

国外科技資料譯丛

微波铁氧体器件

国外科技资料译丛

微波铁氧体器件

(内部参考)

1960年11月

本資料系根据苏联无线电出版社 1958年出版的《Некоторые применения ферритов в антенно-вольноводной технике》(铁氧体在天线波导工程上的若干应用)一书翻译而成，另外，我們尙补充翻译編入了苏联科学家所著的兩篇文章(第九章)，并取名《微波铁氧体器件》。關於該书中各篇文章的評介，可參閱苏联科学家 A·Микаэлян 所写的前言。

本文集所收入的文章，是研究和介紹实际应用的各种铁氧体器件。本文集共分九章：概述、隔离器和环轉器、相移器、調制器及开关、諧振器及滤波器、定向耦合器、行波管用隔离器、天位鏡、放大器及隔离器。

本书可供无线电电子工业方面的工程技术人员、科学硏究单的研究人員及高等院校无线电系师生等参考。

微波铁氧体器件

*
北京 748 信箱技术情报室編譯
机械工业出版社印刷厂印刷

1960 年11月出版

*

工本費：1.5 元

目 录

	(5)
第一章 概述.....		(9)
非互易微波元件的原理.....	C. L. Hogan	(9)
第二章 隔离器及环轉器.....		(31)
微波铁氧体器件的頻率特性及損耗特性.....	B. Lax	(31)
利用鐵氧體非互易《失真》		
場效應的波導系統.....	A. K. Столляров	(47)
微波鐵氧體隔離器頻寬之增大.....	P. H. Vartanian等	(64)
微小型高溫隔離器.....	R. F. Sullivan等	(71)
環轉器用非互易相移元件的設計.....	H. N. Chait 等	(75)
第三章 相移器.....		(86)
微波鐵氧體相移器.....	R. F. Soohoo	(86)
三种新型鐵氧體相移器	H. Scharfman	(91)
第四章 調制器及开关.....		(98)
新型微波鐵氧體开关.....	R. F. Sullivan等	(98)
鐵氧體隔離器用作微波調制器.....	J. H. Barry 等	(99)
微波鐵氧體回授調制器.....	W. W. H. Clarke	(102)
微波鐵氧體单边带調制器.....	J. Cacheris	(106)
微波相移器.....	S. Sensiper	(112)
第五章 諧振器及濾波器		(114)
分米波段鐵氧體調諧濾波器.....	J. H. Burgess	(114)
空腔諧振器調諧和速調器窓		
帶頻率調制的破方法.....	G. R. Jones等	(118)
鐵氧體調諧的空腔諧振器.....	C. E. Fay	(127)
鐵氧體調諧的微波空腔諧振器		
和新型可調諧無反射濾波器.....	C. E. Nelson	(130)

第六章 定向耦合器	(140)
磁制定向耦合器	R. W. Damon (140)
铁氧体定向耦合器	A. D. Berk 等 (142)
第七章 行波管用隔离器	(151)
螺旋线用隔离器	J. A. Rich 等 (151)
新型铁氧体隔离器	B. N. Enander (153)
第八章 天线	(163)
由铁氧体棒构成的辐射系统	F. Reggia 等 (163)
波导口上置有铁氧体时的辐射	D. J. Angelakos (177)
第九章 微波铁氧器放大器及铁磁谐振隔离器	(184)
微波铁氧体放大器的研制问题	А. Л. Микаэлян (184)
铁磁谐振式铁氧体波导隔离器	А. Л. Микаэлян, А. К. Столяров (217)

前　　言

在超高頻上使用鐵氧體，是無線電電子學方面的一個新的領域，它的发展開始於五年多以前，時間不算很長。在這樣短的時間內，不僅對超高頻鐵氧體內的各個現象進行了廣泛的理論和實驗研究，而且也創制出許多新的鐵氧體器件，這些器件在厘米波技術上已普遍應用。

