

目 录

一、引言

二、单一方程

附：《从跃进到徘徊——青瓷化工厂的三十年》

《北京市人民消费和储蓄规律初探》

三、用于经济计量模型的线性回归分析

四、投入产出分析——上

五、投入产出分析——下

六、宏观动态经济模型

附 R 克来因：《宏观经济计量模型怎样工作？

作为预测仪器它们表现如何？》

引 言

十九世纪的物理学家，绝对温标的创始人，威廉·汤姆逊有一句名言：“你如不能用数字表达，你的知识属于一种肤浅和不能满意的性质。”这句话被铭刻在美国芝加哥大学社会科学研究大楼的正面。自然科学和技术需要量度，世所公认，早已不成问题。社会科学也需要量度，则至今仍有待于提倡。马克思：《资本论》中有许多统计数字，假设数字，和公式。他并且重视数学的研究，值得我们后学的人景仰，学习。

社会主义经济学的关键问题

马克思于1868年7月11日致留·库格曼的信上说：“每个小孩子都知道，一个民族如果停止工作，——不用说是停止一年，就是只停止几个星期——就会饿死的。同样大家也知道，为了要有适合于各种不同需要量的产品量，就需要有不同的和数量一定的社会综合劳动量。显而易见，这种按一定比例分配社会劳动的必要性，决不可能被社会生产的一定形式所消灭；所能改变的只是它的表现形式。自然法则是根本不能消灭的，可能依不同历史条件而发生改变的，只是这些法则所由以表现的形式。在社会劳动的联系是表现于个人劳动产品的私人交换的社会制度下，这种按比例实行的劳动分配所由以表现的形式，也就是这些产品的交换价值。”马克思这段话说明在社会主义社会需要解决劳动分配问题。生产活动不光需要活劳动，而且也需要物化劳动和自然资源。我们从广义理解马克思的话，可以认为社会主义社会需要解决资源分配问题。

恩格斯在《反杜林论》中说：“诚然，就是在这种情况下，社会

也应当知道，某种消费品的生产需要多少劳动。它必须按照生产资料，特别是其中劳动力，来安排生产计划。各种消费品的有用效果（它们被相互衡量并且同它们的制造所必需的劳动量相比较）最后决定着这一计划。”

意大利经济学家 Barone 在 1908 年写了一篇论文：《集体主义国家的生产部》，证明社会主义经济的会计价格和竞争经济中的市场价格同样有经济意义。它用联立方程组说明社会主义经济可能会合理分配资源。

从 1920 年起维也纳经济学家 Von Mises 论证在社会主义国家不可能合理分配资源。其理由是生产资料公有制，则没有生产资料市场，因而没有生产资料价格；而价格是反映生产要素的相对重要性的，没有价格，谈不到经济核算。

1928 年美国经济学家 Fred M. Taylor 当选美国经济学会会长，发表题为《社会主义国家中指导生产的原则》的演说。他认为在社会主义国家中，当局可以给每一个生产要素确定一个临时价格，如果价格太高，这种生产要素会发生积压。若价格太低，会供不应求。当局据此修订价格，逐步逼近正确的会计价格。

到三十年代，伦敦经济学说的 Hayek 和 Robbins 一方面承认在社会主义国家合理分配资源在理论上是可能的，一方面又说在实际上办不到。他们论辩说因为社会主义国家的中央计划局为了确定价格，需要知道一切商品在不同的价格组合下能卖出去多少。而且中央计划局在作出经济决策前，需要求解数以千计的，甚至数以百万计的联立方程，人用一生时间也解不出来。

价格新义

F. H. Wicksteed 在《政治经济学常识》一类中提出，价格

有两种意义。通常价格就是市场上两种商品的交换比例。广义的价格则是可供选择的各种商品的条件。他说。“狭义的价格是购买一件物质东西，一项服务，或一种权利的货币数额。它只是广义价格，可供我们选择的各种商品的条件。”

