

范青作存

510
J

范青作存

Admission
Application

章校長教正

編者 范青



FUDAN 0220000218828 复旦图书馆

高級統計學 P. 1.

Advanced Statistics

緒論



宇宙現象不論自然或社會都是變動不息而
 變化在我們居住的這個時代，未得特別激烈，
 在社會關係中，社會組織形態中最激烈，
 方法認識社會發展動盪的變動，仍然是前
 進的，社會變動的結果，已把正統的東西，
 宿命論者對稱的東、西，以及依字型的平
 均及分散的東西，等東西，統一的現實世
 界，統計學對這些複雜而不規則的現象，
 加以研究。

一切現象是受許多因素直接或間接的影響。



推，之相排斥互相关联，意有其因果规律地存在，并非决定性的“育
目的研究”或偶然的结果。有人研究事物即根据此原则，常欲除去种
多纷杂的微小原因，而集中几个主要原因；但纷杂的基因，常不易
除去，而仍存在者，为便利研究起见，某人把原因析为恒常原因，因
此偶然原因两部分，恒常原因是主要的，故将这部分原因
因除掉，则结果便会发生偶然原因，是表面上的偶然，这部分的原
因，头论其有与否，对结果不发生影响，这两种原因
交互错综地作用到一切现象上去，与论那种现象都受这两种
原因的影响。

有些现象恒常原因之作用强，偶然原因之作用弱，则其几个
结果之间差异不大，是谓典型现象，反之若偶然原因之作用强，
恒常原因被遮蔽，其几个结果之间差异很大，是谓之非典型现象。

种研究方法是大量观察法也就是统计方法。对这种由大量
个体集合而成的集体现象加以研究时，则在一个现象中，既不
能看到个别现象性态，个体现象中也不能跃出个别规律即在这
个集体现象中跃现出来，因而在个体现象中主要保持着偶然
系因的作用，则这些偶然系因作用，在个体上呈现着种之不
同方向不同强度的形态，而要把这些个体大量集合起来观察
时，这些不同方向不同强度的偶然系因作用，即相互抵消而减
弱，于是在个体上就隐藏着恒常系因作用，此时得以跃现，这样
跃现出来，恒常系因作用，不外就是这个集体中所有的规律
性，统计方法就是用大量观察法非典型现象的集体中寻求规
律性，自然世界中有许多现象属于典型的，故大多用实验方法，但
其中有些实验方法未能尽量研究者，如气象、遗传学等是
也，至一般社会现象大都是非典型现象，且不能实验，则非用统

高級統計學上 P. 2.

因不典型現象，應以毛因單變為影響，此以對受看同種現象中
 因作用時，典型現象，只須完其一個研究便可看出這種典型
 現象的因作用，此時此用的裝置，把一個作中試做，但言對
 因完除掉，析出其因作用，這方法就是“實驗”，但言對
 立就要這些現象的因作用，此以各呈有因集因作用，
 此時須另想他法，這種方法不能看出其因具有某種特殊
 型現象之各件集起來看做一個大意的存在，對這種集因
 以研究，以求具有同一性質的現象中，所存在的因作用，這

及統計學 P.3.

計法，而研究

尚明確，科學必備條件，而經濟的研究方法，又在科學量
之基礎，尚明確，科學必備條件，而經濟的研究方法，又在科學量
化，重要，尚明確，科學必備條件，而經濟的研究方法，又在科學量
神，在實證，原理，上法則的確立，須提真方法，而最經濟的科學，亦
資料，即，最佳，實證，統計，中之抽樣方法，是經濟的科學，亦
法，此，法，近，來，得，諸，先，輩，的，發，揚，充，大，而，愈，精，深，而，愈，實，用，而，愈，亦
廣，此，法，近，來，科學界，研究，統計，方法，研究，事物，獲得，極，大的
效果，故，統計，科學，的，分，析，在，科學，範圍，內，有，這樣，的，深入，這樣
的，在，很多，科學，部門，內，佔，着，重要的，地位，然，統計，學，的，心，表，並
不，以此，為，滿足，他們，對，統計，的，其他，科學，一樣，雖然，統計，學，之
其，獨立，流動，的，權利，部，對，各種，科學，的，問題，全面，依賴，統計，學，之

