

电子相关器

华东师范大学

301 教 研 室

I 引 言

本文介绍了一台自制的电子相关器,仪器的工作体制是取样模拟式^[1],电路全部自行设计并采用国产电子管和各种元件材料。仪器经开启后即能自动地进行测量并记录相关函数曲线于记录纸上,使用方便省事。文中还对统计误差作了符合实际情况的分析,最后给出了实验测量结果。

II 仪器的工作原理

本仪器的工作原理是根据了以下的数学表式进行的,即

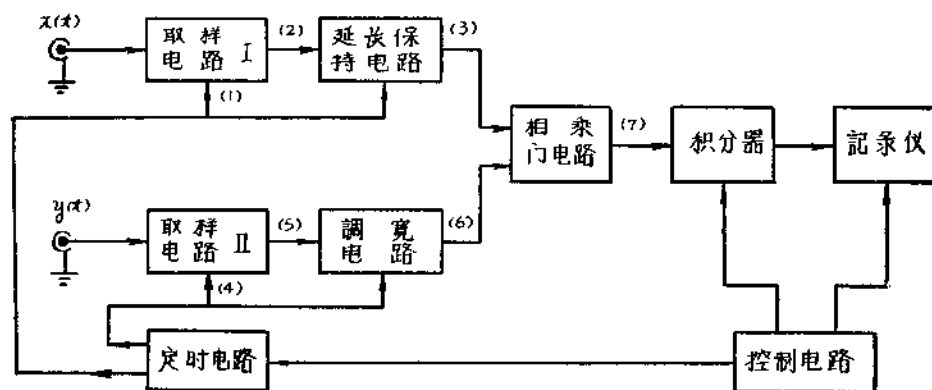
$$B_N(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i b_i \quad (1)$$

式中 $B_N(\tau)$ 是相关函数 $B_{xy}(\tau)$ 的近似值,它是一个与 N 有关的随机变量。而 a_i 和 b_i 则分别为随机信号 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的样点值。当样点数 N 为无限大时,则有以下关系式成立:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} B_N(\tau) = B_{xy}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} xy p(x, y) dx dy \quad (2)$$

因此只要取足够大的 N 值,就可使 $B_N(\tau)$ 的统计误差降低到规定的百分数内。

图 1 所示的是本仪器的主要方块结构图,它能按照(1)式进行运算。图 2 是图 1 中各方块的输入输出波形。当定时器在时刻 t_1 送一个脉冲①至取样电路 I 时,触发了其中的取样脉冲发生器产生一个狭脉冲以开启取样门,从而在取样电路的输出端获得一个幅度与 t_1 时刻的 $x(t)$ 值 a_i 成正比的尖形脉冲②,这个脉冲经延长保持电路变换为宽平顶



图

脉冲③，以后称它为调幅脉冲，因为它的幅度代表 $x(t)$ 在 t_1 时刻之值。

另一路在经 τ 秒以后的 t_2 时刻由定时电路输出脉冲④，这脉冲触发并开启取样电路

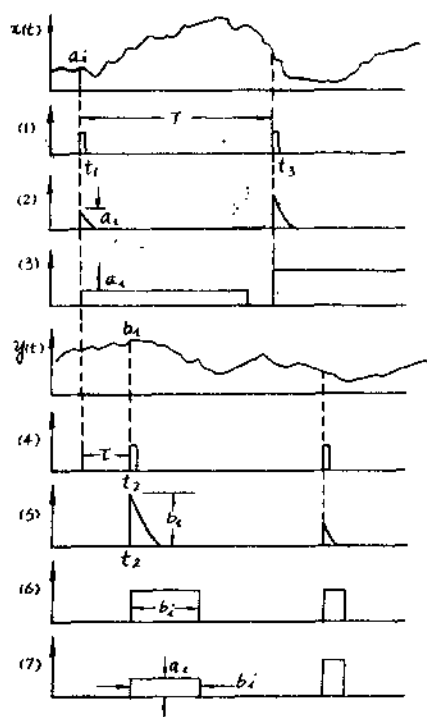


图 2

II，使它输出一个与 t_2 时刻的 $y(t)$ 值 b_1 成正比的尖形脉冲⑤，此脉冲再经调宽电路变换为幅度恒定而宽度正比于脉冲⑤的幅度的矩形脉冲⑥，这个脉冲以后常称调宽脉冲，因它的宽度代表了 $y(t)$ 在 t_2 时刻之值。