二次大战后出现了数字计算机和线性规划，大大地提高了人们的管理能力。现在举一个例：

某炼油厂把三种原料油混合为普通汽油和高级汽油出售。原料油情况为：

原料油	辛烷值	蒸汽压 (每平方吋磅数)	货源 (桶/日)	成本 (元/桶)
(1)重整油	96	5	4200	3.75
(2)石脑油	82	6	2100	3.00
(3)烷基油	104	11	1100	4.00

汽油情况为：

汽油	辛烷值	蒸汽压	估计需求 (桶/日)	售价 (元/桶)
(1)普通	90	9	$\begin{matrix} \min & 1500 \\ \max & \infty \end{matrix}$	4.50
(2)高级	101	6	$\begin{matrix} \min & 0 \\ \max & 3000 \end{matrix}$	5.00

令 x_{ij} 为原料油 i 用于配成汽油 j 的数量 (桶/日)。 $i = 1, 2, 3$; $j = 1, 2$ 。我们有以下约束条件：

资源约束:

$$x_{11} + x_{31} \leq 4200$$

$$x_{21} + x_{22} \leq 2100$$

$$x_{31} + x_{32} \leq 1100$$

产品辛烷值约束:

$$\frac{96x_{11} + 82x_{21} + 104x_{31}}{x_{11} + x_{21} + x_{31}} \geq 90$$

$$\frac{96x_{12} + 82x_{22} + 104x_{32}}{x_{12} + x_{22} + x_{32}} \geq 101$$

简化为:

$$\begin{aligned} 6x_{11} - 8x_{21} + 14x_{31} &\geq 0 \\ -5x_{12} - 19x_{22} + 3x_{32} &\geq 0 \end{aligned}$$

蒸汽压约束:

$$\frac{5x_{11} + 6x_{21} + 11x_{31}}{x_{11} + x_{21} + x_{31}} \geq 9$$

$$\frac{5x_{12} + 6x_{22} + 11x_{32}}{x_{12} + x_{22} + x_{32}} \geq 6$$

简化为:

$$\begin{aligned} -4x_{11} - 3x_{21} + 2x_{31} &\geq 0 \\ -1x_{12} + 0x_{22} + 5x_{32} &\geq 0 \end{aligned}$$

需求约束:

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} \geq 1500$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} \leq 3000$$

求最大利润的目标函数:

$$\begin{aligned} \max Z &= (4.50 - 3.75)x_{11} + (4.50 - 3.00)x_{21} \\ &\quad + (4.50 - 1.00)x_{31} + (5.00 - 3.75)x_{12} + (5.00 \\ &\quad + (5.00 - 3.00)x_{22} + (5.00 - 4.00)x_{32} \\ &= 0.75x_{11} + 1.50x_{21} + 0.50x_{31} + 1.25x_{12} \\ &\quad + 2.00x_{22} + 1.00x_{32} \end{aligned}$$

把所有不等式都改成 $\leq$ 形式, 上述线性规划问题可以表示为:

$$\max Z = 0.75x_{11} + 1.50x_{21} + 0.50x_{31} + 1.25x_{12} + 2.00x_{22} + 1.00x_{32}$$

$$x_{11} + x_{12} \leq 4200$$

$$x_{21} + x_{22} \leq 2100$$

$$x_{31} + x_{32} \leq 1100$$

$$-6x_{11} + 8x_{21} - 14x_{31} \leq 0$$

$$5x_{12} + 19x_{22} - 3x_{32} \leq 0$$

$$4x_{11} + 3x_{21} - 2x_{31} \leq 0$$

$$x_{12} - 0x_{22} - 5x_{32} \leq 0$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} \leq 3000$$

$$-x_{11} - x_{21} - x_{31} \leq -1500$$

其中 $x_{ij} \geq 0, i = 1, 2, 3, j = 1, 2$

用单纯形算法求得最优解如下:

$$x_{11} = 0$$

$$x_{12} = 120 \text{ 桶}$$

$$x_{21} = 600 \text{ 桶}$$

$$x_{22} = 0$$

$$x_{31} = 900 \text{ 桶}$$

$$x_{32} = 200 \text{ 桶}$$

$$Z_{\max} = 1,700 \text{ 元}$$

按最优解进行生产, 每天将剩下4080桶重整油和1500桶石脑油。烧基油完全用光。只生产320桶高级汽油和1500桶普通汽油。生产出来的汽油的辛烷值和蒸气压如下:

$$\text{普通汽油辛烷值} = \frac{96(0) + 82(600) + 104(900)}{0 + 600 + 900}$$

$$= 95.2 \geq 90$$

$$\text{高级汽油辛烷值} = \frac{96(120) + 82(0) + 104(200)}{120 + 0 + 200}$$

$$= 101$$

$$\text{普通汽油蒸气压} = \frac{5(0) + 6(600) + 11(900)}{0 + 600 + 900}$$

$$= 9$$

$$\text{高级汽油蒸气压} = \frac{5(120) + 6(0) + 11(200)}{120 + 0 + 200}$$

$$= 3.75 > 3$$

高级汽油的辛烷值约束和普通汽油的蒸气压约束是按最低水平达到的, 因此称为紧约束。

在线性规划理论中, 从原规划可以导出一个对偶规划。我们把汽油规划的对偶规划写在下面:

$$max Z' = 4200 u_1 + 2100 u_2 + 1100 u_3 + 6v_1 + 0v_2 + 0v_3 + 3000w - 1500x$$

$$u_1 \quad -6v_1 \quad +4v_3 \quad -x \geq .75$$

$$u_2 \quad +8v_1 \quad +3v_3 \quad -x \geq 1.50$$

$$u_3 \quad -14v_1 \quad -2v_3 \quad -x \geq .50$$

$$u_1 \quad +5v_3 \quad +4v_4 + w \geq 1.25$$

$$u_2 \quad +19v_4 + 0v_5 + w \geq 2.00$$

$$u_3 \quad -3v_5 - 5v_6 + w \geq 1.00$$

其中对偶变量是非负的，即，

$$u_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3 \quad v_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3, 4 \quad w, x \geq 0$$

原规划与对偶规划之间存在以下关系:

- (1) 原规划求最大值, 对偶规划求最小值。
- (2) 对偶规划目标函数的系数是原规划不等式约束条件的上界。
- (3) 对偶规划不等式约束条件的下界是原目标函数中的单位利润。
- (4) 对偶约束各行的非零系数值是原约束各列非零系数值

而且, 由于原规划中约束系数是无因次的, 而且原规划中单位利润是以元为计算单位的, 对偶约束中的对偶变量 (u_i, v_j, w, x) 必然也以元为计算单位。因此, 对偶变量可以解释为一些价格, 这些价格“归算”于原规划不等式约束的上界。

对偶目标函数是使原规划中上界的总归着价格为最小, 而对偶约束要求任一产品的单位利润按照生产一单位产品时它们被利用程度的比例归着到这些上界。例如生产一个单位的原规划的 x_{11} , 用掉一单位的重整油 (价格 u_1), -6 个单位的普通汽油辛烷值约束 (价格 v_1), 4 单位的普通汽油蒸气压约束 (价格 v_2), 和满足一单位普通汽油需求 (价格 x)。要求每单位 x_{11} 中各个投入的总价格超过销售一单位产品的利润。我们得到

$$u_1 - 6v_1 + 4v_2 - x \geq 7.5$$

这就是第一个对偶约束。

原规划与对偶规划之间还有一些关系:

- (1) 如原规划有最优解, 对偶规划也有最优解。而且原规划的最大利润总额 (Z_{max}) 恰好等于对偶规划的最小归着价格总额 (Z'_{min})。

(2) 如果有一个原约束是紧的, 相应的最佳对偶规划价格是正的, 这个价格等于增加一单位约束的边际价值。如果一个原约束不是紧的, 最佳对偶价格是零。因此在最佳分配计划中, 稀缺资源有一个正的边

