

SHULIHUASHENG
YUANDI

N35/1:7

15

数理化生园地

7

1984/3

上海科学技术出版社

数理化生园地

7

(1984/3)

上海商务印刷厂印刷
新华书店上海发行所发行
(上海市瑞金二路四五〇号)
上海科学技术出版社出版

统一书号: 13119·1182
定 价: 0.20 元

·学习辅导·

- | | | |
|------|--------------|------|
| (1) | 单位圆的应用 | 姚 晶 |
| (6) | 二项展开式的通项 | 胡祥生等 |
| (11) | 正确理解焦耳定律 | 王 海 |
| (14) | 电容器的连接 | 谭清莲等 |
| (21) | 制气体时怎样选择适宜的酸 | 陆惊帆 |
| (24) | 碘的升华和碘的熔点 | 于时鸣 |

·解题方法谈·

- | | | |
|------|----------------|------|
| (26) | 怎样求代数式的值? | 李庆胜 |
| (33) | 对数换底公式的运用技巧 | 朱成杰等 |
| (36) | 计算直线和平面交角的一种方法 | 刘妙龙 |
| (39) | 这些数据是“多余”的吗? | 杨建华 |
| (41) | 根据溶解度计算的关系式 | 陈 炯 |
| (43) | 求 pH 值数例 | 章维明 |

·防止搞错·

- | | | |
|------|------------------|-----|
| (47) | 极稀的酸 pH 值会大于 7 吗 | 何端五 |
|------|------------------|-----|

·问题解答·

- | | | |
|------|--------|-----|
| (49) | 化学问答五则 | 张国华 |
|------|--------|-----|

·学生中来·

- | | | |
|------|--------------|-----|
| (50) | 电容器串、并联公式的推导 | 陈卫民 |
|------|--------------|-----|

·观察与实验·

- | | | |
|------|---------|-----|
| (52) | 怎样栽培凤尾菇 | 黄庆如 |
|------|---------|-----|

·知识博览·

- | | | |
|------|-------------|------|
| (55) | 植物生长素的发现与应用 | 胡广明等 |
| (57) | 生命的活化剂——酶 | 陈建民 |

·学一点科技史·

- | | | |
|------|---------|-----|
| (60) | “同时性”质疑 | 薛 苓 |
|------|---------|-----|

·科学俱乐部·

- | | | |
|------|-------------------|--|
| (64) | 趣味物理实验两则
十分钟测验 | |
|------|-------------------|--|



单位圆的应用

姚 晶 (上海市复兴中学, 特级教师)

(一) 讨论三角函数的基本性质

在高中一年级数学课上, 我们曾学习三角函数基本性质。对于这些性质, 通常是有的通过三角函数线来说明, 有的用图象来说明, 有的用诱导公式来说明。其实, 只要借助于单位圆和三角函数线, 这些三角函数的基本性质都可以得到说明。

下面仅以正弦函数 $\sin \theta$ 为例。

在单位圆 O 中 (图 1), 角 θ 的终边和单位圆相交于一点 P 。当 θ 变化时, P 点沿单位圆周运动, 它在纵轴上的投影 P_y 的纵坐标即表示 $\sin \theta$ 。我们可以看到:

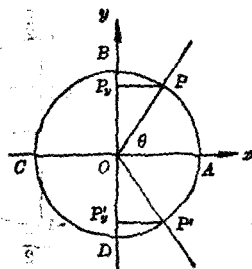


图 1

1. 定义域 由于对一切实数 θ , 相应的点 P 总在纵轴上有投影 P_y , 可见 $\sin \theta$ 的定义域是一切实数: $-\infty < \theta < +\infty$ 。

2. 值域 由于 P_y 总在纵轴上 -1 到 $+1$ 之间变化, 可见 $\sin \theta$ 的值域是 $-1 \leq \sin \theta \leq +1$ 。

3. 单调性 可以看出, 当点 P 沿上升; 而当点 P 沿 $\widehat{BOD}$ 正向运动时,

$\sin \theta$, 其递增区间是 $\left[-\frac{\pi}{2} + 2n\pi, \frac{\pi}{2} + 2n\pi\right]$, 递减区间是 $\left[\frac{\pi}{2} + 2n\pi, \frac{3\pi}{2} + 2n\pi\right]$ 。

