

第 二 篇 能 量 传 输

目 录

第 八 章 导 热

§ 8-1 温 度 场.....	8-3
§ 8-2 导热的基本定律.....	8-6
§ 8-3 导 热 系 数.....	8-7
§ 8-4 一维稳定态导热.....	8-10
§ 8-5 付立叶导热微分方程式.....	8-20
§ 8-6 二维稳定态导热.....	8-24
§ 8-7 图 解 分 析 法.....	8-34
§ 8-8 导热形状系数.....	8-35
§ 8-9 数 值 方 法.....	8-37

第 九 章 对 流 传 热

§ 9-1 对流传热简化模型.....	9-1
§ 9-2 对 流 传 热 系 数.....	9-2
§ 9-3 层流边界层能量方程.....	9-4
§ 9-4 热 边 界 层.....	9-6
§ 9-5 管内层流流动.....	9-16
§ 9-6 整 体 温 度.....	9-19
§ 9-7 管内湍流流动.....	9-22
热的涡流扩散率.....	9-24

涡流扩散率	9-25
雷诺类似	9-26
§ 9-8 因次分析和实验数据的整理	9-29
§ 9-9 强制对流传热实验关系式	9-36
柯尔本类似和 j 因子	9-40
流体横向流过单根管子	9-45
流体流过散料层	9-48

第 十 章 自 然 对 流

§ 10-1 竖板上层流传热	10-21
§ 10-2 因次分析和相似转换	10-12
§ 10-3 实验关系式	10-15

第 十 一 章 沸 腾 传 热

§ 11-1 沸 腾 过 程	11-1
§ 11-2 膜 状 沸 腾	11-4
§ 11-3 泡 核 沸 腾	11-9
§ 11-4 过 渡 沸 腾	11-12

第 十 二 章 辐 射 传 热

§ 12-1 传热的两种基本型式	12-1
§ 12-2 黑 体 和 辐 射 率	12-3
§ 12-3 能 量 分 布 和 辐 射 能 力	12-5
§ 12-4 灰 体 和 吸 收 率	12-10

§ 12-5	两无限大平板之间的辐射热交换	12-11
§ 12-6	角 度 系 数	12-15
§ 12-7	炉 壁 的 作 用	12-23
§ 12-8	辐射传热系数	12-27
§ 12-9	温度测量中的辐射误差	12-33
§ 12-10	气 体 辐 射	12-35
§ 12-11	火焰炉内辐射热交换	12-44

第 十 三 章 综 合 传 热

§ 13-1	综合传热系数	13-1
§ 13-2	通过炉壁的热损失	13-3
§ 13-3	园 管	13-7
§ 13-4	细 杆	13-8
§ 13-5	高炉碳砖炉底	13-14

第 十 四 章 不 稳 定 态 导 热

§ 14-1	瞬 变 导 热	14-1
§ 14-2	牛顿型加热或冷却	14-1
§ 14-3	一维瞬变导热方程	14-10
§ 14-4	无限大平板(表面突然冷却)	14-12
§ 14-5	无限大平板(在恒温介质中加热)	14-15
§ 14-6	薄材和厚材加热的概念	14-27
§ 14-7	半无限大固体	14-28

§ 14-8 长时间值和短时间值的解.....14-37

§ 14-9 数值方法.....14-43

§ 14-10 图解分析法.....14-49

第十五章 凝固传热

§ 15-1 砂模.....15-1

§ 15-2 金属.....15-8

§ 15-3 凝固传热积分解法.....15-25

§ 15-4 连续铸锭传热积分解法.....15-29

第十六章 热交换器计算原理

§ 16-1 热交换器.....16-1

§ 16-2 基本方程式.....16-2

§ 16-3 热交换器效能.....16-5

§ 16-4 气体-固体料块逆流换热.....16-8

§ 16-5 蓄热室.....16-12

§ 16-6 填充床.....16-18

第十五章 凝固传热

§15-1 砂模

本节主要讨论金属在砂模内或者在热阻很大的模子（例如用石膏、铅砂、莫来石或其他导热性差的材料制成的模子）内的凝固。

考虑一种无过热的纯金属液在导热性差、具有平的模壁的铸模中浇注。图(15-1)为在凝固过程的某一时刻，金属和铸模中的温度分布。因全部热阻都几乎全部集中在铸模内，故其内表面温度 t_s 近似等于金属的熔点 t_M 。这就是说，在凝固过程中，通过凝固金属层的温度降很小，在金属—模子的交界面处将保持恒定的温度 $t_s \approx t_M$ 。在这种情况下，铸模中的温度变化情况便由式(14-45)（即半无限大物体导热方程）给出，即