脉冲⑥和前述的脉冲③送入相乘门电路，经相乘后输出脉冲⑦，这个脉冲的面积正是乘积 $a_1 b_1$ 。上述的过程重复进行 N 次，便有 N 个面积不等的矩形脉冲⑦由相乘门电路输出而送出至积分器进行面积求和，从而由积分器输出一个正比于 $\sum_{i=1}^N a_i b_i$ 的电压，记录仪便将这个电压描在座标纸上，这个值与 (1) 式所示的 $B_x(\tau)$ 仅差一个常数 N 。当相乘门电路输出 N 个脉冲后即由控制电路切断积分器的输入电路，并使定时电路中的步进继电器跃进一级，使脉冲①和脉冲④间的时间间隔由 τ 变大为 $\tau + \Delta\tau$ ，并准备计算相关函数曲线上对应于 $\tau + \Delta\tau$ 的一点。另一方面记录仪记录好一点后，控制电路便使积分器和记录仪均恢复到初始状态，而后整个系统开始新的计算。这种计算重复 50 次到 100 次，就可在记录仪座标纸

上获得一条由 50 至 100 个脉冲顶点构成的相关函数曲线。

上述过程经按启动按钮后即能自动地循序进行，直至给出一条完整的相关曲线。但也能手动地利用电压表读数逐点进行。

III 各方块电路的说明⁽²⁾⁽³⁾

(1) 取样电路

详细方块结构如图 3 所示，由定时电路来的脉冲触发取样脉冲发生器，使它产生底宽约 0.08 微秒，幅度约 150 伏的矩形取样脉冲去开启取样门。取样门用 6J2 (6K2Π) 构成，电路如图 4 所示，取样脉冲系输至 6J2 的抑制栅极上。整个取样电路的线性动态范围为 0~2 伏，频率响应范围约为 50~1 兆赫间。

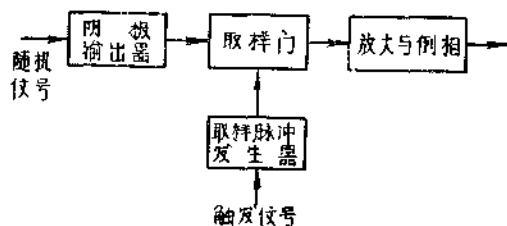


图 3

(2) 延长保持电路

详细的方块结构如图 5 所示，平常放电开关是闭合的，因而电容两端电压很小。当取样电路的输出脉冲到达怀特阴极

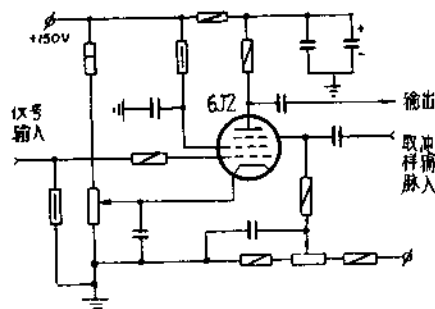


图 4

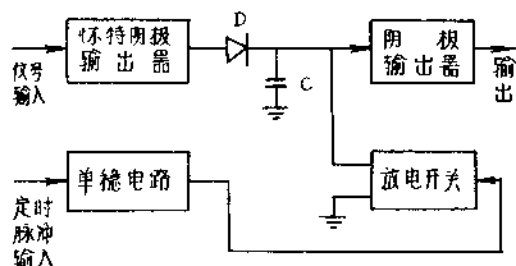


图 5

输出器的输入端时，定时脉冲也同时到达单稳电路，使它输出负方波以开启放电开关。此后电容 C 便开始被充电，由于怀特阴极输出器的输出内阻极小，故电容 C 很快就充满到和脉冲峰值相等的电压。这个电压一直保持到单稳态的负方波消失为止。在平顶降落小于 3% 的情况下，最大的保持时间为 1000 微秒。为了减小输出负载和放电开关对电容 C 上的保持电压的影响，所以输出端使用阴极输出器，并且放电开关管采用五极管。为了配合不同的取样频率，保持时间可以和定时电路同步地改变。在此取 $400\mu A$, $800\mu A$ 和 $1200\mu A$ 三种保持时间。