4. 周期性 当点 P 每环绕单位圆一周, 其在纵轴上的投影 P_y 也将重复原来的过程, 且在 2π 范围内总可以分成两个单调区间, 所以 $\sin \theta$ 是周期函数, 其周期等于 2π 。

5. 奇偶性 显然, 点 P 和它关于横轴的对称点 P' , 它们相应地在纵轴上的投影 P_y 和 P'_y 也关于横轴对称, 即 $\sin(-\theta) = -\sin \theta$, 所以 $\sin \theta$ 是奇函数。

(二) 反三角函数的主值区间

分别采用半个单位圆, 可表达各个三角函数在其主值区间上的反函数(图 2), 这些图可用以讨论反三角函数。

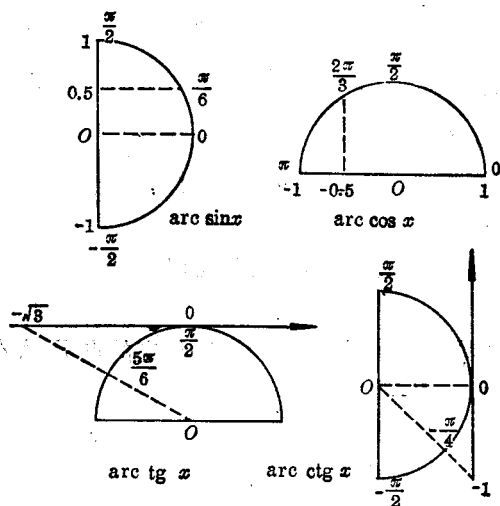


图 2

例如,各个反三角函数的定义域、值域、单调性、奇偶性,从图上可以一目了然。又如,可用以计算反三角函数值。

(三) 确定半角所在的象限

在运用半角公式时,确定一个已知角的半角所在象限,关系到正确选用公式中的正、负号,当然是很重要的,这里,如利用单位圆,可望带来方便。

例如,求解如下一道习题:“已知 α 为第二象限角,且 $\sin \alpha = \frac{24}{25}$, 求 $\sin \frac{\alpha}{2}$ 和 $\cos \frac{\alpha}{2}$ 的值。”这里,不论直接代入半角公式还是其他方法,都得确定 $\frac{\alpha}{2}$ 所在象限。而在单位圆上,由于 α 为第二象限角,易见 $\frac{\alpha}{2}$ 可能是第

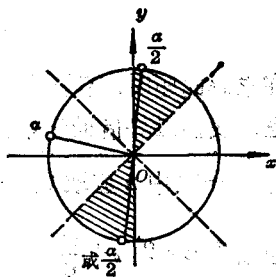


图 3

一象限角,可能是第三象限角,且终边必在图 3 中有阴影的区域内,从而解得

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{4}{5}, \cos \frac{\alpha}{2} = \frac{3}{5}; \text{ 或 } \sin \frac{\alpha}{2} = -\frac{4}{5}, \cos \frac{\alpha}{2} = -\frac{3}{5}.$$

(四) 求解三角方程

在求解三角方程时,利用单位圆,可以帮助确切地表达和选择解,使之既不重复,又排除增根。

例如,求解如下三角方程:

$$\sin 3x = \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right).$$

由于 $3x$ 和 $2x + \frac{\pi}{6}$ 有相同的正弦,可得

$$3x = 2n\pi + 2x + \frac{\pi}{6}$$

或

$$3x = 2n\pi + \pi - \left(2x + \frac{\pi}{6}\right).$$

从前一式解得

$$x_1 = 2n\pi + \frac{\pi}{6}.$$

从后一式解得

$$x_2 = \frac{2n\pi}{5} + \frac{\pi}{6}.$$

在求解此题时，不能认为把通解表成这样两组值便完事了。这里，我们最好借助于单位圆，把这两组解在单位圆上表出（图4，后一式中 n 应取0、1、2、3、4），即可发现 $x = \frac{2n\pi}{5} + \frac{\pi}{6}$ 中已包括了 $x = 2n\pi + \frac{\pi}{6}$ ，从而原方程的解只需表成 $x = \frac{2n\pi}{5} + \frac{\pi}{6}$ 即可。

