

苏教版普通高中课程标准实验教科书

高中数学教学

参考书

凤凰出版传媒集团

江苏教育出版社

经全国中小学教材审定委员会2004年初审通过
普通高中课程标准实验教科书

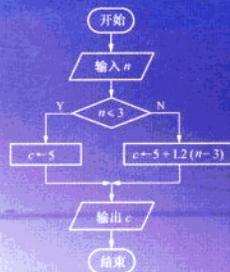
(必修)

数 学

SHU

XUE

3



凤凰出版传媒集团

江苏教育出版社

苏教版普通高中课程标准实验教科书

高中数学教学参考书

数学 3(必修)

凤凰出版传媒集团

 江苏教育出版社

苏教版普通高中课程标准实验教科书
书 名 高中数学教学参考书·数学 3(必修)
责任编辑 胡晋宾
出 版 凤凰出版传媒集团
江苏教育出版社(南京市马家街 31 号 210009)
网 址 <http://www.1088.com.cn>
集团网址 凤凰出版传媒网 <http://www.ppm.cn>
经 销 江苏省新华发行集团有限公司
照 排 南京展望文化发展有限公司
印 刷 丹阳教育印刷厂
厂 址 丹阳市陵川绿岛北首(邮编 212300)
开 本 890×1240 毫米 1/16
印 张 9.5
版 次 2005 年 12 月第 3 版
2005 年 12 月第 1 次印刷
书 号 ISBN 7-5343-6218-0/G·5913
定 价 10.68 元
盗版举报 025-83204538

苏教版图书若有印装错误可向承印厂调换
提供盗版线索者给予重奖

主 编 单 樽

副 主 编 李善良 陈永高 王巧林

本册主编 冯惠愚

编写人员 徐稼红 石志群 冯惠愚

参与讨论 张乃达 仇炳生 陈光立

责任编辑 胡晋宾

说 明

江苏教育出版社出版的《普通高中课程标准实验教科书·数学》是根据2003年教育部制订的《普通高中数学课程标准(实验)》编写的.该套教科书充分体现数学课程标准的基本理念,使学生通过高中阶段的数学学习,能获得适应现代生活和未来发展所必需的数学素养,满足他们个人发展与社会进步的需要.

教科书力图使学生在丰富的、现实的、与他们经验紧密联系的背景中感受数学、建立数学、运用数学,做到“入口浅,寓意深”.通过创设恰当的问题情境,促进学生进行观察、操作、探究和运用等活动感悟并获得数学知识与思想方法.在知识的发生、发展与运用过程中,培养学生的思维能力、创新意识、应用意识.

教科书充分考虑学生的不同需求,为所有学生的发展提供帮助,为学生的不同发展提供较大的选择空间.教科书面向所有学生,使每一个学生都获得必备的数学素养,都能获得最佳发展.整个教科书设计为:一个核心(基本教学要求),多个层次,多种选择.以基本教学要求为核心,通过这个载体,学生可以获得全方位的发展.学生学好核心内容后,根据需要,有多种选择.

本套教科书的体例安排主要有以下特点.

1. 根据《标准》的要求,按知识发展顺序把整套教材分成几条主线,组合成一个有机整体,每个模块有自己整体贯通的主线,每章有核心的概念或原理,各章相互联系.

2. 每章内容由章头图、引言、正文、本章回顾、复习题、探究案例、实习作业等构成.引言包括:

① 本章的主背景,以入口较浅的、学生能理解的生活实例或其他实例,引发学生思考.这个背景又是本章核心内容的原型,在一章中将多次按不同层次或方向出现,统领全章.

② 引领本章内容的问题.这是本章的生长点,是本章核心内容或研究方法的出发点,它将激发学生探索新知识的欲望.

3. 节包括内容组织、活动开展、拓展栏目、习题、阅读等内容.节为教学的基本单元,每节有自己的小系统.每节开头在章的背景下,给出分支背景,围绕章的问题,提出相应问题.这些问题就是本节的起点、核心内容的出发点.

4. 内容组织主要形式为:



问题情境包括实例、情景、问题、叙述等.编写意图是提出问题.

学生活动包括观察、操作、归纳、猜想、验证、推理、建立模型、提出方法等个体活动,也包括讨论、合作、交流、互动等小组活动.编写意图是体验数学.

意义建构包括经历过程、感受意义、形成表象、自我表征等.编写意图是感知数学.

数学理论包括概念定义、定理叙述、模型描述、算法程序等.编写意图是建立数学.