助力而得解决，来代替科学研究法而多，统计利器，即凡如何利用取得之材料，以确立具有科学性之一般图像。

一般图像之确立，当已超出统计学之范围而步入某一种科学之领域，统计方法当可施于任何科学之范围，其因以求得一般图像之正确性，科学本身之问题，而垂于统计上之一般图像，统计方法不啻为一转轮，何者，统计材料之工具，俟所研究若能藉此作实际之调查，以便观察所得情形，能上期待如理论相符，或因调查所得而发现某种新理论，此殆乃建立一切科学上理论之必经步骤，例如以经济学言，其所有理论，或先由学者之思想所构成，而后经事实证明者，或经事实之验证，而由经济学者发现者，要之经济理论之确立，概在经济学者之工作，而非偏倚统计学者之范围可以概见。

统计的方法上之知识，固近于实际问题，成为治事治学

高級統計學 上 凡 4

不可少之二具，二欲善其事，必先利其器。處理科學研究，且是
數量化時代，吾人怎能不澈底了解把握這科學的打定，換
言之，明瞭統計學的原理，以確立統計學的基礎。

統計學之描寫一羣數量的配狀之法，最簡單者為分
組，分割及相差等。由分組而得次數分配狀之性狀，可用
集中量數及離中量數，偏態率及峰度等數，以記念曲線與
曲線修飾以描寫之。對時間排列，則辨其長期趨勢，季節變動，循
球變動，偶然變動等，以研究之。此外對一切複雜事件之相對應
動或差異的配狀，則常採用指數，所究其率與極差之法，則用三五
程度，則有單相關，複相關，偏相關等，而其相之變動，則論之趨勢，勢
又可分為直線相關，非直線相關，此皆不及其詳。通統計均已修習
唯因篇幅之限制，未及評卷，且有許多高深方法，亦未能

研習故宜高級統計學來補也。

高級統計學中所研究的是應用概率原理注重實例，使能承上一統計學一接下一級理論統計學以及統計方法及理論研究如張車，兼批發主要公式之來源，似以實例為由甚矣，以統計學既然為物質的計算，就不能應用純粹數學方法，三推論之等列，以解決實際上所遭遇的問題，故車亦內家，先研究次數分配及相同為上篇，下篇完全討論抽樣問題上下共二十

上篇內容：史研究描寫次數問題，討論矩之計算，如率概念，二項分配及配合法之概要，以華引常態曲線為 $\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$ 即所謂 Laplace-gamma 曲線，凡社會或自然現象的項數分配用此曲線可以描寫，各致統計學上好多理論皆建設在此曲線上，次及用數學描寫非常態即偏態曲線式之分配問題，此項研究在十九世紀末曾存在三方面，其一為其 J. P. Gram (1879) T. 六

五級統計學 P. 5.

Thiele (1889) 及 C. V. L. Charlier (1905) 等字相同眼者稱為斯提提納化重系。此系之曲線是用兩種曲線為代表系為

$$\text{Type A: } y = A_0 \psi(x) + A_1 \psi'(x) + A_2 \psi''(x) \dots - A_n \psi^{(n)}(x) \dots \left[\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \right]$$

$$\text{Type B: } y = B_0 \phi(x) + B_1 \Delta \phi(x) + B_2 \Delta^2 \phi(x) \dots B_n \phi^{(n)}(x) \dots \left[\phi(x) = e^{-n} \frac{(n!)^x}{x!} \right]$$

其在 K. Pearson 皮爾生氏之研究，其系而得稱為波爾生曲線。此係二次曲線之轉換如下列方程式待之。

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(x-a)y}{b_0 + b_1 x + b_2 x^2}$$

分三十三型，主型三：即

$$y = b_0 \left(1 + \frac{x}{a_1}\right)^{m_1} \left(1 - \frac{x}{a_2}\right)^{m_2}, \quad y = b_0 \left(1 + \frac{x}{a_0}\right)^m e^{-v + av_1 \frac{x}{a_0}}$$

