其外或并勾股之實以求弦實之

中乃求勾股之分并實不正等更相取與互

有所得故曰半其一矩其術勾股各自乘三

三如九九四四一十六并為弦自乘之實二十

五減勾於弦為股之實一十六減股於弦為

勾之實九

環而共盤得成三四五

盤讀如盤桓之盤言取而并減之積環屈而

共盤之謂開方除之其一面故曰得成三四五也

兩矩共長二十有五是謂積矩

兩矩者勾股各自乘之實共長者并實之數

將以施於萬事而此先陳其率也

故禹之所以治天下者此數之所生也

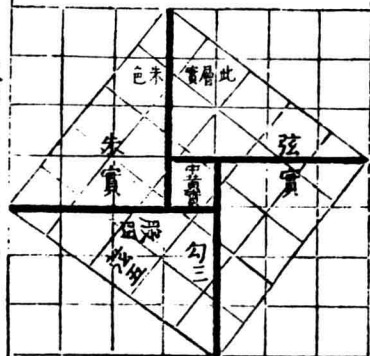
禹治洪水決流江河望山川之形定高下之

勢除滔天之災釋昏墊之厄使東注於海而

無浸溺乃勾股之所由生也

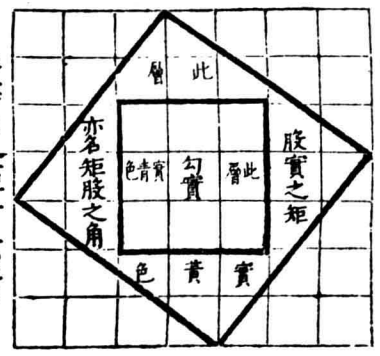
勾股圓方圖 弦實二十五朱及黃

弦圖



朱實六黃實一

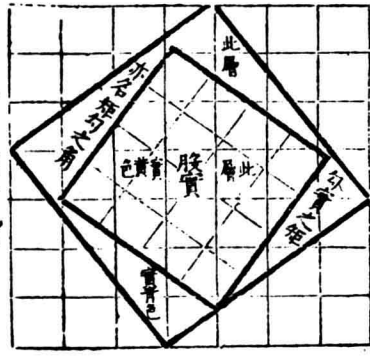
右圖



勾實九青

股實之矩十六黃

左圖



勾實之矩九青

股實十六黃

勾股方圓圖注

趙君卿曰勾股各自乘併之爲弦實開方除之即弦也案弦圖又可以勾股相乘爲朱實二倍之爲朱實四以勾股之差自相乘爲中黃實加差實亦成弦實以差實減弦實半其餘以差爲從法開方除之復得勾矣加差於勾即股凡并勾股之實即成弦實或矩於內或方於外形詭而量均體殊而數齊勾實之矩以股弦差爲廣股弦并爲袤而股實方其裏減矩勾之實於弦實開其餘即股倍股在兩邊爲從法開矩勾之角即股弦差加股爲弦以差除勾實得股弦并以并除勾實亦得股弦差令并自乘與勾實爲實倍并爲法所得亦弦勾實減并自乘如法爲股股實之矩以勾股差爲廣勾弦并爲袤而勾實方其裏減矩股之實於弦實開其餘即勾倍勾在兩邊爲從法開矩股之角即勾弦差加勾爲弦以差除股實得勾弦并以并除股實得勾弦

差令并自乘與股實爲實倍并爲法所得亦弦股實減并自乘如法爲勾兩差相乘倍而開之所得以股弦差增之爲勾以勾弦差增之爲股兩差增之爲弦倍弦實列勾股差實見弦實者以圖考之倍弦實滿外大方而多黃實黃實之多即勾股差實以差實減之開其餘得外大方大方之面即勾股并也令并自乘倍弦實乃減之開其餘得中黃方黃方之面即勾股差以差減并而半之爲勾加差於并而半之爲股其倍弦爲廣袤合令勾股見者自乘爲其實四實以減之開其餘所得爲差以差減合半其餘爲廣減廣於弦即所求也觀其迭相規矩共爲反覆互與通分各有所得然則統叙羣倫弘紀衆理貫幽入微鈞深致遠故曰其裁制萬物唯所爲之也