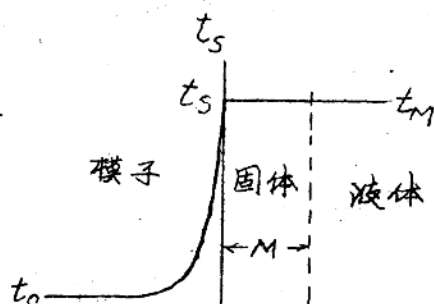


图 15-1 金属在砂模中凝固时的温度分布

$$\frac{t - t_M}{t_0 - t_M} = \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a\tau}} \quad (15-1)$$

其中 x 为铸模内表面至模壁内某一点的距离, a 为铸模的导热系数, t_0 为铸模均匀的初始温度 (通常 t_0 为壁温)。应用这一方程式时, 要求模壁有足够厚, 未满足边界条件:

$$t(\infty, \tau) = t_0.$$

实际上, 这一要求往往可以得到, 因为铸模的热作用区常只局限在大铸件厚度的 $1/4$ 的砂层内。

铸模内温度变化的情况并不重要, 重要的是凝固金属释放出的热量的速率, 并由此导出总的凝固时间。利用式 (15-1) 求出流进模子的热量应与凝固金属释放出的潜热相等。

为了求出流进模子的热量,

$$\left(\frac{q}{A}\right)_{x=0} = -k \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=0},$$

将式 (15-1) 对 x 求导:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial x} &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} (t_0 - t_M) \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}} e^{-\eta^2} d\eta \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} (t_0 - t_M) \left[e^{-\frac{x^2}{4a\tau}} \frac{1}{2\sqrt{a\tau}} \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=0} &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} (t_0 - t_M) \frac{1}{2\sqrt{a\tau}} \\ &= \frac{t_0 - t_M}{\sqrt{\pi a\tau}} \end{aligned}$$

$$\therefore \left(\frac{q}{A}\right)_{x=0} = -k \left(\frac{\partial t}{\partial x}\right)_{x=0} = \frac{k(t_M - t_0)}{\sqrt{\pi a\tau}} \quad (15-2)$$

注意到 $a = k/\rho c_p$, 式 (15-2) 又可写成,

$$\left(\frac{q}{A}\right)_{x=0} = \frac{\sqrt{k\rho c_p}}{\sqrt{\pi\tau}} (t_M - t_0) \quad (15-3)$$

其中 $\sqrt{k\rho c_p}$ 表示模子以某一速度吸收热量的能力，称为透热系数或热扩散系数，这在 §14-7 中已经述及。

单位面积上放出潜热的速率为

$$\rho' H_f \frac{dM}{d\tau}, \quad (15-4)$$

其中： ρ' ——凝固金属的密度，公斤/米³；

H_f ——金属的熔化潜热，大卡/公斤；

M ——凝固金属的厚度，米。

前已说过，凝固金属放出潜热应等于砂型所传导的热量，即

$$\rho' H_f \frac{dM}{d\tau} = \frac{\sqrt{k\rho c_p}}{\sqrt{\pi\tau}} (t_M - t_0)$$

由此得到金属凝固的速率为

$$\frac{dM}{d\tau} = \frac{(t_M - t_0) \sqrt{k\rho c_p}}{\rho' H_f \sqrt{\pi\tau}} \quad (15-5)$$