所有這些器件，宜於分為兩類。其中屬於第一類的鐵氧體系統，其工作原理是利用鐵氧體各參數對作用於它的外磁場的強度的依賴關係。例如，波導調制器、轉換開關、相移器、重調諧振器和濾波器等。簡單來說，所有電調器件（利用外磁場作用於鐵氧體元件來調節的器件）都屬於這一類。屬於第二類的，是不遵守互易原理的器件，即對沿兩相反方向傳播的波起不同作用的器件。把這種器件叫做隔離器件或非互易器件，則最為恰當。

在各種隔離器件中，最有實用價值的，是使電磁波只沿一固定方向通過的系統。這種系統我們叫作隔離器（在國外文獻上對此使用《隔絕器》這一術語，我們覺得這是不恰當的）。

應當指出，屬於第一類的某些器件，亦具有隔離性能（例如，非互易相移器和隔離轉換開關等）。

能製成隔離系統，是因為利用磁化鐵氧體內旋磁現象的結果（偏振面的磁性旋轉，鐵磁諧振，等等）。當把鐵氧體置於波導中（或其它傳輸線上）時，即有許多新的現象出現，這不僅是由於磁化鐵氧體的旋磁性能，而且也由於波導的導體壁存在之故（例如，在矩形波導中當對二窄壁不對稱地置有橫向磁化鐵氧體片時發生非互易相移或非互易吸收）。

解決在超高頻上如何應用鐵氧體這一問題，包括兩個部分：一部分是對磁化鐵氧體中各個現象進行理論和實驗研究；另一部

分是利用这些現象研制具体的器件。

在研究上述現象方面，以及在实际应用它們这一方面，其基本結果在許多作者的大量論文中皆有所述，但这些論文彼此互不关联。

本譯文集所編入的这些論文，仅涉及到若干实际应用的鐵氧体器件的研究和介紹。至于对磁化鐵氧体中各現象研究的問題，在这些論文中叙述得不十分詳尽，而且还带有某些牟利色彩。很可惜，在本文集內未能編入專門研究超高頻時磁化鐵氧体内各現象的論文、研討鐵氧体当超高頻大功率电平时特性的論文，以及叙述磁化鐵氧体各参数測量方法的論文。

尽管这样，我們覺得这个譯文集对大家仍有俾益。

茲將內容簡介如下。

第一章，本章只編入 C. L. 霍根的一篇論文，該文为綜述性質，文內簡要研討超高頻上鐵氧体内所發生的各主要現象。尽管本文研討的并不完整，但是这对于使讀者在无线电电子学这一新的領域方面入門和帮助讀者更好地理解本文集隨后各篇文章方面倒是足够用了。

在文章結束时，C. L. 霍根提供出在美国使用的一些器件的資料。

第二章《隔离器和环轉器》編入五篇文章。第一篇是 B. 萊克斯写的，具有半綜述性质。作者在文內研討各种型式的隔离器件，主要在波段性能方面进行比較，并就此鑑定其改进前景。

在主要系統方面，作者利用微扰法研究能否将它們应用于較长的波（分米波段的波）。其后一篇文章，系由 A. K. 斯多里亚洛夫参考几篇外国文献上的資料編写而成，該文闡述了最缺乏研究的、应用場結構非互易失真的隔离器件的理論和設計。这种器件的理論发展得很薄弱，所作的實驗亦为数不多，这就妨碍着創制出新而完善的鐵氧体器件。

本章的下一篇文章（第四篇），研討能否擴大現有隔离器工作

頻帶的各种可能性。

第五篇文章，探討創制能够在大的溫度範圍內工作的小型化
隔離器的可能性。

本章的最後一篇文章，研究大功率電平时在非互易鐵氧體相
移器內所發生的非線性現象。作者的基本目的，是選擇鐵氧體形
狀，以便鐵氧體內上述現象（如損耗增大）很微弱（即使是对
一个傳播方向）。

第三章《相移器》編入兩篇文章。其中第一篇是 R. F. 苏郝
所寫，系研討兩種已為大家所熟知的相移器。第二篇是 H. 沙爾
夫曼寫的，甚有价值。在該文內，作者提出利用縱向磁化鐵氧體
的三種相移器方案。