(3) 调宽电路

图 6 所示为调宽电路的原理图，其中延长电路是一只普通阴极输出器，将输入的窄脉冲略为加宽一些，起调宽作用的电路是一只幻象电路，从它输出的脉冲是正极性调宽脉冲。调宽的线性范围很大，可从几个微秒到几百微秒，但我们实际用到的范围约为 10 微秒

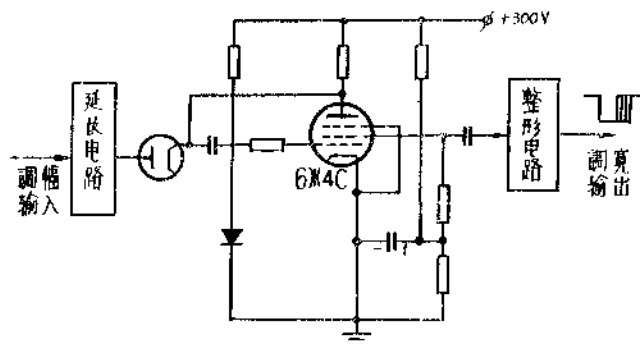


图 6

到 90 微秒，平均宽度为 50 微秒。输出的调宽脉冲幅度约 80 伏。整形电路主要的作用是改善调宽脉冲的前后沿，并将正极性调宽脉冲变为负极性脉冲以适应相乘门电路的需要。

(4) 相乘电路

图 7 所示为相乘门电路的结构，采用了一只双三极管，调宽脉冲和调幅脉冲分别输入至第一栅极和第二栅极，相乘后的调幅调宽脉冲则由第二板极输出。第二管的栅偏压可用电位器调节以使调幅脉冲到达某一定电平时第二管才开始导电，这个电平应接近图 8a 中直线 ab ，但不能超过。设调幅脉冲的平均幅度为 x_0 ，幅度的增量为 $\pm \Delta x_0$ 。而调宽脉冲的平均宽度设为 y_0 ，宽度的增量为 $\pm \Delta y_0$ 。下面可

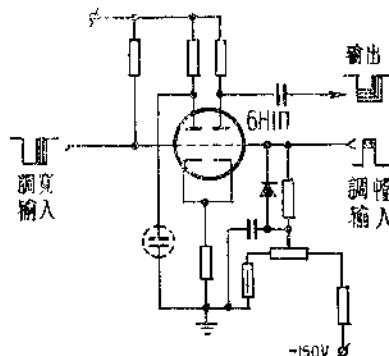


图 7

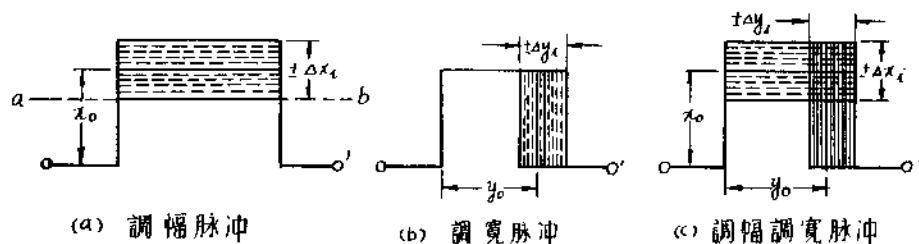


图 8

以证明，只有乘积 $\Delta x_i \Delta y_i$ 才是我们所要求和的统计量，因此压缩恒定的平均量 x_0 和 y_0 ，使分别大于等于 Δx_i 和 Δy_i 的界限值，则可以充分的节省积分器的容量。上述结论证明如下。因：

