高速計算法

媲美電腦的高速計算法

原　著：德勒哈登堡

編　譯：黃　碧　玉

實　用

易　學

易　懂

5132437201 × 452736502785 = ?

學會本法在70秒鐘内即可算出

算案 = 2323641669144374104785

七國譯本・英文版暢銷七版

香港文海出版社印行

高速計算法

—1981年最新版—

原　著：德勒哈登堡
編　譯：黃碧辰
出　版：香港文海出版社
北角天宮台一八〇號
發　行：香港利達出版社
九龍彌敦道546號五樓B座
印　刷：興亞印刷公司
香港謝斐道九六四號
香港各大書局經售

版權所有・翻印必究

H. K. $ 8.00
Publised & Printed in
Hong Kong

前　言

“452736502785×5132437201”這個算式，你要多少時間，才能把它算出來呢？有一個八歲的小男孩，當你還在計算的時候，他已經用閃電式的算法，在七十秒鐘之內，算出正確的得數“2323641669144374104785”。你相信嗎？或許你會有所懷疑？但這是事實。這是在一所教授“德勒哈登堡體系”的數學補習班裏所發現的事實。

什麼是德勒哈登堡體系，對你有什麼幫助？

德勒哈登堡體系在程序上，與我們熟習的傳統方法根本不同。沒有乘法表，沒有除法。學這個體系，只要能數就行了。

這個體系的重要好處是容易得多，迅速得多，精確得多。教育家們已經發現，德勒哈登堡體系縮短了百分之二十的數學計算時間。

一切有關計算的運算，不管由人或機器，都容易有誤差。然而已經發現，擁有九與十一餘數驗算的理論獨特的德勒哈登堡體系，提供百分之九十九的精確保證——這是一種少有的紀錄。

在瑞士，人們談到數學補習班時，他們稱做「天才學校」

最近在日內瓦舉行的一次令人難忘的試驗中，德勒哈登堡體系的學生，被選與電腦相鬬。整整一小時，主考官喊出問題；錯綜的除法，龐大的加法，複雜的平方與平方根，巨大的乘法。

當電腦開始卡搭卡搭地求答案時，十幾歲的學生們，不需任何中間步驟，迅速地寫下答數。

學生們打敗了電腦！

證明與電腦一般正確，而且比電腦更快的學生們，不是一些天才。是這個簡捷的體系給他們的速度。

由普林斯頓大學教育試驗所指導，費時一年的調查，顯示出來在學校中，最不容易教好的一門課程便是算術。

在日內瓦、醫學院的學生，土木工程學系的學生，與理工學院的學生們，發覺簡易體系的德勒哈登堡法，能幫助他們通過必修科目的嚴格考試。

但是算術的知識，不只在特別的職業中，是必要的。今天，在日常生活中，數學的角色越來越生動。

天天遇到需要用數學的情況：記 賬交易，查核每月的賬單，銀行支票，股票市場行情表，橋牌 彈子的分數，折扣利息，熱量的計算，外幣兌換，等等。

一旦學會了德勒哈登堡體系，可以把你日常工作中算術的苦役免除。

以有商業聰明而聞名的瑞士人，懂得了德勒哈登堡體系的光彩與確實性以後，今天正應用在他們的銀行界，最大的商業公司中，與他們的稅務部門。數學專家們相信，在今後二十年內，德勒哈登堡體系，如速記對商業的影響那樣久遠一樣，將影響到教育與科學。

編　者

1969年10月

目　錄

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

第一章

用表還是不用表

基本乘法

德勒哈登堡體系的目的在前言中已經討論過。現在，讓我們看看方法本身。本書程序的第一項是一種做基本乘法的新方法：不用任何記熟的乘法表，我們便可以乘。這話聽起來不可能嗎？不但可能，而且簡單。