第四章《調制器及开关》，編入五篇文章。前二篇文章介紹
高速工作的諧振开关（第九篇）及波導开关（第十篇）。在 W. W.
H. 科拉克的文章中（第十一篇），介紹一種波導鐵氧體調制器的
方框圖，該調制器能保証調制特性具有高的直線性。第十二篇文章
，系 J. 卡契利斯所寫，其價值頗大。這篇文章是實際研討如何
利用鐵氧體來調整波導內電磁波頻率方面仅有的一篇。調整原
理是利用多普勒現象。本章最後的一篇短文，是 S. 辛西派爾所
寫，討論一個邊頻上的調制問題。

第五章《諧振器及濾波器》編入四篇文章。第一篇是 J. H.
巴爾杰斯的文章，介紹鐵氧體調諧的同軸濾波器的研製結果。在
這個用于10厘米波段的系統中，利用了鐵氧體內的鐵磁諧振吸收
現象。在其後的兩篇文章中（第十五篇及第十六篇），研討使用鐵
氧體調節諧振器固有頻率的問題，所得結果是能够進行速調管振
蕩器頻率的磁性重調。本章最後一篇文章是 C. E. 納爾遜所寫（第
十七篇文章），該文研討鐵氧體在帶通濾波器和帶阻濾波器中的應
用。作者在該文中所提出的一種新型濾波器（叫作無反射濾波
器），很有價值。

第六章《定向耦合器》編入 R. W. 戴蒙的一篇文章和 A. D.

布克与E. 斯特魯姆瓦塞二人合写的一篇文章。在这两篇文章内，研討如何应用铁氧体作为二矩形波导耦合的可調元件的問題。

第七章《行波管用隔离器》編入两篇文章。其中第一篇（第二十篇）介紹在外加铁氧体的螺旋线上，衰减由于波的傳播方向相反而有所不同的實驗数据。第二篇是B. N. 爱南德尔的文章，研討螺旋線用的一种隔离器的問題，該隔离器的原理，是应用矩形磁滞迴線铁氧体，并不需使用专门的外加磁场。作者建議把这种铁氧体应用于波导和同軸隔离器上。

第八章《天綫》編入两篇文章。其中第一篇（第二十二篇），研究类似于介质天綫棒的铁氧体天綫棒。第二篇文章（第二十三篇）甚有价值，本文研討能否利用铁氧体来調整天綫图和創制不可逆天綫的問題。

本譯文集的全部論文，几乎皆經刪节。参加文章編譯工作的有A. K. 斯多里亚洛夫、M. M. 柯布洛娃、Я. A. 莫諾索夫和И. Г. 特切里包姆。

A. Михаэлян

第一章 概述

非互易微波元件的原理*

C. L. Hogan

引言

在铁磁学经典理论中，电子被认为是具有恒定角动量的迴轉体（參見图1），角动量

$$|\vec{J}| = \frac{1}{2} \frac{\hbar}{2\pi},$$

式中 \vec{J} —— 电子的角动量 ($\frac{\text{克}\cdot\text{平方厘米}}{\text{秒}}$)；

\hbar —— 普朗克常数 (尔格·秒)。

由这一旋转而产生的磁矩为：

$$\vec{\mu}_\beta = g \frac{e}{2mc} \vec{J} = \gamma \vec{J}.$$

式中 μ_β —— 电子的磁矩 (电磁单位)；

γ —— 电子的旋磁比 ($\frac{\text{静电单位}}{\text{克}}$)；

e —— 电子电荷 (静电单位)；

c —— 光速 (厘米/秒)；

m —— 电子质量 (克)；

g —— 朗道 (Landé) 因数，对于决定铁氧体铁磁性的电子約等于 2。

如果将电子放在与其磁矩不平行的磁场内 (參見图1)，则磁矩开始作用于其上，致使电子围绕磁场方向进动。进动角速度按下式求得：

* C. L. Hogan. The elements of nonreciprocal microwave devices. Proc. IRE, October 1956, v. 44, No 10, p. 1345~1368.