釋圓方勾股注

按君卿注曰勾股各自乘并之爲弦實開方除之即弦

臣鸞曰假令勾三自乘得九股四自乘得

十六并之得二十五開方除之得五為弦

也寅曰五五二十五
弦實四面之一也

注云按弦圖又可以勾股相乘為朱實二

倍之為朱實四以勾股之差自相乘為中

黃實寅曰勾股相乘
其數一十二也

臣鸞曰以勾弦差二倍之為四自乘得一

十六為左圖中黃實也寅曰甄氏止注以
勾股十二字之義

臣淳風等謹按注云以勾股之差自乘為

中黃實鸞云倍勾弦差自乘者苟求異端

雖合其數於率不通寅曰勾股之差其數
一也自乘得一一如

注云加差實亦成弦實

臣鸞曰加差實一并外矩青八得九并中

黃十六得二十五亦成弦實也

臣淳風等謹按注云加差實一并成弦實

鸞曰加差實并外矩及中黃者雖合其數

於率不通寅曰加差實之一於前文所言
朱實四之上朱實之四為二十

四加一為弦
實二十五也

注云以差實減弦實半其餘以差為從法

開方除之復得勾矣

臣鸞曰以差實九減弦實二十五餘十六

半之得八以差一加之得九開之得勾三

也

臣淳風等謹按注宜云以差實一減弦實

二十五餘二十四半之為十二以差一從

開方除之得勾三鸞云以差實九減弦實

者雖合其數於率不通顧應祥曰以差實
一減弦實二十五

注云加差於勾即股

臣鸞曰加差一於勾三得股四也

注云凡并勾股之實即成弦實

臣鸞曰勾實九股實十六并之得二十五

也

注云或矩於內或方於外形詭而量均體

殊而數齊勾實之矩以股弦差為廣股弦

并為衰

臣鸞曰以股弦差一為廣股四并弦五得九為袤左圖外青也

注云而股實方其裏

臣鸞曰為左圖中黃十六

注云減矩勾之實於弦實開其餘即股

臣鸞曰減矩勾之實九于弦實二十五餘

一十六開之得四股也

注云倍股在兩邊為從法開矩勾之角即

股弦差

臣鸞曰倍股四得八在圖兩邊以為從法

開矩勾之角九得一也

注云加股為弦

臣鸞曰加差一於股四則弦五也

注云以差除勾實得股弦并

臣鸞曰以差一除勾實九得九即股四弦

五并為九也

注云以并除勾實亦得股弦差

臣鸞曰以九除勾實九得股弦差一

注云令并自乘與勾實為實

臣鸞曰令并股弦得九自乘為八十一又

與勾實九加之得九十為實

注云倍并為法

臣鸞曰倍股弦并九得十八者為法

注云所得亦弦

臣鸞曰除之得五為弦實曰以法十
八除實九十

注云勾實減并自乘如法為股

臣鸞曰以勾實九減并自乘八十一餘七

十二以法十八除之得四為股也

注云股實之矩以勾弦差為廣勾弦并為

袤

臣鸞曰股實之矩以勾弦差二為廣勾弦

并八為袤

注云而勾實方其裏減矩股之實于弦實

開其餘即勾

臣鸞曰勾實有九方在右圖裏以減矩股

之實十六於弦實二十五餘九開之得三

勾也

注云陪勾在兩邊

臣鸞曰各三也寅曰倍之得六

注云為從法開矩股之角即勾弦差加勾

為弦

臣鸞曰加差二於勾三則弦五也

注云以差除股實得勾弦并

臣鸞曰以差二除股實十六得八勾三弦

五并為八也

注云以并除股實亦得勾弦差

臣鸞曰以并除股實十六得勾弦差二

注云令并自乘與股實為實

臣鸞曰令并八自乘得六十四與股實十

六加之得八十為實

注云倍并為法

臣鸞曰倍勾弦并八得十六為法

注云所得亦弦

臣鸞曰除之得弦五也

注云股實減并自乘如法為勾

臣鸞曰以股實十六減并自乘六十四餘

四十八以法十六除之得三為勾也

注云兩差相乘倍而開之所得以股弦差

增之為勾

臣鸞曰以股弦差一乘勾弦差二得二倍

之為四開之得二以股弦差一增之得三