然而，得解釋一下：我們沒有說不准用乘法表。大多數的人把乘法表背得非常熟；事實上，除了很少幾個可疑的地方外，背得很澈底。大數目，像八乘七，或者六乘九，在運算的時候，比較容易錯，不過像四乘五這種較小的數目，就比較沒有問題。我們現在要做的是把這種乘法表的正確性鞏固。在本章的後段，還要回到這一點。現在，我們希望不用乘法表做些乘法。

讓我們看看某數乘以十一的情況。為解釋方便起見，我們首先把方法寫成規則的形態：

乘十一

1. **被乘數的最後一位數字，寫下來當做答案的右端數。**
2. **由右端個位起順次向左的各數，加上它右邊的鄰數。**
3. **被乘數的左端第一位數變成答案的左端數。這是最後一步。**

在德勒哈登堡體系中，恰如現在所用的一樣，從右至左，

一次一位數，寫下答案。舉一個簡易的例題 633 乘以11：

$$\underline{6\ 3\ 3}\times 1\ 1$$

答案寫
在這兒

答案出現在 633 的下面，照規則，從右至左，一次一位數，從現在起，這就是準備計算的式子。例中被乘數上方的星標，迅速地表示出計算中每一步所用的數。讓我們應用規則：

規則一

把 633 最後的一位數寫下來當做答案的右端數：

$$\begin{array}{r} \text{※}\ \\ \underline{6\ 3\ 3}\times 1\ 1 \\ 3\ \ \ \ \ \ \ \ \ \end{array}$$

規則二

每位順次向左的各數加上它右邊的隣數：3 加 3 等於 6：

$$\begin{array}{r} \text{※※}\ \\ \underline{6\ 3\ 3}\times 1\ 1 \\ 6\ 3\ \ \ \ \ \ \ \ \ \end{array}$$

再應用這條規則，6 加 3 等於 9：

$$\begin{array}{r} \text{※※}\ \ \ \ \ \\ \underline{6\ 3\ 3}\times 1\ 1 \\ 9\ 6\ 3\ \ \ \ \ \ \ \ \ \end{array}$$

規則三

633 的左端第一位數，6，變成答案的左端數：

$$\begin{array}{r} \text{※}\ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \\ \underline{\ \ 6\ 3\ 3}\times 1\ 1 \\ 6\ 9\ 6\ 3\ \ \ \ \ \ \ \ \ \end{array}$$

答案是 6,963 。

比較大的數目，用同樣的方法處理。第二條規則，「由右端個位起順次向左的各數，加上它右邊的隣數」在上面的例子中，用了兩次；在比較大的數目中，就要用較多次 。以 721,324乘以11來說：

$$\underline{7\ 2\ 1\ 3\ 2\ 4}\times 1\ 1$$

規則一

721,324 的最後一位數寫下來當做答案的右端數：

```
          ※
7 2 1 3 2 4 × 1 1
          4
```

規則二

721,324 的每位順次向左的各數加上它右邊的鄰數：

```
        ※※
7 2 1 3 2 4 × 1 1
        6 4    2加4等於6

      ※※
7 2 1 3 2 4 × 1 1
      5 6 4    3加2等於5

    ※※
7 2 1 3 2 4 × 1 1
    4 5 6 4    1加3等於4

  ※※
7 2 1 3 2 4 × 1 1
  3 4 5 6 4    2加1等於3

※※
7 2 1 3 2 4 × 1 1
9 3 4 5 6 4    7加2等於9
```

規則三

721,324 的左端第一位數變成答案的左端數：

```
  ※
  7 2 1 3 2 4 × 1·1
7 9 3 4 5 6 4
```

答案是7,934,564。

如你所看到的，這個大數目的每一位都用兩次。一次用做「本數」，接着，下一步，用做「鄰數」。在上一個例子中，（被乘數中的）1這位數，在求答案的4時，是「本數」，不

過在下一步幫助組成答案3的時候，却是「鄰數」：

※※
7 2 1 3 2 4 × 1 1
4

※※
7 2 1 3 2 4 × 1 1
3

如果以簡化的方法，可以只用一條規則來代替三條規則，就是「加鄰數」的那一條。必須首先在假定的數目前填上一個零，或者，最低限度要想像有一個零在那兒，然後，應用規則二的觀念：