$$\omega_0 = \gamma H_z. \quad (1)$$

如果没有衰减，电子磁矩的进动就会无休止地延续下去。但由于各种损耗，使磁矩成螺旋状运动，因而经过若干时间以后，其方向与所加恒定磁场的方向趋于一致。进动衰减时间约为百分之一微秒。顺便指出，进动衰减时间就是磁化铁磁体所需时间的理论下限。

现在研究一下恒定磁场与交变磁场作用于电子时发生的各种现象。恒定磁场沿Z轴作用；而交变磁场在XY平面上作用（图2）。在XY平面上，将线偏振交变磁场分解成二个按相反方向旋转的圆偏振分量。按电子围绕恒定场进动方向旋转的圆分量叫作正圆分量(h_+)；而按相反方向旋转的分量称为负圆分量(h_-)。大家知道，由于正圆分量作用于电子而引起的转矩等于

$$\vec{\tau}_+ = [\vec{\mu}_\beta \cdot \vec{h}_+]. \quad (2)$$

图2所示向量，系磁矩向量位于XZ平面上、而旋转磁场向量沿Y轴正向作用的那一瞬间的向量。在这种情况下，由(2)式得出的转矩向量就在XZ平面上，并垂直于 μ_β 和 h_+ 所形成的平面。精确的分析证明，产生这些相对取向的唯一条件，是交变场频率符合于电子按(1)式所示围绕恒定场 H_z 自然进动频率。

在所有这些向量围绕Z轴作无限小迴轉的这段时间内，交变场正圆分量所作的功是：

$$dW = \vec{\tau} \cdot d\vec{\theta} = |\vec{\tau}| \cdot |\vec{d\theta}| \cos \psi, \quad (3)$$

而迴轉一次所作的全部功为：

$$W = \int_0^{2\pi} \vec{\tau} \cdot d\vec{\theta} = 2\pi r \cos \psi. \quad (4)$$

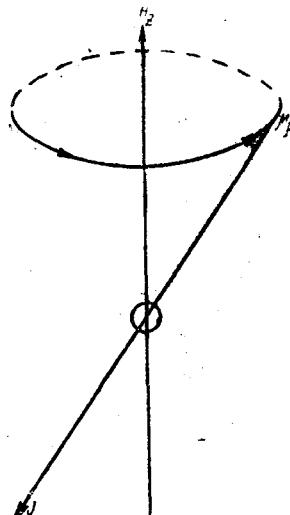


图1 围绕所加磁场进动的电子的经典概念示意图。

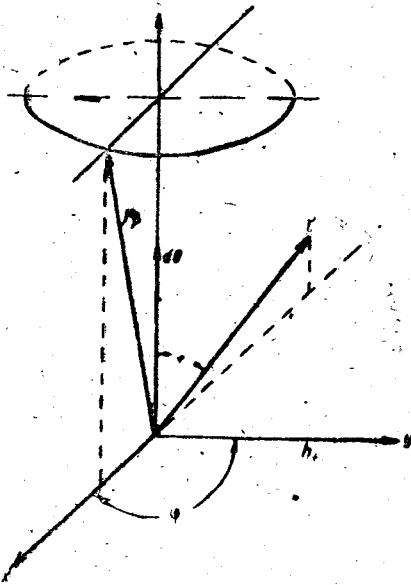


圖 2 在沿 Z 軸方向作用的恒定場及 X Y 平面上正圓分量
磁場作用下，電子運動的經典概念圖示。

因此，能量不斷由正圓交變場傳輸給電子。這就使得電子磁矩向量與沿 Z 軸作用的恒定場方向之間的角度增大。旋轉磁場給與電子的能量恰好補償系統內的損耗。

如果對於交變場負圓分量（即按與進動相反方向旋轉的分量）作出同樣的分析，則由於轉矩在一個周期內兩次改變方向，因而不能完全將能量由旋轉磁場傳輸給電子。因此，在無損耗時，電子將把在進動的前半周期內所獲得的全部能量在後半周期內償還給破場。由此可見，交變磁場負圓分量，不可能使電子磁矩進動的角度增大。換句話說，如果將沿 Z 方向作用的恒定磁場及在 XY 平面上作用並朝着相反方向旋轉的兩個圓偏振磁場加在鐵磁材料上，則對於這兩個反向旋轉的圓偏振磁場，材料將具有不同的有效導磁率。Polder [1] 曾根據經典模型首先求出了無損耗無限介質的這兩種導磁率，作者在這裡已計入損耗 [2]。