勾也

注云以勾弦差增之為股

臣鸞曰以弦差二增之得四股也

注云兩差增之為弦

臣鸞曰以股弦差一勾弦差二增之得五

弦也

注云倍弦實列勾股差實見弦實者以圖

考之倍弦實滿外大方而多黃實黃實之

多即勾股差實

臣鸞曰倍弦實二十五得五十滿外大方

七七四十九而多黃實黃實之多即勾股

差實也

注云以差實減之開其餘得外大方大方之面即勾股并

臣鸞曰以差實一減五十餘四十九開之即大方之面七也亦是勾股并也

注云令并自乘倍弦實乃減之開其餘得中黃方黃方之面即勾股差

臣鸞曰并七自乘得四十九倍弦實二十五得五十以減之餘即中黃方差實一也

故開之即勾股差一也

注云以差減并而半之為勾

臣鸞曰以差一減并七餘六半之得三勾也

注云加差於并而半之為股

臣鸞曰以差一加并七得八而半之得四股也

注云其倍弦為廣袤合

臣鸞曰倍弦二十五為五十為廣袤合

臣淳風等謹按列廣袤術宜云倍弦五得十為廣袤合今鸞云倍弦二十五者錯也

實曰勾廣一袤九股廣二袤八

注云而今勾股見者自乘為其實四實以減之開其餘所得為差

臣鸞曰令自乘者以七七自乘得四十九四實大方勾股之中有四方一方之中有方十二四實有四十八減上四十九餘一

也開之得一即勾股差一

臣淳風等謹按注意令自乘者十自乘得一百四實者大方廣袤之中有四方若據勾實而言一方之中有實九四實有三十

六減上一百餘六十四開之得八即廣袤

差此是股弦差減股弦并餘數若據股實而言之一方之中有實十六四實有六十

四減上一百餘三十六開之得六即廣袤

差此是勾股差減勾弦并餘數也鸞云令

自乘者以七七自乘得四十九四實者大

方勾股之中有四方一方之中有方十二
四實者四十八減上四十九餘一也開之
得一卽勾股差一者錯也實曰大方之中

其勾實得三十六減之餘六十四開其餘
得八為勾之廣袤差四其股實得六十四
減之餘三十六開得六為股之廣袤差所
謂廣袤差者勾廣一而袤九股廣二而袤

入廣袤相
減之餘也

注云以差減合半其餘為廣

臣鸞曰以差一減合七餘六半之得三廣
也

臣淳風等謹按注意以差八六各減合十

餘二四半之得一二一卽股弦差二卽勾

弦差以差減弦卽各袤廣也鸞云以差一

減合七餘六半之得三廣者錯也實曰以

袤差八減廣袤合十餘二半之為勾之廣
以股袤差六減廣袤合十餘四半之為股
之廣二注

皆未筮

注云減廣於弦卽所求也

臣鸞曰以廣三減弦五卽所求差二也

臣淳風等謹按注意以廣一二各減弦五

卽所求股四勾三也鸞云以廣三減弦五
卽所求差二者此錯也實曰甄鸞
述說終此

周公曰大哉言數唐寅曰此
經文也

心達數術之意故發大哉之數唐寅曰此
趙注也

請問用矩之道

謂用表之宜測望之法

商高曰平矩以正繩

以求繩之正定平懸之體將欲慎毫釐之差

防千里之失

偃矩以望高覆矩以測深臥矩以知遠

言施用無方曲從其事術在九章

環矩以為圓合矩以為方

既以追尋情理又可造製圓方言矩之於物

無所不至

方屬地圓屬天天圓地方

物有圓方數有奇耦天動為圓其數奇地靜

為方其數耦此配陰陽之義非實天地之體

也天不可窮而見地不可盡而觀豈能定其

圓方乎又曰北極之下高人所居六萬里滂
施四隕而下天之中亦高四旁六萬里是
為形狀同歸而不殊塗隆高齊耽而易以陳
故曰天似蓋笠地法覆槃

方數為典以方出圓

夫體方則度影正形圓則審實難蓋方者有
常而圓者多變故當制法而理之理之法者
半周半徑相乘則得方矣又可周徑相乘四
而一又可徑自乘三之四而一又可周自乘
十二而一故圓出於方典實也