及 $y = (x-a)^k e^{-bx}$ 以及其他十型之系統。

其第一方面為 Sargenth (1900) Kefajyn (1903) (1915) 及其他諸人以其研究之方法而得系稱之為換置法或變數換置法。

Method of Transformation Variable 此法之大意是：果人之
身长分配在常态差以体重上，身高的二次方成正比例，则体重
之分配亦非常态及偏态。

本书对于相因性之注意，期能对相因性及相因
函数之原理及应用加以尽量精确之说明，故有相因度之测定
原理两个，亦为相因之原理及科莫内尔直线，亦直线，到联系
评述其原理及应用，亦就最新方法，因于相因函数及分述
直线，因于回归之原理及应用。最近讨论常態相因度之原理
及应用及其上各相因度之关系。

下篇全部研究抽样，以抽样方法故在研究科学的人有了
多少努力且获得多少知识，其实抽样是不可靠，而工程之
何，此在研究科学者不可不知也，皮尔生论抽样在统计学中
最基础的问题，年来统计学者对地因返理论阐明很多，实际科

高級統計學上 P. 6.

亦有相當的貢獻。抽樣過程中最重要的研究樣本常數的分配
及其上群本字數之相異。抽樣理論上方法分成兩部分，即大
本與小本。大樣本理論多為長年先生氏所倡導，小樣本理論多
為小本氏所倡導。此種理論近來研究，當樣本相當大時，樣本
常數之分配與正態分配無異。此種分配與正態分配，不過誤
差之不同技術條件。此種分配與正態分配，不過誤差之不同技術條件。

當研究對象之變異性受許多複雜因素之影響，因之分析實存了
許多因素之變異性。統計學又存這方面創了許多方法，其變異性
分析之理論與試驗之影響，乃由多因素所構成，有些因素存
於因之，其對抽樣試驗之影響，乃設法逐步析出，將其剩下部
分之試驗誤差，亦中亦評論之。

以上所述就是本書內容的概要。

民國卅三年九月

李蕃序於國三依已大學

高級統計學

第七章 記及相関

moment

第一節 可分數

各種集數之次數中，其最顯著者，即其配列之次數。此種配列之次數，即係統中之量，其量之大小，視其配列之次數而定。此種配列之次數，即係統中之量，其量之大小，視其配列之次數而定。此種配列之次數，即係統中之量，其量之大小，視其配列之次數而定。

Pearson's system of frequency curves: Edgeworth, Gram, Thiels

此種配列之次數，即係統中之量，其量之大小，視其配列之次數而定。此種配列之次數，即係統中之量，其量之大小，視其配列之次數而定。此種配列之次數，即係統中之量，其量之大小，視其配列之次數而定。此種配列之次數，即係統中之量，其量之大小，視其配列之次數而定。

撮
一
全
完
清
乘
二
最
小
不
情
此
能
曲
能
會
理
在
實
之
有
未
統
則
要
第
九
亦
逐
式
用
認
至
陰
乃
法
皮
念
記
均
統
基
自
我
係
視
是
記
分
于
統
統
我
定
率
能
動
是
為
術
之
統
統
拆

皮如人不除其動
法理如故則其動
方合即德感與會之態是
以無曲合折半記本偏字
一者合能記之不及表探擇次
唯佳記一能記用僅是方不
外最好能統分倘不動手是
立論利之乘損用之均莫
上既使施有次求用利平計
全際盡能為確在可動則之
完實法殊不通仍準之皆二態是
清或立特法善矣否是乎第字動
乘上佳有方論計能動幾乃否之
二論最之殊者之且外即記銀
小理為特特者是是是是是是
不論能曲此念故賴之分擇之表
情能上殊是既發法死除動/動
此能曲論特例統既念却量次用
能會理上實乘有能失度一為可
在實之有未統則要第九亦逐
式用認至陰乃法皮念記均統基
自我係視是記分于統統
我定率能動是為術之統統拆