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^N x_i y_i &= \sum_{i=1}^N (x_0 + \Delta x_i) (y_0 + \Delta y_i) = \sum_{i=1}^N (x_0 y_0 + y_0 \Delta x_i + x_0 \Delta y_i + \Delta x_i \Delta y_i) \\ &= N A_0 + \sum_{i=1}^N (y_0 \Delta x_i + x_0 \Delta y_i + \Delta x_i \Delta y_i) \end{aligned} \quad (3)$$

因为：
$$\Delta x(t) = x(t) - M[x(t)] = x(t) - x_0$$

所以：
$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta x_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \Delta x(t) dt = M[\Delta x(t)] = 0$$

同理：
$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta y_i = 0$$

这样对 (3) 式求当 $N \rightarrow \infty$ 时的极限量，即得：

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i y_i &= A_0 + \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left[y_0 \sum_{i=1}^N \Delta x_i + x_0 \sum_{i=1}^N \Delta y_i + \sum_{i=1}^N \Delta x_i \Delta y_i \right] \\ &= A_0 + \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \Delta x_i \Delta y_i \end{aligned} \quad (4)$$

在实际情况下， $N > 10^3$ ，上式近似地能成立。

(5) 积分器

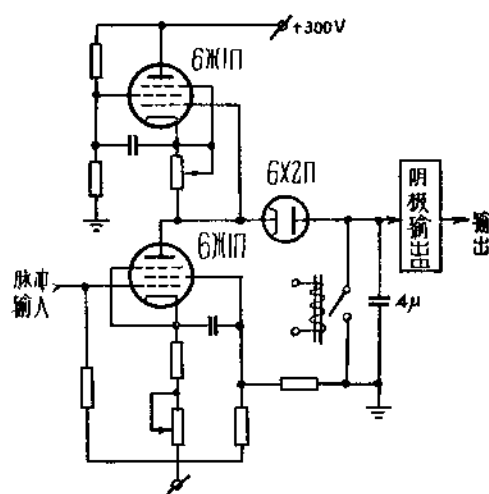


图 9

线路如图 9 所示，它是利用五极管作恒流充电，积分电容取 4 微法，并联有一只短路开关，受控制电路的控制。当电容器端的积分电压不超过 100 伏时，经测试证明积分器的线性度比较好，最大偏差约 2%。如电容量取得大些，线性度还可改善。积分器对输入脉冲重复频率的响应可高达 10 千赫。此外也曾采用过密勒型积分电路，效果相同，但由于电路较复杂些，故未用在本仪器中。

(6) 定时电路

图 10 所示为定时电路的详细方块结构，共用了 12 只电子管，能产生频率为

500, 1000 和 2000 赫的周期取样脉冲和它的延迟脉冲, 延迟时间分 5, 50, 100, 250, 500, 1000 微秒等六种, 每种均分 50 点步进地增大。主脉冲发生器是一个工作稳定的阻塞振荡器。脉冲序列发生器可以说是一只触发式的阻塞振荡器, 不过振荡周期是由延迟线长度控制, 它的线路如图 11 所示, 电路一经正触发即能连续振荡不止。如欲中止振荡, 必