笠以寫天

笠亦如蓋其形正圓戴之所以象天寫猶象
也言笠之體象天之形詩云何筴何笠此之
義也

天青黑地黃赤天數之為笠也青黑為表丹黃
為裏以象天地之位

既象其形又法其位言相方類不亦似乎

是故知地者智知天者聖

言天之高大地之廣遠自非聖智其孰能與
於此乎

智出於勾

勾亦影也察勾之損益加物之高遠故曰智

出於勾

勾出於矩

矩謂之表表不移亦為勾為勾將正故曰勾

出於矩焉

夫矩之於數其裁制萬物唯所為耳

言包含幾微轉通旋環也

周公曰善哉

善哉言明曉之意所謂問一事而萬事達

昔者榮方問於陳子

榮方陳子是周公之後人非周髀之本文然

此二人共相解釋後之學者謂之章句因從

其類列於事下又欲尊而遠之故云昔者時

世官號未之前聞

曰今者竊聞夫子之道

祭方問陳子能述商高之旨明周公之道

知日之高大

日去地與圓徑之術

光之所照

日旁照之所及也

一日所行

日行天之度也

遠近之數

冬至夏至去人之遠近也

人所望見

人目之所極也

四極之窮

日光之所遠也

列星之宿

二十八宿之度也

天地之廣袤

袤長也東西南北謂之廣長

夫子之道皆能知之其信有之乎

而明察之故不昧不疑

陳子曰然

言可知也

祭方曰方雖不省願夫子幸而說之

欲以不省之情而觀大雅之法

今若方者可教此道邪

不能自料訪之賢者

陳子曰然

言可教也

此皆算術之所及

言周髀之法出於算術之妙也

子之於算足以知此矣若誠累思之

累重也言若誠能重累思之則達至微之理

於是祭方歸而思之數日不能得

雖潛心馳思而才單智竭

復見陳子曰方思之不能得敢請問之陳子曰

思之未熟

熟猶善也

此亦望遠起高之術而子不能得則子之於數未能通類

定高遠者立兩表望懸邈者施累矩言未能通類求勾股之意

是智有所不及而神有所窮

言不能通類是情智有所不及而神思有所窮滯

夫道術言約而用博者智類之明

夫道術聖人之所以極深而研幾唯深也故能通天下之志唯幾也故能成天下之務是

以其言約其旨遠故曰智類之明也

問一類而萬事達者謂之知道

引而伸之觸類而長之天下之能事畢矣故謂之知道也

今子所學

欲知天地之數

算數之術是用智矣而尚有所難是子之智類

單

算術所包尚以為難是子智類單盡

夫道術所以難通者既學矣患其不博

不能廣博

既博矣患其不習

不能究習

既習矣患其不能知

不能知類

故同術相學

術教同者則當學通類之意

同事相觀

事類同者觀其旨趣之類

此列士之愚智

列猶別也言視其術鑒其學則愚智者別矣

賢不肖之所分

賢者達於事物之理不肖者闇於照察之情

至於役神馳思聰明殊別矣

是故能類以合類此賢者業精習智之質也

學其倫類觀其指歸唯賢智精習者能之也

夫學同業而不能入神者此不肖無智而業不能精習

俱學道術明不察不能以類合類而長之此心遊目蕩義不入神也

是故算不能精習吾豈以道隱子哉固復熟思之

凡教之道不憤不啓不悱不發憤而悱之然後啓發既不精思又不學習故言吾無隱也

爾固復熟思之舉一隅使及之以三也

榮方復歸思之數日不能得復見陳子曰方思之以精熟矣智有所不及而神有所窮知不能得願終請說之

自知不敏避席而請說之

陳子曰復坐吾語汝於是榮方復坐而請陳子說之曰夏至南萬六千里冬至南十三萬五千里日中立竿測影

臣鸞曰南戴日下立八尺表表影千里而差一寸是則天上一寸地下千里今夏至

影有一尺六寸故其萬六千里冬至影一丈三尺五寸則知其十三萬五千里

此一者天道之數

言天道數一悉以如此

周髀長八尺夏至之日晷一尺六寸

晷影也此數望之從周城之南千里也而周

官測影尺有六寸蓋出周城南千里也記云

神州之土方五千里雖差一寸不出畿地之

分先王之實故建王國

髀者股也正晷者勾也

以髀爲股以影爲勾股定然後可以度日之

高遠正晷者日中之時節也

正南千里勾一尺五寸正北千里勾一尺七寸

候其影使表相去二千里影差二寸將求日

之高遠故先見其表影之率

日益表南晷日益長候勾六尺

候其影使長六尺者欲令勾股相應勾三股

四弦五勾六股八弦十