数学运用包括辨别、解释、解决简单问题、解决复杂问题等.编写意图是运用数学.

回顾反思包括回顾、总结、联系、整合、拓广、创新、凝缩(由过程到对象)等.编写意图是理解数学.

5. 拓展栏目有思考、实验、探究、阅读、链接等,穿插在各个环节中.

6. 习题、复习题分为紧密联系的三个层次——感受·理解、思考·运用、探究·拓展,教师可根据教学需要选择.

本套教师教学参考用书与《普通高中课程标准实验教科书·数学》配套,供教师教学使用.每册书按章编排,每章包括本章教育目标、本章设计意图、本章教学建议、本章内容分析、本章教学案例、本章参考答案等内容.

《普通高中课程标准实验教科书·数学》编写组

2005年11月

目 录

第 1 章	算法初步	1
	一、本章教育目标	1
	二、本章设计意图	1
	三、本章教学建议	2
	四、本章内容分析	2
	五、本章教学案例	34
	六、本章参考答案	36
第 2 章	统计	47
	一、本章教育目标	47
	二、本章设计意图	47
	三、本章教学建议	48
	四、本章内容分析	48
	五、本章教学案例	94
	六、本章参考答案	96
第 3 章	概率	109
	一、本章教育目标	109
	二、本章设计意图	109
	三、本章教学建议	111
	四、本章内容分析	112
	五、本章教学案例	139
	六、本章参考答案	141

第1章 算法初步

算法是计算机理论和技术的核心,也是数学的最基本内容之一.随着现代信息技术飞速发展,算法在科学技术、社会发展中发挥着越来越大的作用,算法的基本知识、方法、思想日益融入社会生活的许多方面,已经成为现代人应具备的一种基本素质.本章内容反映了时代的特点,也是数学课程新增内容之一.

一、本章教育目标

在初步感受算法思想的基础上,通过具体实例的分析,体验流程图在解决问题中的作用;通过模仿、操作、探索,学习设计流程图表达解决问题的过程;体会算法的基本思想以及算法的重要性和有效性,理解构造性数学的意义,发展有条理的思考与表达的能力,提高逻辑思维能力.

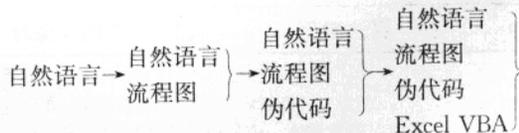
1. 通过实例体会算法的思想,了解算法的含义.
2. 理解流程图的三种基本逻辑结构:顺序结构、选择结构和循环结构.能用这三种基本结构设计简单的算法流程图.
3. 会用伪代码表述四种基本算法语句:输入输出语句、赋值语句、条件语句和循环语句.会用上述基本语句描述简单问题的算法过程.
4. 通过对算方案例的学习,加深对算法的理解.
5. 初步形成“算法思维”(将解决具体问题的方法整理成算法的过程是一个条理化、精确化和逻辑化的过程),提高逻辑思维能力,培养学生的理性精神和实践能力.
6. 通过阅读中国古代数学中的算方案例,体会中国古代数学对世界数学发展的贡献.

二、本章设计意图

与传统教学内容相比,“算法初步”为新增内容.因此,本章的编写突出了以学生熟悉的实例为背景,通过具体问题的分析、归纳,再概括出算法的含义、算法的基本结构和算法的基本语句,旨在提高学生的学习兴趣,降低学习难度.

本章设计注意了以下四个方面.

1. 螺旋上升、渐次递进:问题的算法分析和算法语言的描述是算法的核心,本章在描述算法时,依次采用



这种螺旋上升、渐次递进的方式展开,层次清楚,梯度合理,符合学生的认知规律,也便于组织教学.

2. 整合渗透、前引后连:以学生熟悉的实例(如生活题材、初中数学知识、前几章中一些内容)作为素材,或引入或铺垫或示例,温故知新,降低学习坡度,将学习重点放在算法语言的描述上,避免在问题解决的枝节上浪费时间.在有意地将学生所学知识加以整合的同时,也注意了为后续内容的学习作必要的渗透与准备.

例如,《数学1(必修)》第2章中的二分法,在本章中从算法的角度来认识,就更加深刻完整,有助于加深学生对二分法的理解,也为二分法提供了技术上的解决方案(上机求解).

再如,第3章“概率”要用到抛掷硬币的试验,本章提供了一个抛掷硬币的模拟试验,为后续内容的顺利展开作了准备,等等.