在积分限，

$$\tau = 0 \text{ 时}, \quad M = 0 \quad (15-6a)$$

$$\text{和 } \tau = \tau \text{ 时}, \quad M = M \quad (15-6b)$$

内积分，

$$\begin{aligned} \int_0^M dM &= \int_0^\tau \frac{(t_M - t_0) \sqrt{k\rho c_p}}{\rho' H_f \sqrt{\pi\tau}} d\tau \\ M &= \frac{(t_M - t_0) \sqrt{k\rho c_p}}{\rho' H_f \sqrt{\pi}} \int_0^\tau \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{t_M - t_0}{\rho' H_f} \right) \sqrt{k\rho c_p} \sqrt{\tau} \end{aligned} \quad (15-7)$$

可见金属凝固速度与金属的特性 $(t_M - t_0)/\rho' H_f$ 和砂型的透热系数 $\sqrt{k\rho c_p}$ 有关。

对于一定模子表面积 A ，在时间 τ 内，模子吸收的热量为

$$Q = \int_0^\tau A \left(\frac{Q}{A} \right)_{\tau=0} d\tau$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{kA(t_M - t_0)}{\sqrt{\pi a}} \int_0^{\tau} \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}} \\
 &= \frac{2kA(t_M - t_0)}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\tau} \quad (15-8)
 \end{aligned}$$

对于体积为 V 的铸件，完全凝固时释放出的总潜热为

$$Q = \rho' V H_f \quad (15-9)$$

联立求解以上两式，得

$$\rho' V H_f = \frac{2kA(t_M - t_0)}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\tau}$$

移项后

$$\sqrt{\tau} = \frac{\rho' H_f \sqrt{\pi a}}{2k(t_M - t_0)} \cdot \frac{V}{A}$$

$$\tau = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\rho' H_f}{t_M - t_0} \right)^2 \left(\frac{1}{k \rho C_p} \right) \left(\frac{V}{A} \right)^2$$

由此得到铸件用体积对表面积的比值来表示的凝固时间为

$$\tau = C \left(\frac{V}{A} \right)^2 \quad (15-10)$$

其中

$$C = \frac{\pi}{4} \left(\frac{\rho' H_f}{t_M - t_0} \right)^2 \left(\frac{1}{k \rho C_p} \right)$$

这就是切沃莱因诺夫 (Chvorinov) 规则，可以利用它来比较不同形状和不同大小的铸件的凝固时间。

为了作更精确的计算，应考虑模子的形状对凝固的影响。下已定义两个无因次参数：

$$\beta = \frac{V/A}{\sqrt{a\tau}}$$

$$r = \left(\frac{t_M - t_0}{\rho' H_f} \right) \rho C_p$$

利用这两个参数，可以将三种基本形状（无限大平板、无限长圆柱、球形）的铸件的凝固时间作了比较。

将这两个无量纲参数代入式(15-10)中, 得到

$$\beta = r \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \right) \quad (15-11)$$

这是对无限大平板来说的。根据亚当斯和泰勒提出的表达式,

对于无限长圆柱体

$$\beta = r \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} + \frac{1}{4\beta} \right), \quad (15-12)$$

对于球体

$$\beta = r \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} + \frac{1}{3\beta} \right). \quad (15-13)$$

这些表达式指出了应用切沃莱因诺夫规则而不考虑模子形状所产生的误差。例如, 对于金属一砂的成形来说, r 约等于 1, 由图 15-2) 查出

$$\beta(\text{平板}) = 1.13,$$

$$\beta(\text{圆柱体}) = 1.32,$$

$$\beta(\text{球体}) = 1.38.$$

可知忽略模子形状的影响会导致凝固时间的计算误差高达 40~50%。

例: 试计算下列铁铸件

(1) 厚为 100 毫米的板状铸件,

(2) 直径为 100 毫米的球形铸件。

的凝固时间, 它们是在无过热的情况下注入砂模的。

已知数据: —

铁:

凝固点

1539°C,

熔化热

65 大卡/公斤,

固体密度

7850 公斤/米³,

液体密度

7369 公斤/米³,

液体比热

0.18 大卡/公斤·°C,

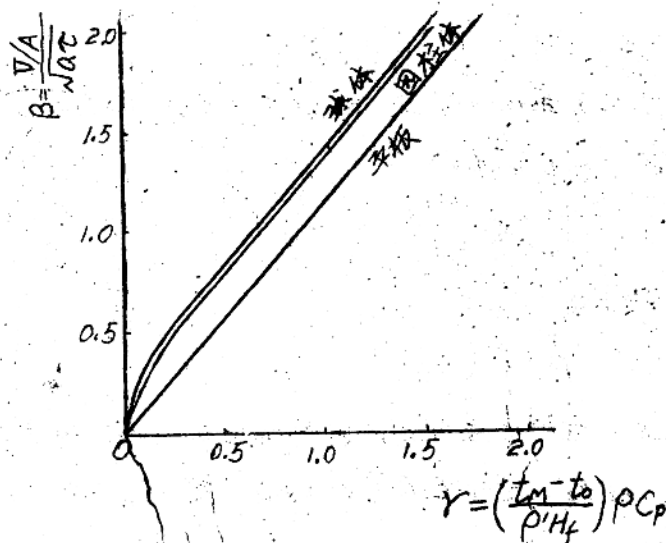


图15-2 砂模中三种基本形状铸件凝固时间的比较

砂:

导热系数

0.00166 米²/时,

密度

1602 公斤/米³,

比热

0.28 大卡/公斤·℃.

解: 设砂模的初始温度为 28°C,

$$r = \left(\frac{t_M - t_0}{\rho' H_f} \right) \rho C_p$$

$$= \left[\frac{1539 - 28}{(7850)(65)} \right] (1602)(0.28) = 1.33$$

<1> 对于板状铸件, 由图 (15-2) 查得:

$$\beta = \frac{\sqrt{V/A}}{\sqrt{a\tau}} = 1.51$$

对于无限大平板来说, $\sqrt{V/A} = L$, 其中 L 为半厚, 故

$$\tau = \frac{L^2}{1.51^2 a} = \frac{(0.05)^2}{(1.51)^2 (0.00166)} = 0.665 \text{ 小时.}$$

(2) 对于球形铸件, 由图 (15-2) 查出

$$\beta = \frac{\sqrt{V/A}}{\sqrt{a\tau}} = 1.75$$

对于球体来说, $\sqrt{V/A} = R/3$, 其中 R 为球半径。故

$$\tau = \frac{R^2}{9(1.75)^2 a} = \frac{(0.05)^2}{(9)(1.75)^2 (0.00166)} = 0.0546 \text{ 小时}$$

可见球形铸件的凝固时间仅为板状铸件的 1/10。

除了吸收潜热外, 砂子还吸收金属液的过热。下面估计过热对凝固时间的影响。假定在铸件内部, 其温度差可以忽略不计, 且在完全凝固时在铸件的温度都等于其凝固点。在这种情况下, 铸件释放出的总热量为 (参看式 15-9)

$$Q = \rho' V H_f + \rho'_l V C_{p,l} \Delta t_s \quad (15-14)$$

其中液相的参数以脚注 l 来表示, Δt_s 为过热度。

考虑无限大平板铸件。为了使问题的解简单但又有足够的准确度起见, 可以假定, 式 (15-8) 还是适用的, 虽然当液相失去其过热时模子的分界面温度不是个常数。作为近似计算, 还假定液相密度和固体密度相等, 即 $\rho'_l \approx \rho'$ 。然后, 令式 (15-14) 与式 (15-8) 相等, 得到

$$\tau = \frac{\pi}{4} \frac{1}{\beta \rho C_p} \left(\frac{\rho' H_f'}{t_M - t_0} \right)^2 \left(\frac{\sqrt{V}}{A} \right)^2 \quad (15-15)$$

其中 H_f' 为有效熔化热, 它等于熔化潜热与液相的过热之和, 即

$$H_f' = H_f + C_{p,l} \Delta t_s.$$

在这种情况下, 凝固时间仍然与 $(\sqrt{V/A})^2$ 成比例。

§15-2 金属模

在金属模浇注时，铸件凝固得很快，模子和铸件的温度都发生很大的变化。了解金属模中影响凝固的参数颇为重要，因为大部分钢铁、所有永久金属模铸件和所有压力铸件都是在金属模中铸成的。而且，许多砂型铸造也是在使用有金属的模子中铸成的。