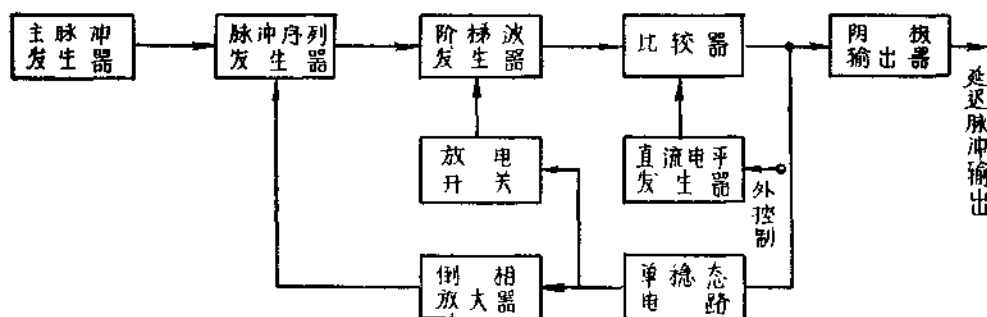


图 10

须输入负抑制脉冲。控制振荡周期的延迟线是采用了一种螺旋形电缆, 它的延迟量约为 0.9 微秒/米, 特性阻抗约 400 欧。共用了五段长度递增的延迟电缆, 分别产生 1, 2, 5, 10, 20 微秒的振荡周期。至于总延迟时间为 5 微秒的一档, 则由 50 只 0.1 微秒的仿真线直接构成。阶梯波发生器和比较器电路如图 12 所示。阶梯波的阶数为 50 阶, 每阶 3 伏。输入脉冲序列通过二极管 6X21 对电容器 C 充电, 因而 C 上电压阶梯地上升, 当上升值和直流电平值等于某一定值时, 使阻塞振荡器的电子管 (6H31) 板压降到 450 伏, 这时二极管导通, 变压器线圈中有电流, 因而阻塞振荡器振荡一周, 并送出一个延迟脉冲。直流电平发生器是由直流稳压器与电阻分压器构成, 其中用步进继电器变更分压比, 继电器的跃进受控制电路送来的信号的控制。

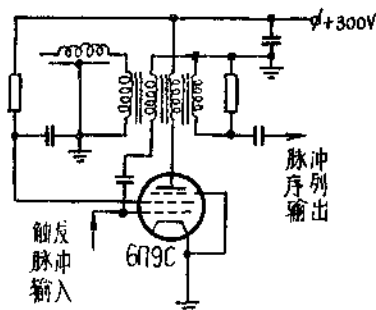


图 11

上述比较电路受脉冲串振幅的变更影响较大, 工作有时不稳定, 而脉冲串的振幅值是会随电压的变化

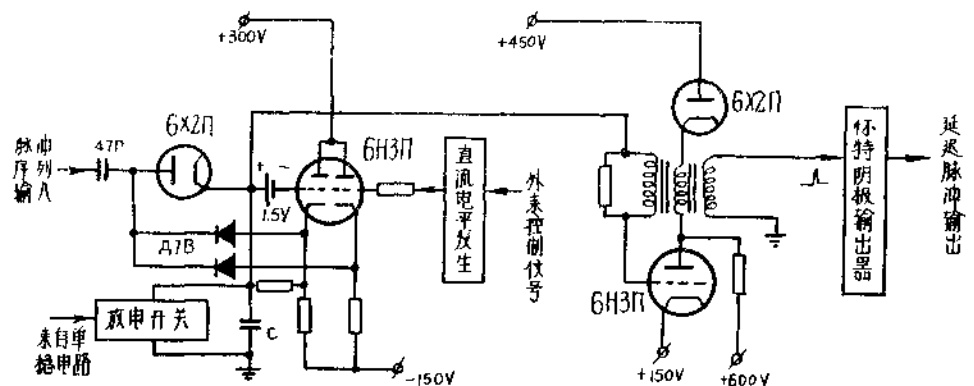


图 12

和延迟时间的变化而改变的。现正改用选通门电路来选出延迟脉冲。

(7) 控制电路

采用小型闸流管和电容充放电电路, 控制信号的周期分 1, 2, 4, 8 秒等几档。

IV 仪器的统计误差分析⁽⁴⁾⁽⁵⁾

仪器所测得的相关函数的统计误差与取样脉冲的波形, 样点数 N 和被测随机信号的统计参量均有关系。当取样脉冲极狭时, 可用 δ -函数表示取样脉冲函数, 取样属于点取样情况, 这时统计误差可由下式表示:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{B_z(0) - B_z(\infty)}{N} + \frac{2}{N} \sum_{m=1}^{N-1} \left(1 - \frac{m}{N}\right) [B_z(mT) - B_z(\infty)] \quad (5)$$

式中 B_z 是 $Z(t) = x(t)x(t+\tau)$ 的相关函数, T 为取样周期。如设随机信号 $x(t)$ 为正态分布且其相关函数具有指数型, 即

$$B_x(\tau) = ae^{-\alpha|\tau|} \quad (6)$$

则在 $\tau=0$ 时的统计误差可由(5)式算出为:

$$\sigma^2(0) = \frac{2a^2}{N} + \frac{4a^{2N-1}}{N} \sum_{m=1}^{N-1} \left(1 - \frac{m}{N}\right) e^{-2\alpha mT} = \frac{2a^2}{N} \left(1 + \frac{2}{e^{2\alpha T} - 1}\right) \quad (7)$$