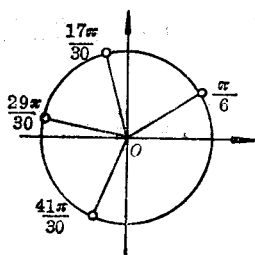


图 4

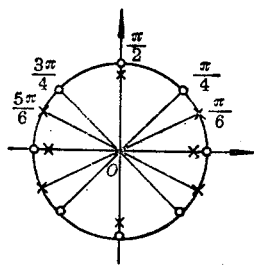


图 5

又如，求解如下三角方程： $\operatorname{tg} 3x + \operatorname{tg} x = 0$ 。经变形可得 $\operatorname{tg} 3x = \operatorname{tg}(-x)$ ，从而解得 $x = \frac{n\pi}{4}$ 。但是，由正切函数的定义域可知 $x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ 和 $3x \neq n\pi + \frac{\pi}{2}$ 。在单位圆上表出这些允

许和不允许的值, 取掉矛盾部分, 即得原方程的解为 $x = n\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (如图 5, 图中用“ $\circ$ ”表示 $x = \frac{n\pi}{4}$, 用“ $\times$ ”表示不允许的值)。

(五) 求解三角不等式

对一些简单的三角不等式, 从单位圆上观察可直接得出其解。

例如, 求解如下道三角不等式: $\sin x > \sin 3x$ 。经变形可得 $\sin 3x - \sin x < 0$, $2 \cos 2x \sin x < 0$ 。由 $\cos 2x > 0$, $\sin x < 0$ 可解得

$$\begin{cases} n\pi - \frac{\pi}{4} < x < n\pi + \frac{\pi}{4}, \\ 2n\pi - \pi < x < 2n\pi. \end{cases}$$

在单位圆上画出这两部分的解, 它们的交集就一目了然了 (图 6), 即 $2n\pi - \frac{\pi}{4} < x < 2n\pi$ 或 $2n\pi + \pi < x < 2n\pi + \frac{5\pi}{4}$ 。

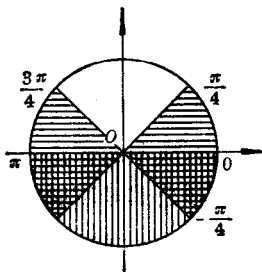


图 6

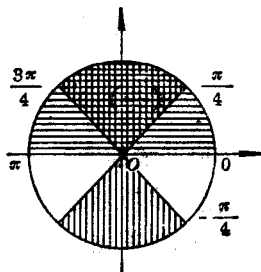


图 7

完全同样地, 由 $\cos 2x < 0$, $\sin x > 0$ 可解得

$$\begin{cases} n\pi + \frac{\pi}{4} < x < n\pi + \frac{3\pi}{4}, \\ 2n\pi < x < 2n\pi + \pi. \end{cases}$$

在单位圆上画出这两部分的解(图 7), 即得它们的交集

$$2n\pi + \frac{\pi}{4} < x < 2n\pi + \frac{3\pi}{4}.$$

运用图 6 和图 7, 就不难写出原三角不等式的解了。

二项展开式的通项

胡祥生 朱己忠 (上海市文建中学)

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b^1 + \cdots + C_n^r a^{n-r} b^r + \cdots + C_n^n b^n$$

(其中 n 是自然数), 这个公式所表示的定理称为二项式定理, 右边的多项式叫做 $(a+b)^n$ 的二项展开式。式中, 第 $r+1$ 项 $C_n^r a^{n-r} b^r$ 叫做二项展开式的通项, 用 T_{r+1} 表示, 即

$$T_{r+1} = C_n^r a^{n-r} b^r.$$

这些, 都是同学们所熟悉的。本文就如何运用二项展开式的通项进行解题作一探讨。

(一) 求展开式中某些特定的项

二项展开式的通项可以表示二项展开式中的任意项, 当 r 及 n 确定后, 该项随之而定。因此, 用通项公式来求展开式中某些特定的项时, 首先必须确定 n 与 r 的值。

例如, 求 $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$ 展开式中的常数项。我们可由 $T_{r+1} = C_{17}^r \left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}\right)^{17-r} (\sqrt[4]{a^3})^r = C_{17}^r a^{\frac{17}{12}r - \frac{34}{3}}$ 为常数项解得 $r=8$, 常数项为 $T_{8+1} = C_{17}^8 = 24310$ 。下面举几个比较复杂的问题。

〔例 1〕在 $(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3})^{100}$ 的展开式中, 含有多少有理数

的项?