际价值，而未利用资源没有边际价值。

(3) 原问题解出后，对偶问题的最佳解能作为付产品得到。因此不必同时解两个问题。

上述汽油问题的最佳对偶解为：

$$u_1 = 0 \quad v_1 = 0 \quad w = 0$$

$$u_2 = 0 \quad v_2 = 0.25 \text{ 元} \quad x = 0.15 \text{ 元}$$

$$u_3 = 1.75 \text{ 元} \quad v_3 = 0.55 \text{ 元}$$

$$v_4 = 0$$

根据(1)， $Z_{\min} = 1700$ 元。

第一个对偶约束中最佳归着价格超过右边 (0.75 元) 1.30 元。第五个对偶约束中最佳总价格比右边数值 (2.00 元) 多 2.75 元。所有其他对偶约束是紧的，所以它们的超额归着价格是零。因此我们有第四个关系：

(4) 如在最优解中，某一项原规划的活动是正的，则在相应的对偶约束中超额归着价值是零。如果在最优解中某一项原规划的活动是零，则相应的对偶约束的超额归着价值是正的。这个超额价值度量生产一个不在最优解中的产品的单位机会成本。

$u_3 = 1.75$ 元是一桶烷基油的边际得利率，也就是我们如果有 1101 桶烷基油，则每天利润总额增加到 $Z_{\max} = 1701.75$ 元。如果炼油厂向外单位购进一部分烷基油，每桶价格不能超过 1.75 元。 $x = 0.15$ 元说明如果生产普通汽油超过 1500 桶，例如生产 1501 桶，则每天的总利润将减少 0.15 元。由于重整油和石脑油未用完，它们的边际价值是零，如 3000 桶高级汽油的最大需求预测值有变化，对总利润没有边际变化。我们考察零活动水平的机会成本，用重整油配制普通汽油 (x_{11})，每桶将减少利润 1.30 元，用石脑油

配制高级汽油每桶将减少利润2·75元。

朗格的答案

波兰经济学家奥斯卡·朗格(1904-1965)于1936年至1937年在美国出版的《经济研究评论》杂志上发表题为《论社会主义经济理论》的论文,提出以下的见解:

Mises 认为社会主义经济不能解决资源的合理分配问题,是因为他只知有市场价格,不知有另一种价格,作为选择条件的价格。

Hayek 和 Robbins 虽然承认在社会主义经济中合理分配资源在理论上是可能的,但怀疑在实践中能否办到。例如 Robbins 于1934年在《论大萧条》一书中写道:

“在纸面上我们能设想这个问题用一系列数学计算来解决...但是在实践中这样求解是很难行通的。它将需要在多少百万个统计数据的基础上写出多少百万个方程,这些数据又以更多百万次计算为根据。方程刚解出来,它们所根据的信息会变为过时,又需要重新计算。”

朗格假设这样一个社会主义经济,实行生产资料公有制,人民有选择消费品和选择职业的自由。有消费品和劳务的市场,没有生产资料的市场。生产资料的价格是广义的价格,只是供会计用的选择指数。决定经济平衡的事情包括两部分。(1)根据既定的选择指数(如系消费品和劳务为市场价格,如系生产资料则为会计价格)。参加市场的人有消费者和生产经理。(2)不论市场价格和会计价格须能平衡供需。中央计划局对生产经理们规定几条规则。第一,力求降低平均生产成本。这个规则将使每元钱的各种生产要素的边际生产率相等。不论生产企业或基建单位均遵守这条规则。第二条规则决定生产规模,边际成本必须等于产品价格。工厂经理用这个办法来决定产量。整个行业的经理(例如国家煤炭托拉斯的董事们)用这个规则来决定全行业应该扩

大或收缩。

对于生产经理来说，生产要素和产品的价格是给定的，消费品和劳务的价格在市场上确定，生产资料的价格由中央计划局确定。

采用这两条规则的理由是明显的。由于价格是选择指数，使平均成本为最小也就是使牺牲的其他可供选择的東西为最少。第二条规则是服从消费者选择的必然结果。得到满足的每元商品的重要性，与牺牲的每元其他商品的重要性相等。