但在实际情况中取样脉冲函数不会是 δ -函数, 它总具有一定的宽度和波形。设以 $A_1(t)$ 表示面积为一的取样脉冲函数, 根据进一步的分析可求出统计误差的表示式如下:

$$\begin{aligned} \sigma^2(0) = & \frac{1}{N} \left\{ 3 \left[\int_{-\infty}^{\infty} B_x(\theta) B_{A_1}(\theta) d\theta \right]^2 + B_x(0) [B_x(0) - 2 \int_{-\infty}^{\infty} B_x(\theta) B_{A_1}(\theta) d\theta] \right\} + \\ & + \frac{2}{N} \sum_{m=1}^{N-1} \left(1 - \frac{m}{N}\right) \left\{ \left[\int_{-\infty}^{\infty} B_x(\theta) B_{A_1}(\theta) d\theta \right]^2 + 2 \left[\int_{-\infty}^{\infty} B_x(\theta) B_{A_1}(\theta - mT) d\theta \right]^2 + \right. \\ & \left. + B_x(0) [B_x(0) - 2 \int_{-\infty}^{\infty} B_x(\theta) B_{A_1}(\theta) d\theta] \right\} \quad (8) \end{aligned}$$

式中 $B_{A_1}(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} A_1(t) A_1(t+\theta) dt$, 而 $B_x(\theta)$ 为 $x(t)$ 的自相关函数, 即 $B_x(\theta) = ae^{-\alpha|\theta|}$ 。如设 $A_1(t)$ 为宽度等于 t_0 , 振幅等于 $\frac{1}{t_0}$ 的矩形脉冲。将这些关系代入上式便得:

$$\begin{aligned} \sigma^2(0) = & \frac{a^2}{N} \left\{ 3 \left(1 - 2 \frac{\alpha t_0}{3!} + 2 \frac{\alpha^2 t_0^2}{4!} - \dots \right)^2 - \left(1 - 4 \frac{\alpha t_0}{3!} + 4 \frac{\alpha^2 t_0^2}{4!} - \dots \right) + \right. \\ & + \frac{2a^2}{N} \sum_{m=1}^{N-1} \left(1 - \frac{m}{N}\right) \left\{ \left(1 - 2 \frac{\alpha t_0}{3!} + 2 \frac{\alpha^2 t_0^2}{4!} - \dots \right)^2 - \left(1 - 4 \frac{\alpha t_0}{3!} + 4 \frac{\alpha^2 t_0^2}{4!} - \dots \right) + \right. \\ & \left. \left. + 2 \left(1 + 2 \frac{\alpha^2 t_0^2}{4!} + \dots \right) e^{-2\alpha mT} \right\} \right\} \end{aligned}$$

上式当 $\alpha t_0 \rightarrow 0$ 时, 则变为(7)式。对本仪器来说, 取样脉宽 $t_0 \leq 0.1$ 微秒, 最短的取样周期 $T \geq 500$ 微秒。如设仪器所能测的随机信号的等效频宽不超过 1 兆赫, 则 $\alpha \leq 2 \times 10^6$, 这样便有 $\alpha t_0 \leq 2 \times 10^6 \times 10^{-7} = 0.2 \ll 1$ 。因而将上式取 αt_0 的一次近似表式即可, 故得:

$$\begin{aligned}\sigma^2(0) &= \frac{a^2}{N} \left(2 - 8 \frac{\alpha t_0}{3!} \right) + \frac{4a^2 \sum_{m=1}^{N-1} \left(1 - \frac{m}{N} \right) e^{-2\alpha m T}}{N} \\ &= \frac{a^2}{N} \left(2 - \frac{4}{3} \alpha t_0 \right) + \frac{4a^2}{N} \frac{1}{e^{2\alpha T} - 1}\end{aligned}\quad (9)$$