在一般情况下，当交变场频率与（1）式中表述的自然谐振频率不一致时，则如图2所示（ φ 角），磁矩的向量与磁场的向量并不是准确地保持 90° ，而可能与其构成从0到 180° 之间的任一角度。

因此，在一般情况下，有效导磁率应是复量。如果将磁场向量分解成二个分量，其中之一垂直于磁矩向量，而另一个平行于它，则上述情况愈益明显，设

$$\vec{b}_\pm = \mu_\pm \vec{h}_\pm, \quad (5)$$

如前面所确定的，式中的正号和负号表示旋转方向。在图2所示的方位时，由于没有与旋转磁场同相位的磁感应分量，所以 μ_+ 是虚数。当 μ_+ 和 μ_- 是复量时，它们的实数部分决定磁通量的无功分量，而其虚数部分确定表示损耗的磁通量的分量。

图3、4表示有效导磁率实数和虚数部分 μ_+ 及 μ_- 对恒定磁场强度之函数关系。曲线是在频率为9000兆赫时计算的，同时就多种铁氧体所通用的介质选择出其它诸数值（如磁化强度和衰减）。

在上述分析中，曾试图定性地阐明铁磁谐振现象的主要特征。这些相互关系，可根据N. Bloembergen的论文[3]中所发挥的理论定量地推导出来。

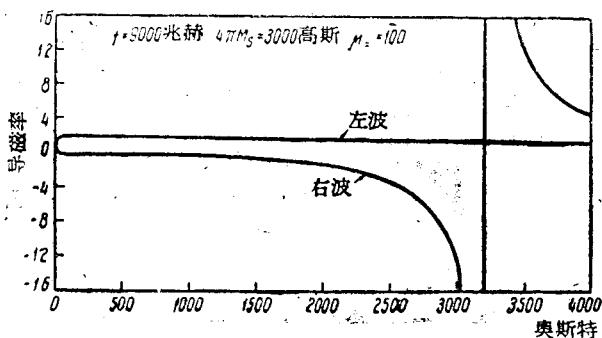


图3 铁磁性介质有效导磁率的实数部分。

如在Bloembergen的论文中所证明，饱和的铁磁性介质磁

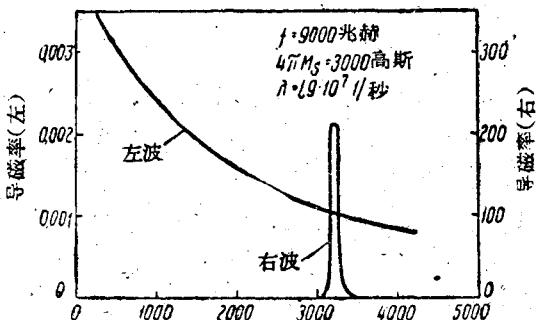


图 4 铁磁性介质有效导磁率的虚数部分。

化强度的向量，其运动方程可写成下式：

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma [\vec{M} \cdot \vec{H}] - \lambda \left[\frac{(\vec{H} \cdot \vec{M}) \vec{M}}{M^2} - \vec{H} \right]. \quad (6)$$

为求得有关铁磁谐振现象各种定性关系，必须在对介质加以恒定磁场和交变磁场的条件下解出上列方程式。解决这一问题所用的方法是十分明显的，其原因是实际上存在于铁磁材料内的宏观磁场是很少等于外加磁场的。这是因为：（1）样品尺寸有限，因而在其表面上有磁化强度散度，它构成了外加磁场的附加磁场；（2）或是样品大于交变场的波长，在某些情况下产生体积散度（磁化强度不均），这也另构成附加磁场。