将金属注入冷铸模时，传热问题的分析解比砂模复杂得多，这是因为金属模的导热性比砂模好得多所致。这种外加的复杂性可由图(15-3)所示的铸件—模子的情况来说明。在凝固金属—模子的交界面上，由于存在接触热阻，产生了温度降。只在模子—铸件接触得十分密切，以致铸件熔在模子上时，这种接触热阻才不存在。

除了接触热阻以外，在冷金属模中凝固和在砂模中凝固还有不同之处：

(1) 凝固金属的内部热阻是总热阻的重要组成部分，使其表面温度比金属的熔点要低得多，且在凝固金属内部存在明显的温度差。

(2) 由于凝固金属的过冷，使得金属凝固时释放出更多的热量，故凝固金属的热容量是一个重要的因素。

下面讨论几个有关凝固的情况。

一、铸件表面温度恒定不变。

考虑一个放热的纯金属液，其初始温度为凝固点，表面突然冷却到某一温度 t_s 并在以后保持不变。凝固开始了一个阶段之后，凝固金属中的温度分布如图(15-4a)的实线所示。和图(15-4b)所示的半无限大固体的温度分布相比，除了凝固金属的温度场介于 t_M 和 t_s 之间，而不以前者延伸至 t_∞ 而外，二者的温度分布相同。但若把图(15-4a)所示的温度分布线看成是如同半无限大固体那样的达到了 t_∞ ，则在凝固金属内部的温度分布就可取如下的形式：

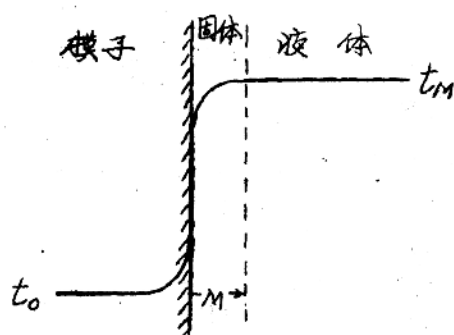


图15-3 金属在冷模壁上凝固时的温度分布

$$\frac{t - t_s}{t_\infty - t_s} = \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a'\tau}} \quad (15-16)$$

其中符号的角码撇 (')，表示凝固金属的参数。

在图(15-4a)中， t_∞ 是事先不知道的。这是一个依得温度分布我类似于半无限大固体时的假想温度，可以把它假想为积分常数。

下式应用两个边界条件

$$t(M, \tau) = t_m, \quad (15-17)$$

$$k' \frac{\partial t(M, \tau)}{\partial x} = \rho' H_f \frac{dM}{d\tau} \quad (15-18)$$

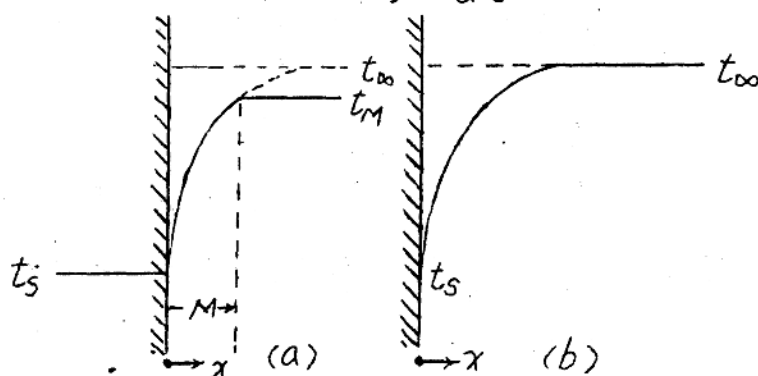


图15-4 凝固金属的温度分布(a)与半无限大固体的温度分布(b)的类似

来推导凝固时间的数学表达式。前者指在固体—液体的交界面上，温度为凝固点；后者指凝固金属释放出的熔化潜热的速率等于从交界面上流进固体的热通量。

应用第一边界条件(式 15-17)，令 $x=M$ 代入式 (15-16)，得到

$$\frac{t_M - t_s}{t_\infty - t_s} = \operatorname{erf} \frac{M}{2\sqrt{a'\tau}} \quad (15-19)$$