※
0 6 3 3 × 1 1
3——沒有鄰數，所以不加

0 6 3 3 × 1 1
9 6 3——做法如前

※※
0 6 3 3 × 1 1
6 9 6 3——零加6等於6

這個例題，顯示出來，爲什麼我們需要在被乘數前面加上零。這提醒我們不要做得太快。前面沒有零，我們也許忽略寫下最後的6，那時也許以爲答案只是９６３。就比正確的答案少了一位數，前面的零提醒我們注意這個問題。

自己試一題看：441,362 乘以 11。依適當的式子寫成：

0 4 4 1 3 6 2 × 1 1

如果你以2開始，就是正確開始的地方，由右至左，每次加上鄰數，那末你一定也得到正確的答案：4,854,982。

有的時候，本數加上鄰數後得兩位數，像5加8等於13。在這種情形中，像你習慣做的那樣寫下3「進位」1。不過，

在德勒哈登堡算法中，永遠不必進位大數目。如果要進位的話，只有 1 ，或者在以後的情況中，也許進位 2 。

點一點來代表進位 1 ，或者兩個點來代表稀有的 2 ，就足够啦：

0 1 7 5 4 × 1 1

1 9·2 9 4 —— ·2 等於12，由 7 加 5 而來。

自己試試這題看：715,624 乘以11。寫成：

0 7 1 5 6 2 4 × 1 1

在這個大數目 5 的下面有一個 1 要進位。

這個練習題的正確答案是7,871,864。

以九開頭，而跟着一個大數字，譬如說 98,834中的 8 ，這種非常特殊的情況中，到最後一步，可能得到10。例：

9 8 8 3 4 × 1 1

1 0·8·7·1 7 4

某數乘以十二

某數乘以12，這樣做：

由右端個位起順次向左的各數加倍後加上它的隣數

現在除了在加上它的「隣數」前，使「本數」加倍外，與乘以11相同。如希望 413 乘以12，算起來像這樣：

第 一 步

※

0 4 1 3 × 1 2

6　把右端數加倍後寫下來(沒有隣數)

第 二 步

※※

0 4 1 3 × 1 2

5 6　把 1 加倍後加 3

第三步

$$\overset{※※}{}\underline{0\ 4\ 1\ 3}\times 1\ 2$$
$$956$$
把 4 加倍後加 1

最後一步

$$\underline{0\ 4\ 1\ 3}\times 1\ 2$$
$$4956$$
零加倍等於零；加 4

答案是 4,956。如果你自己算一次，就會發覺計算得非常快非常容易。

自己試一題看：63,247 乘以12。把數字分散開寫下來，把被乘數裡每位數字所求得的答案直接寫在下方。這不只因爲整潔，是一個好習慣，而且也有防止錯誤的千金價值。在德勒哈登做乘法的特殊情況中，我們所以要提到這件事，是因爲它表明「本數」與「隣數」。答案的下一位數要出現的下一個空位，直接在「本數」的下方（這個例題中爲必須加倍的數）。它的右邊數是必須加上的「隣數」。這個例題像這樣算出：

$$\underline{0\ 6\ 3\ 2\ 4\ 7}\times 1\ 2$$
$$\dot{4}$$
把 7 加倍，14；進位 1

$$\underline{0\ 6\ 3\ 2\ 4\ 7}\times 1\ 2$$
$$\dot{6}\,\dot{4}$$
把 4 加倍，加 7，加 1 等於 16；進位 1

$$\underline{0\ 6\ 3\ 2\ 4\ 7}\times 1\ 2$$
$$9\,\dot{6}\,\dot{4}$$
把 2 加倍，加4，加1等於 9

直到結束時得：

$$\underline{0\ 6\ 3\ 2\ 4\ 7}\times 1\ 2$$
$$7\,\dot{5}\,8\,9\,\dot{6}\,\dot{4}$$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