3. “三线”合一、横向贯通:本章是贯穿数学探究、数学建模、数学文化的极好素材.第4节“算方案例”是将

这三条主线合一的有益尝试:

——在丰富的背景(如中国古代“更相减损”等算法)下呈现案例,在数学进步的历史轨迹中让学生受到文化的熏陶;

——在案例的分析中,猜测、探求适当的数学结论或规律,给出解释或证明,培养学生发现、探究问题的意识;

——在案例解决的过程中,体会实际问题模型化的思想,感受数学的实用价值,增强应用意识.

本章中类似方法处理的内容还有:秦九韶算法与算法的效率(历史背景——探究算法——模式化),斐波那契数列、分形树的构造与画法(背景——生成或构造规律——应用),等等.

4. 弹性处理、多样选择:本章内容涉及面广,难概其全.为突出主干内容,有些材料作为拓展(当循环流程图),有的作“链接”(Excel VBA),有的可“阅读”(二进制·计算机).“算法案例”中提供的 Excel VBA 程序为选用内容,可酌情选用.

三、本章教学建议

算法教学包括两个方面:一是在本章中,相对集中地介绍算法的基本思想、基本结构、基本语句等;二是把算法思想渗透在其他相关教学内容之中.前者侧重方法,后者偏重思想.实际教学时,应两者兼济.

本章由“算法的含义”、“流程图”、“基本算法语句”和“算法案例”四个部分组成.其中“流程图”是本章的基础,也是本章的重点内容.学习“流程图”可以进一步加深对算法思想的理解,提高条理化、逻辑化的水平,同时也为实现算法向伪代码过渡作好铺垫和准备.

正确理解和区分两种循环结构(当型(while 型)和直到型(until 型))是本章的教学难点.教材为降低学习难度,在“流程图”中只介绍了直到型循环,当型循环作为阅读题让学生先有所了解,因此在后续内容“1.3.4 循环语句”的教学中,要结合实例适时地对当型循环作必要的讲解.

“算法案例”的三个问题,涉及的知识点较多,教师在教学之前要适当补充相关的知识.如:整除、同余、最大公约数等概念的含义及符号表述.这一部分提供的 Excel 程序可视情况灵活选用,不必强求.为方便教学,本章中的程序可以在 <http://www.1088.com.cn/move/003/> 上下载.

本章对教师来说相对陌生,建议采用“模仿、操作、探索”的方式进行教与学.

本章教学约需 12 课时,安排如下:

1.1	算法的含义	约 1 课时
1.2	流程图	约 4 课时
1.3	基本算法语句	约 4 课时
1.4	算法案例	约 3 课时

四、本章内容分析(见下)

1.1

算法的含义

电视娱乐节目中,有一种有趣的“猜数”游戏:竞猜者如在规定的时间内猜出某种商品的价格(或重量等),就可获得该件商品.

● 现有一商品,价格在 0~8 000 元之间,采取怎样的策略才能在较短的时间内猜出正确的答案呢?

解决这个问题有多种途径,其中一种较好的方法是:

第一步 报“4 000”;

第二步 若主持人说“高了”(说明答数在 1~4 000 之间),就报“2 000”,否则(答数在 4 000 到 8 000 之间)报“6 000”;

第三步 重复第二步的报数方法,直至得到正确结果.

以上过程实际上是按一种机械的程序进行的一系列的操作.

一般而言,对一类问题的机械的、统一的求解方法称为算法(algorithm).



阿尔·花拉子密(al-Khwarizmi, 约 780—约 850), 主要著作有《代数学》,被西方人称为“代数学之父”.英文 algorithm 一词据说起源于这位数学家的名字.

例 1 给出求 $1+2+3+4+5$ 的一个算法.

算法 1 按照逐一相加的程序进行.

第一步 计算 $1+2$, 得到 3;

第二步 将第一步中的运算结果 3 与 3 相加, 得到 6;

第三步 将第二步中的运算结果 6 与 4 相加, 得到 10;

第四步 将第三步中的运算结果 10 与 5 相加, 得到 15.

算法 2 可以运用公式 $1+2+3+\cdots+n = \frac{n(n+1)}{2}$ 直接计算.

第一步 取 $n=5$;

第二步 计算 $\frac{n(n+1)}{2}$;

第三步 输出运算结果.

例 2 给出求解方程组

$$\begin{cases} 2x+y=7, & \text{①} \\ 4x+5y=11 & \text{②} \end{cases}$$

的一个算法.