假设自由选择职业，工人向支付最高工资的产业部门或职业贡献其劳务。至于公有的生产资料和自然资源，由中央计划局确定价格。这些资源只能分配到能支付这种价格的产业部门。

对每种商品来说，供需数量必须相等。如果价格脱离平衡价格，则会计期终了时将出现这种商品的积压或不足。这时中央计划局需要调整价格。

康托洛维奇的努力 列昂节夫

苏联在二十年代即有人用数学方法研究苏联经济问题。如 E. Slutsky 和 A. Konjus 的需求模型，G. Feldman 的增长模型，中央统计局的棋盘平衡表以后发展为列昂惕夫的投入产出分析。L. Jushkov 和 V. Novojilov 先后研究投资效率。

列昂涅德·维他里奇·康托洛维奇生于 1912 年。1930 年毕业于列宁格勒大学数学系。1934 年任教授，1935 年获得博士学位。他在 1938 年第一次接触经济问题。他兼任胶合板托拉斯的实验室顾问，碰到一个问题。如何分配原料，在某些约束条件下，使设备生产率为最大。1939 年他的小册子《生产计划和组织》在列宁格勒大学出版社出版。内容就是线性规划，实先于西方学者 Tjalling Koopmans, George Dantzig 等人。他很早就认识到线

性规划的广阔前景，考虑了三个发展方向：

- 1、进一步发展解这些极值问题的方法，应用于各类问题。
- 2、在数学上推广这些问题，例如，非线性问题，泛函空间中的问题，把这些方法应用于数学，力学及技术科学。
- 3、从各类经济问题推广到一般经济体系，在一个产业部门，一个地区，整个国民经济的计划问题上加以运用。

1948年—1950年，康托洛维奇与几何学家V. A. Zalgaller 在列宁格勒车辆厂用线性规划计算钢板的最优利用。在1951年写出一本书，把线性规划与动态规划思想结合起来，这本书到1959年才出版，题为《经济资源的最优利用》。这本书涉及到计划，价格，租金，库存，经济核算及决策分散化等问题。

苏联有些经济学家对新方法采取保留态度。苏联科学院召开经济学和计划中的数学方法会议。会议批准了新的科学方向。1958年康托洛维奇当选科学院通信院士。1965年他与V. V. Novogilov 和 V. S. Nemchinov 共同获得列宁奖金，1975年获得诺贝尔经济学奖金。他担任国民经济控制研究所实验室主任，给高级干部讲授控制和管理的新方法。

康托洛维奇提倡最优化方法。把经济作为一个体系，控制它向一定的目标前进。它使大量信息得到系统化，作深刻的分析，供决策之用。有时有多个目标，每个都要考虑。应用最广的是多产线性最优化模型。这些方法具有以下性质：

- 1、普遍性和灵活性。对各经济部门和各级控制都有用。
- 2、简单性。所用数学主要是线性代数。
- 3、有效可计算性。几十万个变量和几千个约束条件可在计算机上迅速求解。
- 4、定性分析，指数。能算出归着价格，Koopmans 称为影子

价格，康托洛维奇称为分辨乘数。这是计算会计价格及其他经济指标的客观方法。

5、方法和问题的一致性。规划论在资本主义企业中虽然运用成功，但它的精神实质更接近社会主义经济问题。这些方法可用于产业部门的长期计划，农业生产的地区分配，乃至整个国民经济的长期计划。苏联为此在莫斯科设立了中央经济数学研究所，在新西伯利亚设立了经济科学和工业组织研究所。

共产主义经济学

马克思把资本主义以后的时代分成两个阶段。第一阶段实行生产资料公有制和按劳付酬的原则，这是社会主义阶段。第二阶段实行按需分配。这是共产主义阶段。共产主义社会将没有货币、价格、工资等范畴。