某數乘以五，乘以六，與乘以七

這一切乘法——5，6，與7——用到「半」數的觀念。我們把「半」加上引用號，是因爲它是簡化的半數。我們用簡易的方法取半數，如果有分數就捨去不管。取5的半數，我們說2，實在是$2\frac{1}{2}$，不過，我們不用分數。所以3的「半數」是1，1的「半數」是零。當然，4的「半數」依然是2，一切偶數都是這樣。

這一步立刻要做。我們不向自己說「4的半數是2」，或任何像那樣的話。我們看到4就說2。現在在這些數字上試試看：

2, 6, 4, 5, 8, 7, 2, 9, 4, 3, 0, 7, 6, 8, 5, 9, 3, 6, 1

奇數1, 3, 5, 7, 9, 有捨去分數的特性。偶數0, 2, 4, 6, 8，總得正常的結果。

某數乘以六

現在我們澈底試驗試驗這個「半」的問題。某數乘以6的部分規則是：

每位本數加上隣數的「半數」

關於某數乘以6，暫時假想這就是一切我們所需要的規則，算出這個例題：

$\underline{0}\,6\,2\,2\,0\,8\,4\times 6$

第一步：4是被乘數中的第一位「本數」，它沒有隣數，所以，沒有數可加：

※
0 6 2 2 0 8 4 × 6
4

第二步：第二位數是8，它的隣數是4，所以，我們拿8加上4的半數（2），於是得到10：

※※
0 6 2 2 0 8 4 × 6
·0 4

第三步：下一位數是零。我們拿它加隣數8的半數。零加4等於4，再加進位（1）：

※※
0 6 2 2 0 8 4 × 6
5·0 4

輪流着拿2, 2, 6，來重複這最後一步：

0 6 2 2 0 8 4 × 6
3 7 3 2 5·0 4

你看多麼容易呀！自己試試這兩題乘法看：

0 4 4 0 4 × 6

0 2 8 6 8 8 4 2 4 × 6

第一個習題的答案是26,424。第二個習題的答案是172,130,544。

在這些例題中，我們所做的，得到了正確的答案。然而，這並不是乘以6的全部規則。整個的規則是：

每位本數加上隣數的半數如果本數是奇數再加5

「如果奇數」是指如果「本數」是奇數，「隣數」是不是

奇數，沒有關係。我們看「本數」是奇數還是偶數。如果是偶數，只要把它加隣數的半數就行了，如果是奇數，先加5，再加上隣數的「半數」，如剛才上面做的一樣。例：

0 4 4 3 0 5 2 × 6

3與5，是奇數。一看到被乘數，就注意到了。我們來計算3與5的時候，因爲是奇數，須另外加上一個5，做起來像這樣：

第一步：

※

0 4 4 3 0 5 2 × 6

2　　2是偶數，沒有隣數；放下來

第二步：

※※

0 4 4 3 0 5 2 × 6

·1 2　　5是奇數！5加5，加2的「半數」等於11

第三步：

※※

0 4 4 3 0 5 2 × 6

3·1 2　　5的「半數」是2；然後加上進位數

第四步：

※※

0 4 4 3 0 5 2 × 6

8 3·1 2　　3是奇數！3加5等於8

第五步：

※※

0 4 4 3 0 5 2 × 6

5 8 3·1 2　　4加3的「半數」

第六步：

※※

0 4 4 3 0 5 2 × 6

6 5 8 3·1 2　　4加4的「半數」

最後一步：※※

0 4 4 3 0 5 2 × 6

2 6 5 8 3·1 2　　零加 4 的「半數」

答案是2,658,312。當然，這一切解釋，都只是爲了第一次提出這個方法，要最明瞭起見，說這麼嚕囌。在實際的實用上，做起來快，因爲加隣數的半數這一步，是非常簡單的。只要相當的練習，就變得比知覺的要自動得多了。