解 我们用消元法求解这个方程组,步骤是:

第一步 方程①不动,将方程②中 x 的系数除以方程①中 x 的

编写意图与教学建议

1. 教材没有给出算法的严格的定义,仅通过实例给出了算法的描述性定义.

教学时可先从学生熟知的事例广义地描述算法——某一工作的方法和步骤,例如,广播操图解是广播操的算法,菜谱是做菜的算法,歌谱是一首歌曲的算法,空调说明书是空调使用的算法等.然后再举例说明本章主要讨论的是计算机能实现的算法——一类问题的机械的、统一的求解方法.例如,解方程(组)的算法,函数求值的算法,作图问题的算法,等等.

2. 描述算法主要有三种方式:自然语言、流程图、程序设计语言(伪代码).

算法可以用日常语言加以描述,也可以使用流程图直观地表示算法结构.而如果能够能够在计算机上具体实施算法,则还需要将算法转化为程序语言.本节主要用自然语言来描述算法,学会有条理地分步写出算法过程.

教学目标

1. 通过实例体会算法的思想,了解算法的含义.
2. 能按步骤用自然语言写出简单问题的算法过程.
3. 了解算法的主要特点(有限性和确定性).

1. 通过例 1、例 2 说明算法具有下列特点:

(1) 有限性: 一个算法在执行有限个步骤后必须结束.

“有限性”应在合理的范围之内. 如果让计算机执行一个历时 1000 年才结束的算法, 这虽然是有限的, 但超过了合理的限度, 人们也不把它视作有效算法. “合理限度”一般由人们的常识和需要以及计算机的性能而定.

(2) 确定性: 算法的每一个步骤和次序应当是确定的.

例如, 某健身操中一个动作“手举过头顶”, 这个步骤就是不确定的, 含糊的. 是双手都举过头? 还是左手? 或右手? 举过头顶多少厘米? 不同的人可以有不同的理解. 算法中的每一个步骤不应产生歧义, 而应当是明确无误的.

2. 一般来说, 算法应有一个或多个输出. 算法的目的是为了求解, 没有输出的算法是没有意义的.

3. 例 2 的解法是

必修系列 数学 3

系数, 得到乘数

$$m = \frac{4}{2} = 2;$$

第二步 方程②减去 m 乘以方程①, 消去方程②中的 x 项, 得到

$$\begin{cases} 2x + y = 7, \\ 3y = -3; \end{cases}$$

第三步 将上面的方程组自下而上回代求解, 得到

$$y = -1, x = 4.$$

所以原方程组的解为

$$\begin{cases} x = 4, \\ y = -1. \end{cases}$$

这种消元回代的算法适用于一般线性方程组的求解.

找到了某种算法, 是指使用一系列运算规则能在有限步骤内求解某类问题, 其中的每条规则必须是明确定义的、可行的.

算法从初始步骤开始, 每一个步骤只能有一个确定的后继步骤, 从而组成一个步骤序列, 序列的终止表示问题得到解答或指出问题没有解答.

我们过去学过的许多数学公式都是算法, 加、减、乘、除运算法则以及多项式的运算法则也是算法.

练习

1. 写出解方程 $2x + 3 = 0$ 的一个算法.
2. 写出求 $1 \times 3 \times 5 \times 7$ 的一个算法.
3. 已知直角坐标系中的两点 $A(-1, 0)$, $B(3, 2)$, 写出求直线 AB 的方程的一个算法.
4. 写出求 $1 + 2 + 3 + \cdots + 100$ 的一个算法.

6

线性方程组的高斯消元法, 即先将方程组化为一个三角形方程组(三角矩阵), 再通过回代过程求出方程组的解. 如果以三元一次方程组为例, 可以更好地体现高斯消元法的算法原理.

1.2

流程图

● 回答下面的问题:

(1) $1+2+3+\cdots+100 = \underline{\hspace{2cm}}$;

(2) $1+2+3+\cdots+n = \underline{\hspace{2cm}}$;

(3) $1+2+3+\cdots+\underline{\hspace{2cm}} > 2\,004$.

第(3)个问题的答案不惟一,为了寻找满足条件的最小正整数,我们可以这样设计算法:

S1 取 n 等于 1;

S2 计算 $\frac{n(n+1)}{2}$;

S3 如果 $\frac{n(n+1)}{2}$ 的值大于 2 004,那么 n 即为所求;否则让 n

的值增加 1 后转到 S2 重复操作.