C. Kittel [4]首先表明如何解决样品在小于交变磁场波长时的问题，以后，Polder [1]更一般地解决了这一问题，他的解答既适用于 Kittel 所研究的情况，也可用在文献 [9] 中所提及的更普遍的情况。

在我們解决这一問題并利用既得的答案于特定情况后，上述情况就愈益明显。

为解决这一問題，我們将沿用 Polder 的一般方法，并試圖求出交变场与磁感应之间的比例关系（这可叫作介质的导磁率）。如在一般情况下一样，根据 Maxwell 方程中所用的导磁率，可得出磁通密度与全部宏观磁场之间的关系。因此，它与样品的尺寸和

形状无关，但它决定材料内部的特性。

因此，为求出介质的内导磁率，假定样品为无限尺寸〔5〕，我们就可以忽略不计任何表面散度。

设 H_z 是 Z 向恒定磁场， χ_0 是静态磁化率 M_z/H_z 。

$$H_0 = H_z \left(1 + \frac{\lambda^2}{\gamma^2 M_z} \right) \approx H_z. \quad (7)$$

如果磁场的交变分量比沿轴线所加的恒定场小，以及交变场具有谐波时间关系—— $\exp(j\omega t)$ ，则可表明，交变磁场与磁感应之间的准确关系可用下式表示：

$$\vec{b} = |\mu_i| \vec{h}, \quad (8)$$

式中 $|\mu_i|$ 是下式的张量：

$$|\mu_i| = \begin{vmatrix} 1 - ik & 0 & 0 \\ 0 & 1 + ik & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (9)$$

μ 和 k 值是复量：

$$\mu = \mu' - j\mu'' \quad (10)$$

$$k = k' - jk'' \quad (11)$$

根据运动方程 (6) 可求出

$$\mu' = 1 + \frac{(Y^2 H_0^2 - \omega^2) 4\pi M_z Y^2 H_0 \chi_0^2 + 8\pi \omega^2 \lambda^2 \chi_0}{\chi_0^2 (Y^2 H_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \lambda^2}, \quad (12)$$

$$k' = \frac{4\pi M_z Y^2 \chi_0^2 (Y^2 H_0^2 - \omega^2)}{\chi_0^2 (Y^2 H_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \lambda^2} \quad (13)$$

$$\mu'' = \frac{4\pi \lambda \omega \chi_0^2 (Y^2 H_0^2 + \omega^2)}{\chi_0^2 (Y^2 H_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \lambda^2} \quad (14)$$

$$k'' = \frac{8\pi \omega^2 \gamma \lambda H_z \chi_0^2}{\chi_0^2 (Y^2 H_0^2 - \omega^2)^2 + 4\omega^2 \lambda^2}. \quad (15)$$

(12)~(15) 式中的常数 λ ，与铁磁谐振曲线的宽度有关系：

$$\lambda = \frac{\gamma M \Delta H}{2 H_p}, \quad (16)$$

式中 ΔH ——谐振曲线宽度(奥斯特)；

H_p ——谐振磁场。

前面曾指出，这些公式只是对于铁氧体的内磁场及样品内交变磁场均匀时才属正确。如果样品的尺寸有限，则与所谓外磁场

打交道更为方便，因为在試驗时测定的正是外磁场。由于数学上的各种原因，必須只限于椭圆体。如果样品是其它各种形状时，则磁化强度是不均匀的，因而，样品内部每一点的宏观磁场发生变化。

在小于波长的椭圆体内，外磁场与内磁场之间的关系可写成下式：

$$\begin{aligned} h_x &= h_x^e - N_x m_x, \\ h_y &= h_y^e - N_y m_y, \\ H_z &= H_z^e - N_z M_z, \end{aligned} \quad (17)$$

式中 h_x^e , h_y^e 及 H_z^e ——外加磁场；而 N_x , N_y 及 N_z ——所謂去磁因子。

从方程 (8) 及 (9) 中得出：

$$\begin{aligned} b_x &= h_x + 4\pi m_x = \mu h_x - jk h_y, \\ b_y &= h_y + 4\pi m_y = jk h_x + \mu h_y, \\ b_z &= h_z + 4\pi m_z = h_z. \end{aligned} \quad (18)$$