如果你自己做做這兩個習題，也許，懂得更清楚些：

0 8 2 3 4 × 6

0 6 2 5 0 1 8 8 × 6

第一個習題的答案是49,404。第二個習題的答案是37,501.128。

我們用 6 乘的數目，都是些大數目。如果想乘一位數，像 8 乘 6，這個方法依然合用嗎？是的，合用，事實上，根本不需任何改變。用所講的同一種程序，試試 8 乘 6 看：

0 8 × 6

8　　沒有隣數；8 加隣數的「半數」還是等於 8

0 8 × 6

4 8　　零加 8 的「半數」等於 4

被乘的數是一個奇數的話，像 7，第一步，我們必須加 5。當然，第二步不加，因爲零被認爲是偶數：

0 7 × 6

·2　　7 加 5，加沒有數的「半數」

0 7 × 6

4·2　　零加 7 的「半數」，加進位 1

大多數的人，或許，感覺他們記得乘法表裡六的部分。大半不研究數學的人，甚至沒有理由的情況，對乘法表，也都有一種自信感。這是不可以。這種乘法裡應用的技術，在以後有些更複雜的情形中，還要用到，那時，就需要把任何記熟的乘法表都丟開。養成這種新程序最好的辦法，是在相當熟悉的材料上，加以實習。這就是我們現在所做的。

還有（實際上重要得多），這是開始養成適當心算習慣的方法。我們都聽說過有關一般人閱讀習慣的批評，與發展快讀能力的實驗。批評家說，太多的人有逐字閱讀的習慣。我們則被勸告養成一種一次看數個複詞或片語的閱讀習慣。最快到「一目十行」。

在算術中同樣的一般情形來說，也是事實。一個人在做算術上，養成了一些壞習慣，結果使浪費他的時間與精力。只有那些，像會計那樣的，把他們大部分的時間消耗在計算數字上的人，纔自然地爲自己擬定出適當的程序。我們其餘的人，縱然不可能藉計算過活，只要稍加努力與練習，仍然可以學得這些方法。有些這種資料，在本章與下章中，要加以指出。

這些心算步驟中的一步，非常簡易的一步，我們說到應用鄰數的「半數」時，已經提過了。看到一位數，像 2 或 8 ，不經過任何心算的步驟，立刻就說，1 或 4 ，我們曾稍微練習過。只要一看到 2 或 8 ，宛如反射作用一樣，答案應該立刻映上心頭。讀者諸君翻回本書所提供練習的數字上，再做一遍，會做得更好。

正確心算的另一步驟，是只向自己說加鄰數的結果，或者加鄰數的半數的結果，像這樣，

※※
0 2 6 4 ×6
8 4

8是6加4的半數而成。但是不要說「4的半數是2，於是6加2等於8」。而要，看到6與4，既然4的半數是2，便向自已說「6，8」。最初可能困難，所以向自己說「6，2，8」，或許好些。

需要練習的另一點，是本數（不是隣數）爲奇數時，加5的這一步。看這種情形：

※※
0 6 3 4 ×6
·0 4

零，如那個點表示的，是10的零，而10是3加5（因爲3是奇數）加2（4的半數）的和。正確的程序，首先，是說「5，8，2，10。」這樣練習幾次以後，應該自然縮短成「8，10。」因3是奇數而加的5，應該先加，不然可能忘記加上去。

同樣，有一個點代表進位1的時候，這應該在加隣數以前加（如乘11），或者應該在加隣數的半數以前加（如乘6）。如果我們把進位1留到加完隣數後再加，有時也會忘記。在上一個例題中，答案的下一位數像這樣求出：

※※
0 6 3 4 ×6
8·0 4

我們看到6，加上點，就說「7」；然後加上3的「半數」，便說「8」。最初，看到6，加上點，就說「7」，然後說「1」來代替3的「半數」，然後說「8」於是寫下8。

有一個點同時也有一個5要加的時候（因爲奇數），說

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com