如果在上面的 S1 中,给出的 n 的初始值不是 1,而是一个较大的值(如 $n = 2\,000$),为了求出满足条件的最小正整数,应该如何设计算法?

为了将设计好的算法清晰直观地描述出来,通常采用画流程图的方法来表示(图 1-2-1).

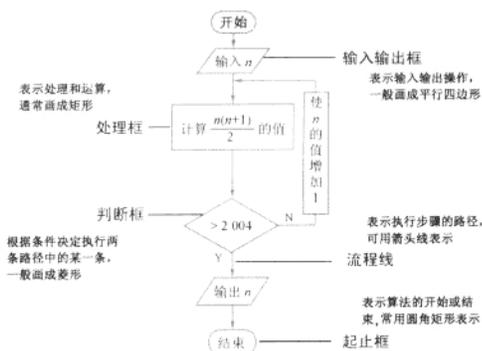


图 1-2-1

流程图(flow chart)是由一些图框和带箭头的流线组成的,其中图框表示各种操作的类型,图框中的文字和符号表示操作的内容,带

1. 流程图是用一些规定的图形、连线及简单的文字说明表示算法及程序结构的一种图形程序.它直观、清晰、易懂,便于检查及修改.

2. 算法含有两大要素:

一是操作.如做菜的操作包括:煎、炸、炒、蒸、煮等等;驾驶机动车的操作包括:发动、挂挡、左转、右转、开灯、关灯等等.计算机算法的操作主要包括:算术运算、逻辑运算、关系运算、函数运算等等.

二是控制结构.它的作用是控制算法各操作的执行顺序.一个算法通常由顺序、选择、循环这三种基本结构组成.本节重点是用流程图来描述算法的这三种基本结构.

3. 画流程图实际上是将问题的算法用流程图符号表示出来,所以首先要明确需要解决什么问题,采用什么算法解决.其次确定初值、循环情况、条件、表达式、程序的结构、流向等.

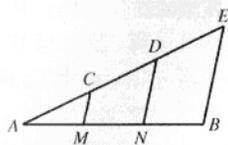
教学目标

1. 了解常用流程图符号(输入输出框、处理框、判断框、起止框、流线等)的意义.
2. 能用流程图表示顺序、选择、循环这三种基本结构.
3. 能识别简单的流程图所描述的算法.
4. 在学习用流程图描述算法的过程中,发展有条理地思考与表达的能力,提高逻辑思维能力.

1. 顺序结构是一种最简单、最常用的程序结构,它不存在条件判断、控制转移和重复执行的操作.一个顺序结构的各个部分是按语句出现的先后次序自上而下顺序执行.

2. 学生容易理解顺序结构,教学时让学生自己举一些只包含顺序结构算法的例子.

参考例题:确定已知线段 AB 的三等分点.



S1 从已知线段的一个端点 A 出发,作一射线;

S2 在射线上依次截取 $AC = CD = DE$;

S3 连结 BE ;

S4 分别过点 C, D 作 BE 的平行线,交 AB 于点 M, N ,则点 M, N 就是线段 AB 的三等分点.

只要按照书写顺序完成以上四个步骤,就能得到线段 AB 的三等分点.

必修系列 数学3

箭头的流线表示操作的先后次序.

从流程图 1-2-1 中可以看出,该算法步骤中,有些是按顺序执行,有些需要选择执行,而另外一些需要循环执行.

事实上,算法都可以由顺序结构、选择结构、循环结构这三块“积木”通过组合和嵌套表达出来.流程图可以帮助我们方便直观地表示这三种基本的算法结构.

1.2.1 顺序结构

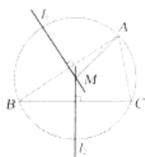


图 1-2-2

作 $\triangle ABC$ 的外接圆可按如下的算法进行:

S1 作 AB 的垂直平分线 l_1 ;

S2 作 BC 的垂直平分线 l_2 ;

S3 以 l_1 与 l_2 的交点 M 为圆心, MA 为半径作圆,圆 M 即为 $\triangle ABC$ 的外接圆.

● 上述算法过程具有怎样的特点?

以上过程通过依次执行 S1 到 S3 这三个步骤,完成了作外接圆这一问题(图 1-2-2).像这种依次进行多个处理的结构称为顺序结构(sequence structure).如图 1-2-3 所示,虚线框内是一个顺序结构,其中 A 和 B 两个框是依次执行的.顺序结构是一种最简单、最基本的结构.