略解 第 $r+1$ 项为 $T_{r+1} = C_{100}^r \cdot 2^{\frac{100-r}{2}} \cdot 3^{\frac{r}{4}}$, 这项是有理数的充要条件是 $\frac{r}{4}$ 为非负整数, 且 $\frac{100-r}{2}$ 也是非负整数, 但后一条件已包含在前一条件中, 故只需取 $r=0, 4, 8, \dots, 96, 100$ 即得有理数的项, 即共有 26 个项。

〔例 2〕 求 $(1+2x-3x^2)^6$ 展开式里 x^5 的系数。

分析 把 1 看成 a , $2x-3x^2$ 看成 b , 应用通项公式, 求得 $(1+2x-3x^2)^6$ 的通项 $T_{k+1} = C_6^k (2x-3x^2)^k$, 再次运用通项公式, 可得 $(2x-3x^2)^k$ 的通项

$$T_{r+1} = C_k^r (2x)^{k-r} \cdot (-3x^2)^r = C_k^r (-3)^r \cdot 2^{k-r} \cdot x^{k+r},$$

所以原式的通项为 $C_6^k \cdot C_k^r \cdot (-3)^r \cdot 2^{k-r} \cdot x^{k+r}$ 。欲求 x^5 的系数, 即令 $k+r=5$, 所以 $k=5-r$ 。注意到 $k \leq 6$, $r \leq k$ 且 k 与 r 均为非负整数, 易得 r 为 0, 1, 2 各值, 相应的 k 为 5, 4, 3 各值。所以, 展开式里 x^5 的系数是:

$$\begin{aligned} & C_6^5 \cdot C_5^0 \cdot (-3)^0 \cdot 2^5 + C_6^4 \cdot C_4^1 \cdot (-3)^1 \cdot 2^3 \\ & + C_6^3 \cdot C_3^2 \cdot (-3)^2 \cdot 2^1 = -168. \end{aligned}$$

通过该例的分析, 同学们不难发现求三项展开式中某些特定的项的一般规律。由二项展开式的通项公式求得三项展开式的通项, 这是解题的关键步骤。

〔例 3〕 求证: $(x+x^{-1})^n$ 及 $(x+x^{-1})^{n+1}$ 的展开式中不能同时含有常数项。

分析 这是个否定性命题, 不妨用反证法。假设命题不真, 反设前者展开式中第 $k+1$ 项、后者展开式中第 $r+1$ 项均为常数项。由通项公式可得

$$T_{k+1} = C_n^k x^{n-k} \cdot x^{-k} = C_n^k x^{n-2k},$$

$$T_{r+1} = C_{n+1}^r x^{n+1-r} \cdot x^{-r} = C_{n+1}^r x^{n+1-2r}.$$

因 T_{k+1} 和 T_{r+1} 均为常数项, 故 $k = \frac{n}{2}$ 、 $r = \frac{n+1}{2}$ 。于是 n 、 $n+1$

必须同时为偶数, 这是不可能的。所以命题得证。

作为练习, 请同学们解答下列各题。

练习 1 已知 $\left(\sqrt[3]{2} - \sqrt{\frac{1}{2}}\right)^n$ 展开式中的末项为 $\left(\frac{1}{3\sqrt[3]{9}}\right)^{\log 3^9}$, 求 T_5 。

练习 2 在 $(\sqrt[5]{a} + \sqrt[3]{b})^{200}$ 的展开式中, 不含根式的项有多少?

练习 3 求 $\left(x+1+\frac{2}{x}\right)^6$ 展开式中的常数项。

练习 4 求证: $\left(\frac{\sqrt{x}}{4} + \frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{11}$ 展开式中没有不含 x 的项。

(二) 关于整除性问题

如果用求和记号 Σ 来表示 $(a+b)^n$ 的二项展开式, 那么

$$(a+b)^n = \sum_{r=0}^n C_n^r \cdot a^{n-r} \cdot b^r。$$

特别地, 我们有

$$(1+x)^n = \sum_{r=0}^n C_n^r x^r \text{ 和 } (x-1)^n = \sum_{r=0}^n (-1)^r C_n^r x^{n-r}。$$