因上式的左端是常数，故误差函数的自变量也就一定是常数，即

$$\frac{M}{2\sqrt{a'\tau}} = \eta$$

或

$$M = 2\eta\sqrt{a'\tau} \quad (15-20)$$

这里，又一次看到，凝固厚度与 τ 的平方根成比例。

为了求出常数 η ，可先由式 (15-16) 求出在固体—液体的交界面处的热通量。为此，将式 (15-16)

$$\frac{t - t_s}{t_\infty - t_s} = \operatorname{erf} \frac{x}{2\sqrt{a'\tau}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{a'\tau}}} e^{-\eta^2} d\eta$$

对 x 求导，

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial x} &= \frac{2}{\sqrt{\pi}} (t_\infty - t_s) \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{a'\tau}}} e^{-\eta^2} d\eta \\ &= \left[\frac{t_\infty - t_s}{\sqrt{\pi}} \frac{1}{\sqrt{a'\tau}} e^{-\eta^2} \right]_{\eta = \frac{x}{2\sqrt{a'\tau}}} \end{aligned}$$

将 $x=M$ 代入，两端并乘以 k' ，得到固体—液体交界面处的热通量为

$$k' \frac{\partial t(M, \tau)}{\partial x} = \left[\frac{(t_\infty - t_s)}{\sqrt{\pi}} k' \frac{1}{\sqrt{a'\tau}} e^{-\eta^2} \right]_{\eta = \frac{M}{2\sqrt{a'\tau}}}$$

再将式(15-19)中

$$t_{\infty} - t_s = \frac{t_m - t_s}{\operatorname{erf} \eta}$$

代入上式,并注意到 $a' = k'/\rho'c'_p$, 得到

$$k' \frac{\partial T(M, \tau)}{\partial x} = \frac{t_m - t_s}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf} \eta} \frac{\sqrt{k' \rho' c'_p}}{\sqrt{\tau}} e^{-\eta^2} \quad (15-21)$$

其次,将交界面处放出潜热的速率写成,

$$\begin{aligned} \rho' H_f \frac{dm}{d\tau} &= \rho' H_f \frac{d}{d\tau} (2\eta \sqrt{a' \tau}) \\ &= \rho' H_f \eta \frac{\sqrt{a'}}{\sqrt{\tau}} \end{aligned} \quad (15-22)$$

然后,将式(15-21)和式(15-22)代入式(15-18),

$$\begin{aligned} \frac{t_m - t_s}{\sqrt{\pi} \operatorname{erf} \eta} \frac{\sqrt{k' \rho' c'_p}}{\sqrt{\tau}} e^{-\eta^2} &= \rho' H_f \eta \frac{\sqrt{a'}}{\sqrt{\tau}} \\ &= \rho' H_f \eta \frac{\sqrt{k'}}{\sqrt{\rho' c'_p} \sqrt{\tau}} \end{aligned}$$

整理后,得到

$$\eta e^{\eta^2} \operatorname{erf} \eta = (t_m - t_s) \frac{c'_p}{H_f \sqrt{\pi}} \quad (15-23)$$

这样就得到了用以计算 η 的数学表达式。为计算方便起见,将式(15-23)制成图表,如图(15-5)所示。

至此,可以由图(15-5)求出 η , 于是可求出凝固速率(式15-20), 若有必要亦可由式(15-19)求出 t_{∞} , 同时由式(15-16)求出温度分布。

当然,这一分析解对于单向热流才是正确的,并只能用于板状铸件。如欲求得凝固时间,可先求出 η , 然后以 $M=L$ 代入式(15-20), 其中 L 为板状铸件的厚度。