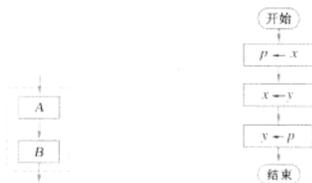


图 1-2-3

图 1-2-4

例 1 已知两个单元分别存放了变量 x 和 y 的值,试交换这两个变量值.

解 为了达到交换的目的,需要一个单元存放中间变量 p .其算法是:

S1 $p \leftarrow x$; (先将 x 的值赋给变量 p ,这时存放变量 x 的单元可作它用)

S2 $x \leftarrow y$; (再将 y 的值赋给 x ,这时存放变量 y 的单元可作它用)

S3 $y \leftarrow p$. (最后将 p 的值赋给 y ,两个变量 x 和 y 的值便完成了交换)

上述算法用流程图表示如图 1-2-4.

在计算机中,每个变量都分配了一个存储单元,它们都有各自的“门牌号码”(地址).

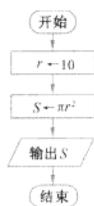


图 1-2-5

例 2 半径为 r 的圆的面积计算公式为

$$S = \pi r^2,$$

当 $r = 10$ 时, 写出计算圆面积的算法, 画出流程图.

解 算法如下:

S1 $r \leftarrow 10;$ (把 10 赋给变量 r)

S2 $S \leftarrow \pi r^2;$ (用公式计算圆的面积)

S3 输出 S . (输出圆的面积)

上述算法用流程图表示如图 1-2-5.

练习

1. 写出作正三棱柱(所有棱长均为 2)的直观图的一个算法.
2. 写出解方程组 $\begin{cases} x+y=3, \\ y+z=5, \\ z+x=4 \end{cases}$ 的一个算法, 并用流程图表示算法过程.

1.2.2 选择结构

某铁路客运部门规定甲、乙两地之间旅客托运行李的费用为

$$c = \begin{cases} 0.53 \times w, & w \leq 50, \\ 50 \times 0.53 + (w - 50) \times 0.85, & w > 50, \end{cases}$$

其中 w (单位: kg) 为行李的重量.

● 计算费用 c (单位: 元) 的算法可以用怎样的算法结构来表示?

为了计算行李的托运费, 应先判断行李的重量是否大于 50 kg, 然后再选用相应的公式进行计算. 其算法为:

S1 输入行李的重量 w ;

S2 如果 $w \leq 50$, 那么 $c \leftarrow 0.53 \times w$,

否则 $c \leftarrow 50 \times 0.53 + (w - 50) \times 0.85$;

S3 输出行李重量 w 和运费 c .

上述算法用流程图表示如图 1-2-6 所示.

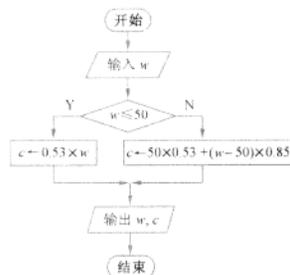


图 1-2-6

1. 在图 1-2-7 中,只能执行 A 和 B 之一,不可能既执行 A,又执行 B,但 A 或 B 两个框中可以有一个是空的,即不执行任何操作.

2. 例 3 给出了求解一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 的一个算法,并画出了算法流程图. 如果没有给出条件 $a \neq 0$,那么求解方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 就要用到嵌套的选择结构,即先判断 a 是否为 0. 若 a 为 0,还要进一步考虑 b 是否为 0; 若 $a \neq 0$,再完成例 3 的过程, 算法流程图如下.

如果要输出根的详细信息,我们还可以在例 3 流程图的分支“ $\Delta \geq 0$ ”中添加一个选择结构,判断条件是“ $\Delta = 0$ ”,以区分是两个相等的实根还是不相等的实根,这也形成了选择结构的嵌套,以上内容供教学时参考.

3. 第 1.2.3 节的练习 2 是识图练习. 提高识图能力,“会看会画”是设计流程图的一项基本功.

必修系列 数学 3

在上述计费过程中, S2 进行了判断,像这种先根据条件作出判断,再决定执行哪一种操作的结构称为选择结构(selection structure)(或称为“分支结构”). 如图 1-2-7 所示,虚线框内是一个选择结构,它包含一个判断框,当条件 p 成立(或称为“真”)时执行 A,否则执行 B.

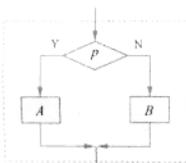


图 1-2-7

在流程图 1-2-1 所表示的算法中,哪一步进行了判断?