过渡到共产主义是逐步的，免费供应的消费品逐步增加，其余部分仍有价格，工资用来购买有价格的消费品。假设某个社会主义国家在公元2000年消费总额为一万亿元，而工资只发九千亿元，则免费消费10%，即一千亿元。到了公元2025年，消费品生产加倍，计两万亿元，而工资不加，仍为九千亿元，则免费消费可达到一万一千亿元，免费消费的比例提高到55%。按此速度，到公元2050年，免费消费的比例可达到78%。

马克思在《资本论》第三卷第十章中说：“如果生活资料便宜了或者货币工资提高了，工人就会购买更多的生活资料，对这些商品就会产生更大的“社会需要”。如果采取不加工资，而逐步降低商品价格的政策，则工资为常数，商品需求只是价格的函数：

$$D = f(p) \quad f'(p) < 0$$

需求弹性定义为

$$\sigma = \frac{p}{f(p)} \frac{df(p)}{dp}$$

如需求弹性 $\sigma = -1$ ，则价格降低十分之一，需求将增加十分之一。如需求弹性为 -0.5 ，则价格降低十分之一，需求将增加二十分之一。如需求弹性为零，则需求曲线是平行于 p 轴的直线，价格降低，不引起需求增加。

将基本必需品的价格缓缓下降，观察其反应。弹性系数绝对值小的商品，称为需求缺乏弹性。降低价格，不会显著增加需求。这类商品可以先列入免费供应。

待生活必需品都免费供应后，工资只用来购买高级消费品。譬如说百分之八十的消费品都已免费，其价格为零。如何编制最优计划？

在此情况下，高级消费品是有价格的。至于生产资料，和社会主义阶段一样，继续用规划论的方法编制计划。从对偶规划算出影子价格。这种价格仅供计划和会计之用，不需要货币和通常的交换价格。编制免费消费品计划需要三方面资料，第一是需求量，还可以根据历史情况、人口增长速度、消费经济学研究的成果来确定。第二，生产技术的改进，由技术人员提供情况。第三，生产成本，利用各种生产资源的影子价格来计算。生产必需品的企业由政府支付产品价格，好象政府向军工厂购买军火一样。企业用来支付生产资料的影子价格和发给职工购买高级消费品的工资。

在完全共产主义经济中，所有消费品都免费供应。在此情况下不仅生产资料和消费品有影子价格，而且各类劳动有影子工资，资金也有影子价格——平均利润率。

经济计量学

以亚当·斯密(1723—1790)，李嘉图(1772—1823)，马尔萨斯(1766—1834)，穆勒(1806—1873)为代表的西方古典经济学家，以及以马⁸尔⁸爱⁸尔(1842—1924)为代表的新古典经济学家，在使用统计观察验证他们的理论方面，做的工作不多。德国历史学派如舒摩勒(1838—1917)以及美国的制度学派走向另一极端，只要观察不要理论，认为事实自己会说话。

把经济理论，数学和统计学结合在一起的先驱者有Johau Heinrich von Thiueu (1783—1850)，Augustin Cournot (1801—1877)，A. J. DuPuit (1804—1866) 和 Hermauu Heiurich Gossen (1810—1858)。英国数学家和经济学家 Stanley Jevons (1835—1882) 曾设想有一天能将某些经济定律数量化。二十世纪蓬勃发展的经济计量学正在把这个设想变为事实。

1930年12月29日经济计量学会在美国奥亥俄洲克利夫兰成立，Irving Fisker 当选第一任会长。从1933年开始出版《经济计量学》杂志。

一些变量，方程及约束条件构成经济计量模型的核心。如果只有这么一个核心，属于单纯描述性的模型，它可以用于预测。核心之外，还可以有一个目标函数，这样可以求最优解。有些模型是静态的，只把同一瞬时的诸变量联系起来。有的是动态的，把不同时间的诸变量联系起来。模型可能是随机的或确定的。

经济计量模型可以用来验证经济理论，有时还能发现一些经济规律。例如荷兰经济学家 Jan Tinbengen 发现牛肉的价格与前一时间饲料价格之间存在负相关。因为饲料涨价迫使农民宰牛。他还发现

原
书
缺
页