如果将表示内磁场的公式 (17) 代入上列方程，然后就磁化强度的可变分量解出这些方程，则得：

$$m_x = (\mu - 1) \frac{\left[4\pi + (\mu - 1)N_y - \frac{k^2}{\mu - 1} N_y \right] h_x^e}{[4\pi + (\mu - 1)N_x][4\pi + (\mu - 1)N_y] - k^2 N_x N_y} - \frac{jk 4\pi h_x^e}{[4\pi + (\mu - 1)N_x][4\pi + (\mu - 1)N_y] - k^2 N_x N_y}, \quad (19)$$

$$m_y = \frac{jk 4\pi h_y^e}{[4\pi + (\mu - 1)N_x][4\pi + (\mu - 1)N_y] - k^2 N_x N_y} - \frac{(\mu - 1) \left[4\pi + (\mu - 1)N_x - \frac{k^2}{\mu - 1} N_x \right] h_y^e}{[4\pi + (\mu - 1)N_x][4\pi + (\mu - 1)N_y] - k^2 N_x N_y}. \quad (20)$$

为求出导磁率张量对外磁场的函数关系，必須将(10)~(15)式中的 μ 和 k 值代入上列方程 (19) 及 (20)。但由于代数換算太麻烦，所以我们只求出衰减参量等于零时的公式。原来，所求得的公式在数量方面仅不适宜于铁磁谐振的范围。在此条件 ($\lambda =$

0) 下， μ 和 k 的方程如下：

$$\mu = \mu' = 1 + \frac{4\pi M \gamma^2 H_z}{\gamma^2 H_z^2 - \omega^2}, \quad \mu'' = 0; \quad (21)$$

$$k = k' = \frac{4\pi M \gamma \omega}{\gamma^2 H_z^2 - \omega^2}, \quad k'' = 0. \quad (22)$$

如果应用上式，则方程 (19) 和 (20) 的形式如下：

$$m_x = \frac{\gamma^2 M [H_z^e + (N_y - N_z)M] h_x^e}{\gamma^2 H_{\Phi}^2 - \omega^2} - \frac{j M \gamma \omega h_y^e}{\gamma^2 H_{\Phi}^2 - \omega^2}, \quad (23)$$

$$m_y = \frac{j M \gamma \omega h_x^e}{\gamma^2 H_{\Phi}^2 - \omega^2} + \frac{\gamma^2 M [H_z^e + (N_x - N_z)M] h_y^e}{\gamma^2 H_{\Phi}^2 - \omega^2}, \quad (24)$$

式中 $H_{\Phi} = [H_z^e + (N_x - N_z)M][H_z^e + (N_y - N_z)M]$. (25)

这些方程是由 Kittel 首先推导出来的，在下面的计算中将引用 Kittel 方程。

这一计算最重要的结果，是谐振频率对样品形状的依赖关系。在无限介质中，铁磁谐振发生在频率

$$\omega_0 = \gamma H_z. \quad (26)$$

对于比交变场波长要小的椭圆形样品，其谐振发生在频率

$$\omega_0 = \gamma H_{\Phi}. \quad (27)$$

由 (17) 及 (18) 式可写出：

$$h_x^e = (1 + N_x \chi_{xx}) h_x - j N_x \chi_{xy} h_y, \quad (28)$$

$$h_y^e = (1 + N_y \chi_{xx}) h_y + j N_y \chi_{xy} h_x. \quad (29)$$

式中 χ_{xx} 及 χ_{xy} ——张量磁化率的对角线上及非对角线上的分量。

在频率与无限介质内的谐振频率一致时 (26)，上式中之磁化率变为无限。因此，如果在方程 (29) 中的外磁场有限时，则内磁场等于零。

从方程 (29) 中求解 h_x ，则得：

$$h_x = \frac{(1 + N_y \chi_{xx}) h_x^e + j N_x \chi_{xy} h_y^e}{(1 + N_x \chi_{xx})(1 + N_y \chi_{xx}) - N_x N_y \chi_{xy}^2} \quad (30)$$

同理亦可得出与此式相似的 h_y 的公式。此式的分母在 (28) 式的