将 $\alpha t_0 \leq 0.2$, $\alpha \leq 2 \times 10^6$ 及 $T \geq 500 \times 10^{-6}$ 代入 (7) 和 (9) 两式, 便求得取样脉冲分别为 δ -函数和矩形函数 $A_1(t)$ 时的统计误差与取样数 N 的关系式:

$$\sigma_{A_1}^2(0) \doteq \frac{1.8a^2}{N} \quad \text{及} \quad \sigma_B^2(0) \doteq \frac{2a^2}{N}$$

可见, 如选取样数 $N=1000$, 则统计误差不超过 $B_B^2(0)=a^2$ 的千分之二。如所能测量的信号等效频宽不小于 500 赫, 则有 $\alpha \geq 1000$, 因此 $\alpha t_0 = 10^{-4} \ll 1$, $2\alpha T = 1$ 。因而有:

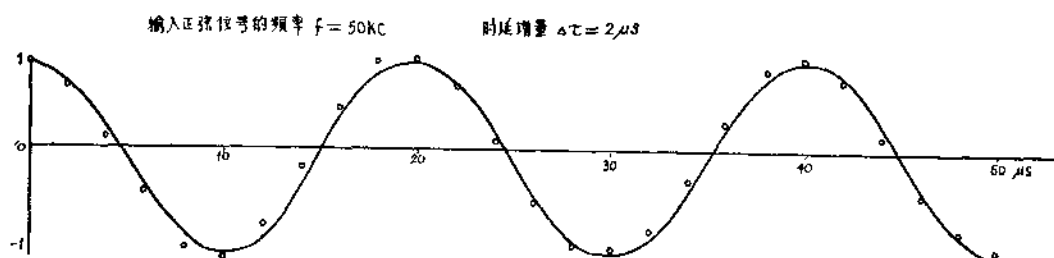
$$\sigma_{A_1}^2(0) \doteq \sigma_B^2(0) \doteq \frac{4.85a^2}{N}$$

如仍取 $N=10^3$, 则统计误差不会超过 0.5%。

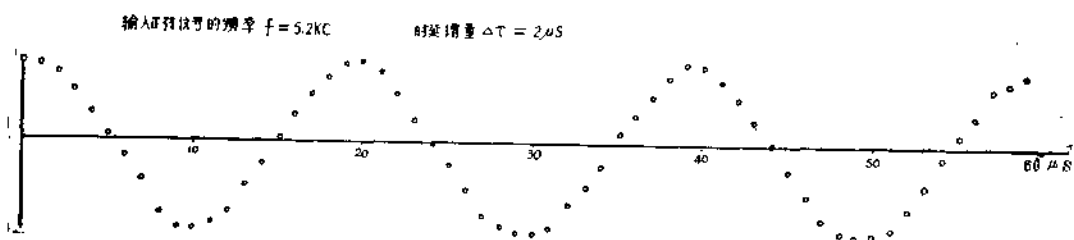
可以证明, 对于 (6) 式所示指数函数一类的相关函数, $\tau=0$ 时的 $\sigma^2(0)$ 总是大于 $\tau \neq 0$ 时的 $\sigma^2(\tau)$ 。

V 测量结果

应用本仪器进行了以下的各种测量, 即 (1) 正弦信号的相关函数测量, 如图 13a, b 所示的曲线。(2) 矩形脉冲的相关函数测量, 如图 14 所示的曲线。(3) 白噪声通过低通滤波器输出的相关函数测量, 如图 15 中的曲线所示。(4) 噪声通过狭带滤波器输出的相关函数测量, 如图 16 所示。所有这些曲线图中, 有“0”者为实测值, 实线为理论曲线, 可以看出实验测量结果和理论符合得尚好。上述测量结果均是根据自动记录仪所记录的



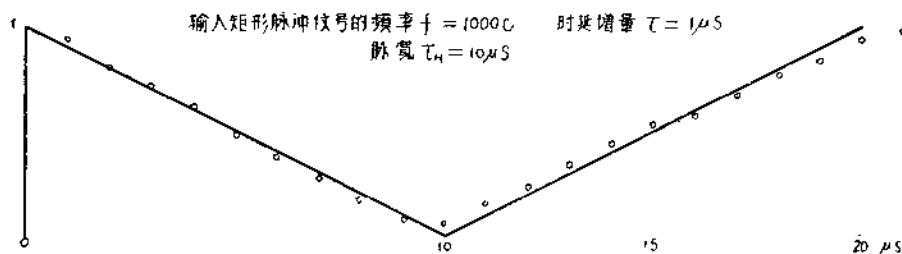
(图 13a)