虽然实际上很少有表面温度保持不变的情况,这一分析解还是很有用的。它可用于计算在具有水冷的铜模壁的模式中浇注大钢铁

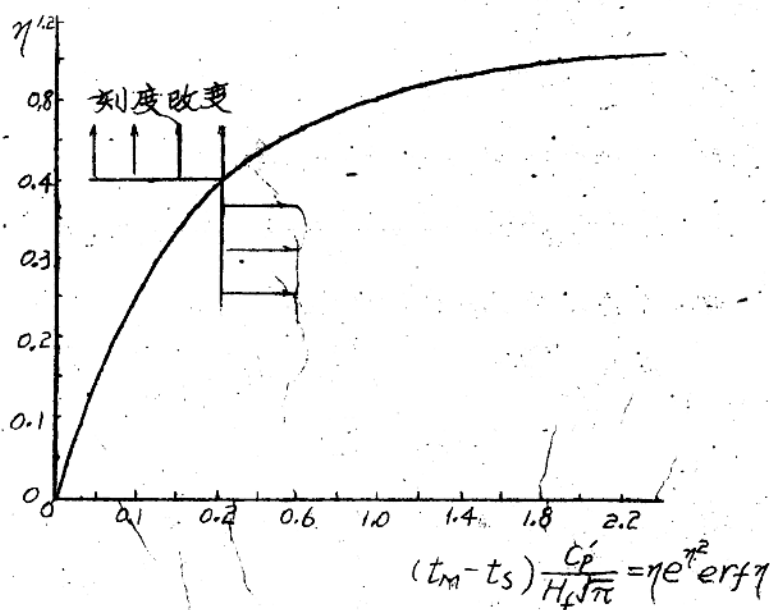


图15-5 式(15-23)中 η 值的导引

的凝固速率(凝固初期除外)。还可指示出对流冷却所能达到的最大凝固速率,因为进行对流冷却时,表凸上 $h \rightarrow \infty$ 的条件与表凸温度恒定不变这一边界条件相当。

二、无界凸热阻时模子和铸件内部又都存在梯度

图(15-6)描述无界凸热阻时模子和铸件内部的温度分布。在这种情况下,模子和金属都阻碍着热的流动。假定模子的初始温度为室温,金属液的初始温度为其熔点。图中并假定模子厚到足以使其外表凸温度不上升,从而可以把它看成是半无限大固体。由此得到的分析解,可以应用于譬如计算在厚金属模中浇注大钢锭的凝固速率(凝固初期除外),因为在有足够多的金属凝固后,界凸热阻就不再显得重要了。此外,在确定某一种金属-砂模的成形是否能依 t_s 接近于 t_m ,这一分析解也是有用的。

与前凸热阻的问题(图15-4a)不同, t_s 不是作为边界条件

而固定的。这里， t_s 尚待确定，也是随着模子和金属的热性质不同而有不同的数值。

在铸件—模子的交界面的两侧，若取一厚度为 δ (δ 为正数) 的平层。自凝固金属流进交界面的热通量为

$$k' \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0+\delta},$$

而自交界面流进模子的热通量为

$$k \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0-\delta}.$$

当 $\delta \rightarrow 0$ 时，就得到在交界面处的能量平衡条件

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \left[k \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0-\delta} - k' \left(\frac{\partial t}{\partial x} \right)_{x=0+\delta} \right] = 0 \quad (15-24)$$

或写成

$$k \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=0-} = k' \frac{\partial t}{\partial x} \Big|_{x=0+}$$

式 (15-24) 不过表明，从凝固金属流进交界面的热通量等于从交界面流进模子的热通量。这是我们推导分析解所应满足的一个条件。其余像前面所述的那样，还应满足另外二个边界条件 (参看式 15-17) 和式 (15-18)：

$$t(M, \tau) = t_M \quad (15-25)$$

$$k' \frac{\partial t(M, \tau)}{\partial x} = \rho' H_f \frac{dM}{d\tau}. \quad (15-26)$$

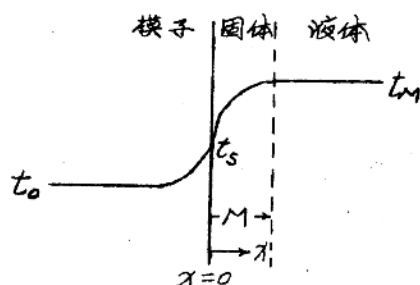


图 15-6 无界面热阻时模子和金属的温度分布