这两个公式常用于判断数的整除性的问题。

〔例 4〕 求证: $1982^{1983} + 1984$ 能被 3 整除。

分析 易知 1983 能被 3 整除, 因此, 我们把底数 1982 化为 $(1983-1)$, 然后用二项式定理展开。

证明

$$1982^{1983} + 1984 = (1983-1)^{1983} + 1984$$

$$= \sum_{r=0}^{1983} (-1)^r \cdot C_{1983}^r \cdot 1983^{1983-r} + 1984$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{r=0}^{1982} (-1)^r C_{1983}^r \cdot 1983^{1983-r} + (-1)^{1983} + 1983 + 1 \\
&= 1983 \cdot \left[\sum_{r=0}^{1982} (-1)^r \cdot C_{1983}^r \cdot 1983^{1982-r} + 1 \right] \\
&= 3 \cdot 661 \cdot \left[\sum_{r=0}^{1982} (-1)^r \cdot C_{1983}^r \cdot 1983^{1982-r} + 1 \right],
\end{aligned}$$

上式中，右端方括号中是一个正整数，这就证明了 $1982^{1983} + 1984$ 能被 3 整除。

【例 5】如果今天是星期日，那么 2^{2001} 天以后的那一天是星期几？

分析 求出 2^{2001} 的值再除以 7，余数是几，那一天就是星期几。但是，这个“笨”办法是不可取的。

既然 2001 是 3 的倍数，如把 2^{2001} 化为 $2^{3 \times 667}$ ，即 8^{667} ，再化为 $(1+7)^{667}$ ，…，同学们一定能正确地解得这一天是星期一。

【例 6】设 n 为自然数，则 $(5+\sqrt{18})^n$ 的整数部分是奇数。

证明 设 $(5+\sqrt{18})^n$ 的整数部分和小数部分分别为 E 和 e 。

(1) 因为 $E+e = (5+\sqrt{18})^n = \sum_{r=0}^n C_n^r \cdot 5^{n-r} \cdot (\sqrt{18})^r$ ，且 $(5-\sqrt{18})^n = \sum_{r=0}^n C_n^r \cdot 5^{n-r} \cdot (-\sqrt{18})^r$ ，所以 $E+e+(5-\sqrt{18})^n$ 是一个偶数。

(2) 因为 $0 < e < 1$ 且 $0 < (5-\sqrt{18})^n < 1$ (显然 $0 < 5-\sqrt{18} < 1$)，所以 $0 < e + (5-\sqrt{18})^n < 2$ 。但是，由 (1) 知 $e + (5-\sqrt{18})^n$ 是两个整数之差，所以是一个整数，于是 $e + (5-\sqrt{18})^n = 1$ 。由此及 (1)，知 E 是奇数。

练习 5 求证： $55^{55}-1$ 能被 7 整除。

练习 6 如果今天是星期六， 4^{90} 天后的第一天是星期几？

练习 7 求证： $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^{1984} + (\sqrt{3}-\sqrt{2})^{1984}$ 能被 10 整除。

(三) 证明关于组合数的恒等式

〔例 7〕 求证:

$$(O_n^0)^2 + (O_n^1)^2 + (O_n^2)^2 + \dots + (O_n^n)^2 = \frac{(2n)!}{n!n!} \circ$$

分析 由 $(1+x)^n \cdot (x+1)^n = (1+x)^{2n}$ 得

$$\sum_{r=0}^n O_n^r x^r \cdot \sum_{r=0}^n O_n^r x^{n-r} = (1+x)^{2n}.$$

这个等式左边含 x^n 的项的系数为 $O_n^0 \cdot O_n^0 + O_n^1 \cdot O_n^1 + \cdots + O_n^n \cdot O_n^n$, 即 $(O_n^0)^2 + (O_n^1)^2 + (O_n^2)^2 + \cdots + (O_n^n)^2$, 而右边含 x^n 的项应为第 $n+1$ 项, 它的系数是 $O_{2n}^n = \frac{(2n)!}{n!n!}$ 。比较等式两边含 x^n 的项的系数, 即得证。

练习 8 求证: $C_n^0 C_m^k + C_n^1 C_m^{k-1} + \cdots + C_n^k C_m^0 = C_{n+m}^k$.