轉
旋
之
鉅
以
有
學
其
計
力
計
卒
以
此
動
統
上
可
力
此
在
莫
是
一
動
高
之
之
量
之
各
一
則
莫
不
以
原
動
矣
用
其
不
原
步
詞
矣
認
一
符
名
中
可
值
及
之
某
即
矣
義
用
之
權
一
定
通
為
次
之
部
上
動
組
要
二
學
統
同
卷
第
九
亦
逐
乃
根
頗
是
勢
義
矣
趁
意
計
之
要
及
計

人
四
四
四
四
四
四
四
四
四

组次... 距... 方... 用... 某... 次... 差... 自... 定... 为...
 距... 方... 用... 某... 次... 差... 自... 定... 为...
 距... 方... 用... 某... 次... 差... 自... 定... 为...
 距... 方... 用... 某... 次... 差... 自... 定... 为...

$$M_x = \frac{\sum x f_x}{\sum f_x}$$

$$x = \bar{x} - a$$

又... 式... 中... 及... 在... 平... 位... 使...
 式... 中... 及... 在... 平... 位... 使...

第一... 次... 距... 及... 平... 位... 之... 第... 一... 次... 距... 差... (体... 标... 正)... 记... 以... 以...

$$\frac{\sum x f_x}{N}$$

$$\frac{\sum x^2 f_x}{N}$$



不... 代... 表... 以... 第... 一... 次... 距... 差... 之... 第... 一... 次... 距... 差...
 第... 一... 次... 距... 差... 之... 第... 一... 次... 距... 差... 之... 第... 一... 次... 距... 差...
 第... 一... 次... 距... 差... 之... 第... 一... 次... 距... 差... 之... 第... 一... 次... 距... 差...
 第... 一... 次... 距... 差... 之... 第... 一... 次... 距... 差... 之... 第... 一... 次... 距... 差...

$$\sum x^2 / N =$$

$$\sum x^2 / N =$$

此均利由
 此及离平
 上生教授
 尔中教授
 高为三
 中为随
 学任
 其值
 位差
 差论
 论中
 一即
 次算
 算而
 即制
 转他
 以平
 均数
 二更
 三不
 次高
 乃差
 三过
 次实
 之算
 之便

据该 \$M_2\$ (辅助动差) 与 \$M_1\$ (主要动差) 之关系述之如次:

$$M_2 = \sum (x - \bar{x})^2 / N \quad \text{其中 } \bar{x} = \sum x / N$$

$$\sum x^2 = \sum a^2 + \sum b^2 + \sum c^2 + \dots + \sum m^2 = N(a^2 + b^2 + c^2 + \dots + m^2)$$

$$M_1 = \sum (x - \bar{x}) / N = \sum [(a + b + c + \dots + m) - (a + b + c + \dots + m)] / N = 0$$

$$= \sum [a(x - m)] / N = \frac{1}{N} \sum (x - m) a$$

$$= \frac{1}{N} \sum [x^2 - r x^{r-1} m_1' + \frac{r(r-1)}{2!} x^{r-2} m_2' - \frac{r(r-1)(r-2)}{3!} x^{r-3} m_3' + \dots] f$$

$$= x^r \left[\frac{\sum x^r f}{N} - \frac{r \sum x^{r-1} f}{N} m_1' + \frac{r(r-1)}{2!} \frac{\sum x^{r-2} f}{N} m_2' - \dots \right]$$

$$\frac{r(r-1)(r-2) \dots \sum x^{r-3} f}{3! N} m_3' + \dots$$

此均利由

此及离平

上生教授

尔中教授

高为三

中为随

学任

其值

位差

差论

论中

一即

次算

算而

即制

转他

以平

均数

二更

三不

次高

乃差

三过

次实

之算

之便

此均利由

此及离平

上生教授

尔中教授

高为三

中为随

学任

其值

位差

差论

论中

一即

次算

算而

即制

转他

以平

均数

二更

三不

次高

乃差

三过

次实

之算

之便