思考

例 3 设计求解一元二次方程

$$ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$$

的一个算法,并用流程图表示.

分析 因为一元二次方程未必总有实数根,所以求解时先计算判别式 $\Delta = b^2 - 4ac$, 然后比较判别式与 0 的大小,再决定能否用求根公式进行求解. 因此,在算法中应含有选择结构.

解 算法如下:

- S1 输入 a, b, c ;
- S2 $\Delta \leftarrow b^2 - 4ac$;
- S3 如果 $\Delta < 0$, 那么输出“方程无实数根”, 否则

$$x_1 \leftarrow \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, x_2 \leftarrow \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \text{输出 } x_1, x_2.$$

根据上述步骤,我们可以画出如图 1-2-8 所示的算法流程图.

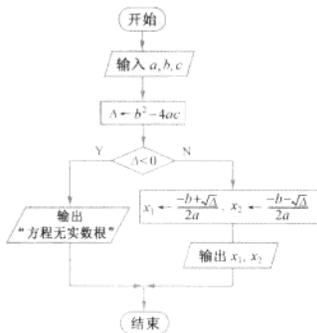
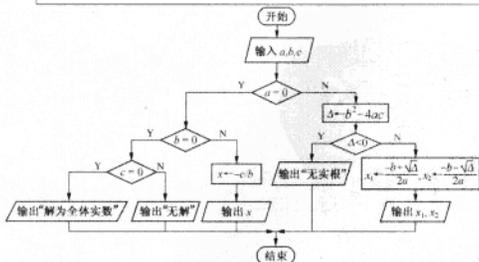


图 1-2-8



练习

1. 如果考生的成绩大于或等于 60 分, 则输出“及格”, 否则输出“不及格”, 用流程图表示这一算法过程.
2. 下面的流程图表示了一个什么样的算法?

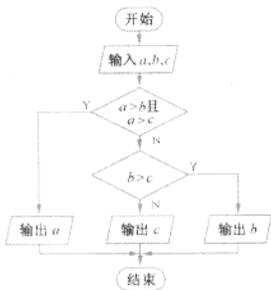


图 1-2-9

3. 写出解方程 $ax + b = 0$ (a, b 为常数) 的算法, 并画出流程图.

1.2.3 循环结构

北京获得了 2008 年第 29 届奥林匹克运动会的主办权. 你知道在申办奥运会的最后阶段, 国际奥委会是如何通过投票决定主办权归属的吗?

对遴选出的 5 个申办城市进行表决的操作程序是: 首先进行第一轮投票, 如果有一个城市的得票数超过总票数的一半, 那么该城市将获得举办权; 如果所有申办城市的得票数都不超过总票数的一半, 那么将得票数最少的城市淘汰, 然后重复上述过程, 直到选出一个申办城市为止.

● 用怎样的算法结构表述上面的操作过程?

我们分步描述操作过程:

S1 投票;

S2 统计票数, 如果有一个城市的得票数超过总票数的一半, 那么该城市就获得主办权, 转 S3, 否则淘汰得票数最少的城市, 转 S1;

S3 宣布主办城市.

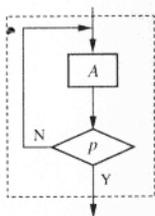
上述算法可用图 1-2-9 所示的流程图来表示.

在算法中, 像这种需要重复执行同一操作的结构称为循环结构 (cycle structure). 图 1-2-10 就是一种常见的循环结构: 先执行 A

1. 在现实生活中, 除了用到选择结构进行问题的分支处理外, 还会遇到需要“重复处理”的问题. 循环结构正是用来处理需要重复执行的某一组操作.

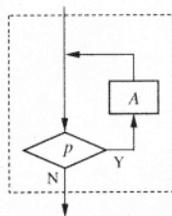
2. 循环结构也称“重复结构”, 即反复执行某一部分的操作. 循环结构是程序设计中不可缺少又有变化的一种基本结构.

(1) 教材通过“申奥”实例, 引出了“直到型 (Until 型)”循环结构. 它的功能是: 先执行 A 框, 然后判断给定的条件 p 是否成立. 如果 p 不成立, 则执行 A, 然后再对条件 p 作判断; 如果 p 仍不成立, 又执行 A, ……如此反复执行 A, 直到给定的条件 p 成立为止.



直到型循环

(2) 另一种常见的循环结构为“当型 (While 型)”循环结构, 它的功能是: 当给定的条件 p 成立时, 执行 A 框操作, 执行完 A 后, 再判断条件 p 是否成立; 如果 p 仍成立, 又执行 A 框, ……如此反复执行 A 框, 直到某一次 p 不成立为止.