[illegible]

(上接第 63 页)

外,还有人认为,时空与许多物理量一样,也是量子化的。就目前的认识和观测水平而言,空间坐标的最小单位是“费米”(10⁻¹³厘米),即相当于核子的有效直径。而光通过这一空间距离所花费的时间为10⁻²⁸秒;这便定作最小时间单位,并称作“时子”。看来,时空不连续的思想与当年普朗克假设能量量子化,提出最小作用量概念的精神是一致的。量子化概念进入时空结构,正说明时空观念的演化与物理理论的发展相互促进,彼此交炽在一起,浑然一体。要继续发展现代物理理论,而离开对时空观念的进一步探索,乃是不可思议的。在这一方面,爱因斯坦毕生富有成效的努力,为后代理论物理学家树立起最好的楷模。

电能可转变为其他形式的能,最常见的是热能。电灯、电熨斗、电烙铁等电热器都是将电能转化成热能的。

电流产生的热跟哪些因素有关呢?初中物理课本有这样一项演示实验:在盛满煤油的瓶中放一根电阻丝,通电后,电阻丝发热,煤油升温,体积膨胀,从插入瓶中的细长玻管中可看到煤油柱上升。于是电流产生的热间接地通过玻管中油柱的高度反映出来。其所以采用煤油,是因为煤油的比热较小,升温快,体膨胀快,在较短时间内就能明显观察到油柱升高,实验效果好。

演示实验分三步进行。开始是在甲、乙两个相同的瓶子里盛满煤油,各放一根电阻丝, $R_{\text{甲}}$ 大于 $R_{\text{乙}}$, 组成串联电路。通电时,流经 $R_{\text{甲}}$ 与 $R_{\text{乙}}$ 的电流强度相同,在相同的通电时间内,观察并比较甲、乙两瓶的玻管中油柱上升的高度,从而定性地研究在电流强度 I 、通电时间 t 不变的条件下,电流放出的热量 Q 与电阻 R 的关系。结论是: R 越大, Q 越多。然后,调节电路中的可变电阻,减小流经 $R_{\text{甲}}$ 与 $R_{\text{乙}}$ 的电流强度,在与前次实验相同的通电时间内,比较两次实验里甲、乙两瓶的玻管中油柱高度的变化,从而定性地研究在电阻 R 、通电时间 t 不变的条件下,电流放出的热量 Q 与电流强度 I 的关系。结论是: I 越大, Q 越多。最后,从两次实验都可以得出:通电时间 t 越长,电流产生的热量 Q 越多。

这个演示实验的装置和步骤是比较复杂的。学生在预习课文时,应认真思考如下一些问题:演示焦耳定律实验的基本原理是什么?实验装置的依据是什么?想一想,在这个实验中怎样使看不见、摸不着的热量直观地反映出来?为什么瓶内盛煤油

而不盛水？为什么 $R_{\text{甲}}$ 与 $R_{\text{乙}}$ 要组成串联电路？在各次实验里，哪些物理量是常量？哪些物理量是变量？怎样来进行观察与比较等等。这样，边看边问边思考，才不致囫圇吞枣，食而不知其味，在寻求问题的答案的过程中就自然地清理出实验设计的思路。实验是探索事物发展规律的基本途径，是深刻理解和全面掌握物理规律的重要环节，必须了解实验的设计思想。

在这个实验过程中，每次实验都是使其他因素不变，研究电流产生的热与另一个因素的关系，然后综合实验结果，概括出焦耳定律。以前在研究决定电阻大小的因素的实验里也采用类似的方法。上述化复杂为简单，逐步过渡和综合，然后概括出物理规律，并用文字或公式表述，这种方法是物理特有的研究方法。

焦耳定律 $Q = I^2 R t$ ，可以从电功的定义式 $W = U I t$ 及欧姆定律 $U = I R$ ，经过数学变换推导得出。同时，又可推得另两个公式： $Q = \frac{U^2}{R} t$ ，或 $Q = I U t$ 。这样，焦耳定律就有三种表达式。为什么初中物理课本只出现 $Q = I^2 R t$ 而没有推导另外两个表达式呢？

公式 $Q = I^2 R t$ 是由实验总结出来的，凡是电流在导体上通过时，不论是对电炉、电熨斗，还是对电动机、导电溶液，都可以用它来计算电流所产生的热量。即 $Q = I^2 R t$ 对任何用电器（或电路）都是普遍适用的。

公式 $Q = I U t$ 和 $Q = \frac{U^2}{R} t$ 是在 $Q = I^2 R t$ 的基础上引用欧姆定律公式导出的。对电炉、电烙铁等将电能全部转化为热能的纯电阻性用电器上是适用的，但对电动机或充电的蓄电池来说，电路中除电源外，还存在与电源电动势相反的反电动势（这个问题到高中再深入学习），这时外加电压 $U \neq I R$ ，就不宜于