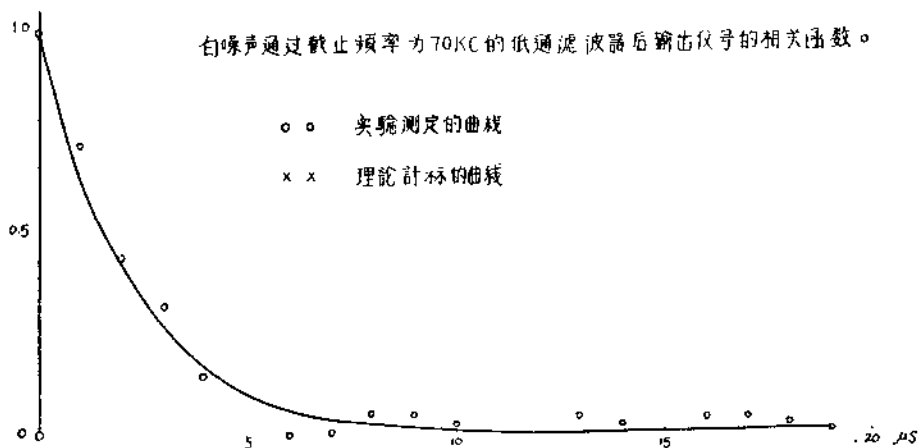
(图 13b)

曲线点子重描在方格坐标纸上，故误差较大，一般在 5% 以内。如用精密电压表直接读出，精度则较高。

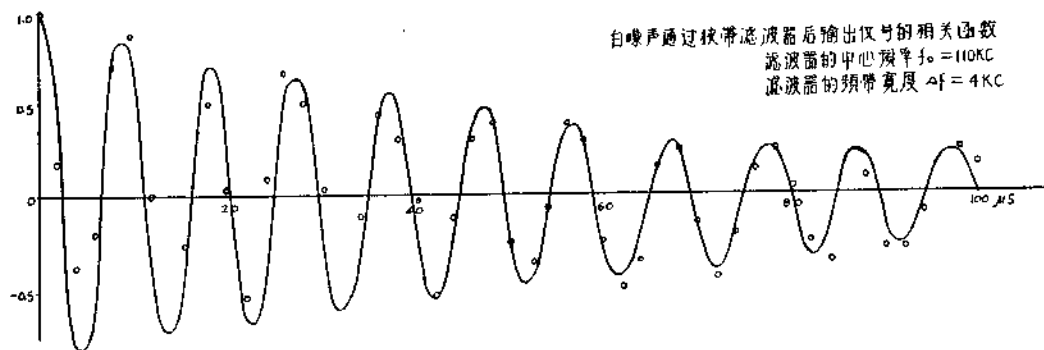
参加本仪器研制工作的有包新福，陈贤尧，黄全勤，万嘉若，吕传兴，王凯等同志及部分毕业班同学，也曾得到概率论教研室同志们的帮助。本文由万嘉若同志执笔。



(图 14)



(图 15)



(图 16)

VI 参 考 文 献

- [1] Lee, Y. W. "Statistical Theory of communication" chapter 10. 1960 及 "Application of correlation analysis to the detection of periodic signal in noise" 《PIRE》 vol. 38. (1950) № 10. p.p. 1165—1171.
- [2] Singleton H. E. "A digital electronic correlator" 《PIRE》 vol. 38 (1950) № 2 p.p. 1422—1427.
- [3] 密尔曼了, 塔伯 II. 著 "脉冲与数字电路" 科学出版社 1963.
- [4] 万嘉若 "相关技术中的离散取样误差理论" 华东师范大学 301 教研室科研报告 1965 年.
- [5] Davenport, W. B. Jr., Root W. L. "An introduction to the theory of random signal and noise" Chapter 5, 1958.