当型循环

3. 当型循环和直到型循环是可以互相转换的. 对同一个问题, 如果分别用当型循环和直到型循环来处理的话, 那么两者判断的条件恰好相反.

4. 教材未将当型循环编入正文, 仅作为习题 1.1“探究·拓展”中的一个阅读题. 待学生有了感性认识和一定的算法设计基础之后, 教师可作适当的回顾和补充. 在学习伪代码时, 就要用到“While 语句”, 即当型循环.

1. 例4和例5均为直到型循环,它的特点是至少执行一次操作.当事先不能确定是否至少执行一次循环的情况下,用当型循环较好.

必修系列 数学3

框,再判断所给条件 p 的真假;若 p 为“假”,则再执行 A ,如此反复,直到 p 为“真”,该循环过程结束.

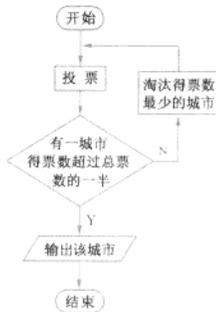


图 1-2-9

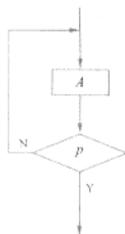


图 1-2-10

思考

在流程图 1-2-1 中,哪些步骤构成了循环结构?

写出求 $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5$ 值的一个算法.

算法 1

- S1 先求 1×2 , 得到 2;
- S2 将 S1 得到的结果再乘以 3, 得到 6;
- S3 将 S2 得到的结果 6 再乘以 4, 得到 24;
- S4 将 S3 得到的结果 24 再乘以 5, 得到最后的结果 120.

上述算法虽然正确,但在计算 $1 \times 2 \times \dots \times 100$ 时,算法的程序太长.

算法 2

- S1 $T \leftarrow 1$; {使 $T = 1$ }
- S2 $I \leftarrow 2$; {使 $I = 2$ }
- S3 $T \leftarrow T \times I$; {求 $T \times I$, 乘积结果仍放在变量 T 中}
- S4 $I \leftarrow I + 1$; {使 I 的值增加 1}
- S5 如果 I 不大于 5, 转 S3, 否则输出 T , 算法结束.

算法 2 不仅形式简练,而且具有通用性、灵活性.其中, S3 到 S5 组成一个循环,在实现算法时要反复多次执行 S3, S4, S5, 直到执行 S5 时,经过判断,乘数 I 已超过规定的数为止.其流程图如图 1-2-11 所示.

对算法 2 做少许
改动,求 $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$
的值.

算法初步 第1章

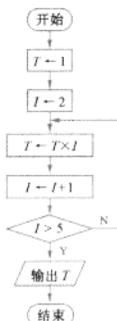


图 1-2-11

例 5 设计一个计算 10 个数的平均数的算法。

分析 我们用一个循环依次输入 10 个数,再用一个变量存放数的累加和,在求出 10 个数的总和后,除以 10,就得到这 10 个数的平均数。

将 0 赋值于 S,是为这些数的和建立存放空间。

- 解 S1 $S \leftarrow 0$; {使 $S = 0$ }
- S2 $I \leftarrow 1$; {使 $I = 1$ }
- S3 输入 G ; {输入一个数}
- S4 $S \leftarrow S + G$; {求 $S + G$, 其和仍放在 S 中}
- S5 $I \leftarrow I + 1$; {使 I 的值增加 1}
- S6 如果 I 不大于 10, 转 S3; {如果 $I > 10$ 不成立, 开始循环}
- S7 $A \leftarrow S/10$; {将平均数 $S/10$ 存放到 A 中}
- S8 输出 A . {输出平均数}

算法流程图如图 1-2-12.

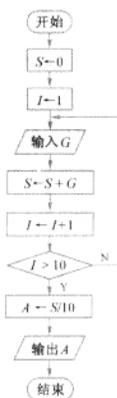
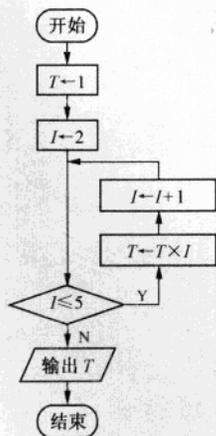


图 1-2-12

例 4 用的是直到型循环,也可改写成下面的当型循环。注意和直到型循环比较,让学生体会判断条件之间的关系。



当型循环