用 $Q = IUt$ 或 $Q = \frac{U^2}{R} t$ 来计算电流所产生的热量了。在初中只要求记住, 计算电流产生的热量, 公式 $Q = I^2 R t$ 普遍适用就可以了。

在真空放电管中(例如日光灯管或阴极射线管), 电荷自由地从一个电极运动到另一个电极, 那么, 对电荷所做的功只是增加了电荷的动能。如果电荷是在某种物质中运动, 比如在金属导体内, 自由电子作定向运动过程中, 跟原子、离子或别的自由电子碰撞时, 就把自己的一部分动能传递给原子或离子, 使原子或离子的无规则运动更剧烈, 转化为原子或离子的无规则运动的能量, 从而金属导体的内能增加, 这就是通电导体发热的原因。摩擦生热是由做功而直接产生。电流通过导体或电阻丝发热, 则是由于电子在导体内遭遇原子或离子的阻碍和碰撞所形成的无规则的“热运动”的能量。电流的功与被传递的热量正如机械功与被传递的热量一样可以相互量度, 这就是焦耳定律的内容。

焦耳是十九世纪英国的物理学家, 他年轻时就努力学习化学和物理, 在科学上几乎是靠自学成功的。1840年焦耳多次作过通电导体发热煮水的实验。通过实验发现了后来以他的名字命名的焦耳定律, 并写成《电流析热》的论文, 这时候的焦耳才二十二岁。紧接这一发现, 焦耳又进行了各种实验, 探讨各种运动形式之间的能量转化关系, 在前后工作四十年时间里, 用各种方法进行了四百多次实验。他于1849年和1878年用摩擦使水生热的方法测得的热功当量的结果是相同的, 即为423.9千克力/千卡, 它比现在的公认值约小0.7%。从当时的条件看, 其精确性不能不使人惊奇。

电 容 器 的 连 接

谭清莲 (湖北省教育学院)

黄志英 (武汉市第三十九中学)

电容器的连接通常采取串联、并联和以此为基础组成的混合连接。

当几个电容器 C_1 、 C_2 、 C_3 串联时(图1), 各个电容器的电量相等:

$$Q = Q_1 = Q_2 = Q_3,$$

串联后的总电压:

$$U = U_1 + U_2 + U_3,$$

串联后的总电容:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3},$$

且

$$U_1:U_2:U_3 = \frac{1}{C_1}:\frac{1}{C_2}:\frac{1}{C_3}。$$

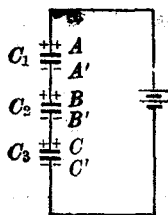


图 1

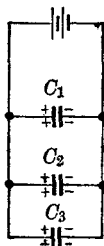


图 2

几个电容器串联后, 总电容减小了, 但耐压值提高了。并且可以看出, 用一根导线连接的两个电容器的两极板上(图1中 A' 和

B 及 B' 和 C) 的净电荷为零, 这一点可以用来判断电容器是否串联。

当几个电容器 C_1, C_2, C_3 并联时 (图 2), 各个电容器的电压 U 是相等的:

$$U = U_1 = U_2 = U_3,$$

并联后的总电量:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

并联后的总电容:

$$C = C_1 + C_2 + C_3,$$

且

$$Q_1 : Q_2 : Q_3 = C_1 : C_2 : C_3.$$

几个电容器并联后总电容增大, 但耐压值没有提高。并且可以看出, 用一根导线连接的电容器的极板上带有同种电荷, 这一点可以用来判断电容器是否并联。

改变电容器的连接形式和电容的大小, 可以改变两点间的总电容和使某一电容器获得所需的电压(或电量)。

一、改变两点间的总电容

1. 并联电容器的个数越多, 总电容越大

图 3 中, 单刀双掷开关 K 断开时, A, B 间的总电容 $C = C_3$, K 掷向 1 点时 $C = C_3 + C_4$, K 掷向 2 点时 $C = C_1 + C_2 + C_3$ 。

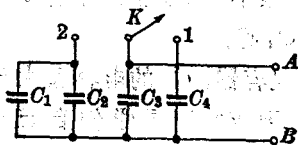


图 3

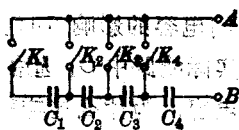


图 4